

# IBPS-RRB

←—————→  
ऑफिस असिस्टेंट और ऑफिसर स्केल-I

**REGIONAL RURAL BANKs / क्षेत्रीय ग्रामीण बैंक**

**भाग-2**

**संख्यात्मक योग्यता एवं तार्किक योग्यता**

# IBPS RRB

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
<b>संख्यात्मक योग्यता</b>		
1.	समय और कार्य	1
2.	चाल, समय और दूरी	4
3.	नाव और धारा	8
4.	पाईप और टंकी	10
5.	अनुपात एवं समानुपात	13
6.	आयु	17
7.	औसत	19
8.	साझेदारी	23
9.	मिश्रण एवं एलीगेशन	26
10.	एकिक नियम	28
11.	संख्या पद्धति	34
12.	सरलीकरण	41
13.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	45
14.	प्रतिशतता	48
15.	लाभ-हानि	52
16.	बट्टा	57
17.	साधारण ब्याज	60
18.	चक्रवृद्धि ब्याज	63
19.	द्विघात समीकरण	66
20.	प्रायिकता	76
21.	क्रमचय व संचय	83
22.	क्षेत्रमिति	88
23.	समांको की पर्याप्तता	103
24.	संख्यात्मक अभीयोग्यत	113
<b>तार्किक योग्यता</b>		
1.	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	124
2.	श्रृंखला	128
3.	कूट-भाषा परीक्षण	131
4.	क्रम और रैंकिंग	135

5.	दिशा और दूरी	138
6.	रक्त संबंध	144
7.	पहेली परीक्षण	150
8.	बैठक व्यवस्था	155
9.	असमानता	160
10.	न्याय निगमन	164
11.	इनपुट – आउटपुट	170
12.	सादृश्यता	181
13.	वर्गीकरण	185
14.	लुप्त पदों का भरना	189
15.	शब्दों का तार्किक क्रम	196
16.	कथन और तर्क	200
17.	कथन और धारणा	204
18.	कथन और कार्यवाही	209
19.	अभिकथन और कारण	214
20.	निर्णय एवं समस्या समाधान	220

# प्रिय विद्यार्थी, टॉपर्सनोट्स चुनने के लिए धन्यवाद।

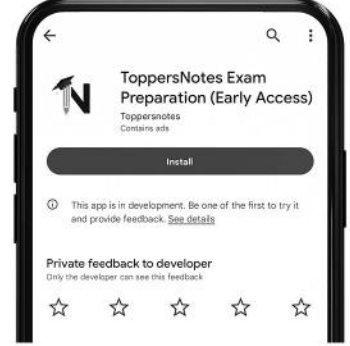
नोट्स में दिए गए QR कोड्स को स्कैन करने लिए टॉपर्स नोट्स ऐप डाउनलोड करें।  
ऐप डाउनलोड करने के लिए दिशा निर्देश देखें :-



ऐप इनस्टॉल करने के लिए आप अपने मोबाइल फ़ोन के कैमरा से या गूगल लेंस से QR स्कैन करें।



टॉपर्सनोट्स  
एग्जाम प्रिपरेशन ऐप



टॉपर्सनोट्स ऐप डाउनलोड करें गूगल प्ले स्टोर से।



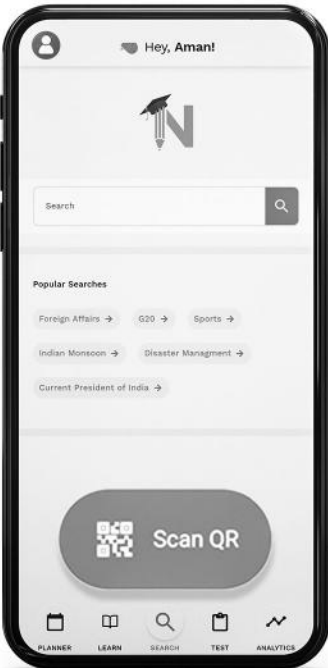
लॉग इन करने के लिए अपना मोबाइल नंबर दर्ज करें।



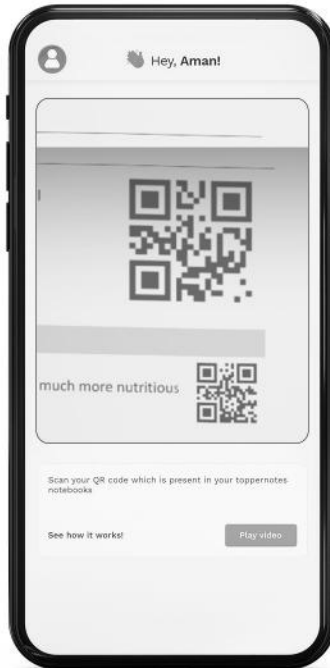
अपनी परीक्षा श्रेणी चुनें।



सर्च बटन पर क्लिक करें।



SCAN QR पर क्लिक करें।



किताब के QR कोड को स्कैन करें।



• सोल्युशन वीडियो  
• डाउट वीडियो  
• कॉन्सेप्ट वीडियो



• अतिरिक्त पाठ्य-सामग्री



• विषयवार अभ्यास  
• कमजोर टॉपिक विश्लेषण



• रैंक प्रेडिक्टर  
• टेस्ट प्रैक्टिस

किसी भी तकनीकी सहायता के लिए  
[hello@toppersnotes.com](mailto:hello@toppersnotes.com) पर मेल करें  
या [766 56 41 122](tel:7665641122) पर whatsapp करें।

## समय और कार्य (Time & Work)



### समय (Work)

समय कार्य पूर्ण करने की वह अवधिक है, जो आमतौर पर दिनों या घंटों में दी जाती है।

- क्षमता – किसी व्यक्ति द्वारा इकाई समय में किया गया कार्य क्षमता कहलाता है।
- यदि कोई व्यक्ति किसी कार्य को  $x$  दिनों में पूरा करता है तो एक दिन में वह कार्य का  $\frac{1}{x}$  भाग कर सकेगा।

$$\text{क्षमता} = \frac{1}{x} \text{ भाग/दिन}$$

$$\text{क्षमता} \propto \frac{1}{\text{समय}}$$

- यदि किसी व्यक्ति की क्षमता अधिक है तो वह कम दिनों में तथा यदि क्षमता कम है तो अधिक दिनों में कार्य पूर्ण करेगा।
- यदि A, B से 'n' गुना कार्यकुशल है, तो A, समान कार्य को पूरा करने में B द्वारा लिये गए कुल समय का  $\frac{1}{n}$  समय लेगा।
- यदि मिलकर कार्य करने में लगा समय दिया हुआ हो तो किसी एक व्यक्ति को कार्य पूरा करने में लगा समय =  $\frac{\text{दिनों का गुणनफल}}{\text{दिनों का अंतर}}$
- यदि कार्य समाप्ति से पहले कोई व्यक्ति कार्य छोड़कर चला जाता है तो कार्य पूर्ण होने में लगा समय  $\frac{(x+m)y}{x+y}$   
जहाँ  $x$  = समाप्ति से पहले कार्य छोड़ता हो वह व्यक्ति का समय  
 $m$  = जितना दिन पहले कार्य छोड़ता है।  
 $y$  = जो शुरू से अंत तक कार्य करता है वह व्यक्ति का समय
- यदि किसी कार्य को संपन्न करने में लगे व्यक्ति की संख्या  $x : y$  में बदल जाये तो कार्य को पूरा करने में लगा समय  $y : x$  के अनुपात में बदल जाएगा।
- A किसी कार्य को  $x$  दिनों में पूरा करता है तथा B उसी कार्य को  $y$  दिनों में पूरा कर सकता है तो दोनों मिलकर पूर्ण करेंगे।

$$\text{समय} = \frac{xy}{x+y}$$

- यदि A, B व C तीन व्यक्ति  $x, y$  व  $z$  दिनों में पूर्ण करते हैं तो,

$$\text{समय} = \frac{xyz}{xy + yz + xz}$$

- यदि  $M_1$  व्यक्ति  $H_1$  घंटे कार्य करके  $W_1$  कार्य को  $D_1$  दिनों में पूरा कर सकते हैं और  $M_2$  व्यक्ति  $H_2$  घंटे कार्य करके  $W_2$  कार्य को  $D_2$  दिनों में पूरा करते हैं तब निम्न संबंध बनता है।

$$\frac{M_1 D_1 H_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 H_2}{W_2}$$

## अभ्यास प्रश्न

### जब दो या तीन व्यक्ति मिलकर कार्य करें



प्रश्नों के हल



- उदा.1 A एक काम को 6 दिनों में तथा B उसी काम को 9 दिनों में कर सकता है। दोनों मिलकर उस काम को कितने दिनों में पूरा करेंगे ?
- (a) 7.5 दिन (b) 5.4 दिन  
(c) 3.6 दिन (d) 3 दिन
- उत्तर (c)
- उदा.2 A और B एक काम को 72 दिनों में कर सकते हैं। B और C इस काम को 120 दिनों में कर सकते हैं तथा C और A उसी काम को 90 दिनों में कर सकते हैं, तो तीनों मिलकर इस काम को कितने दिनों में करेंगे ?
- (a) 80 दिन (b) 100 दिन  
(c) 60 दिन (d) 150 दिन
- उत्तर (c)
- उदा.3 A किसी कार्य का  $\frac{1}{2}$  भाग 5 दिनों में कर सकता है, B उसी कार्य का  $\frac{3}{5}$  भाग 9 दिनों में कर सकता है, C उसी काम का  $\frac{2}{3}$  भाग 8 दिनों में कर सकता है, तीनों मिलकर उस काम को कितने दिनों पूरा करेंगे ?
- (a) 3 दिन (b) 5 दिन  
(c)  $4\frac{1}{2}$  दिन (d) 4 दिन
- उत्तर (d)

उदा.4 A एक काम को 15 दिनों में तथा B 20 दिनों में कर सकता है। यदि वे 4 दिनों तक एक साथ काम करते हैं, तो अब काम का कितना हिस्सा बचा हुआ है।

- (a)  $\frac{8}{15}$  (b)  $\frac{7}{15}$   
 (c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $\frac{1}{10}$

उत्तर (a)

### शर्त पर आधारित



सिद्धांत



प्रश्नों के हल



उदा.1 A अकेला एक कार्य को 20 दिन में समाप्त कर सकता है जबकि B अकेला इस कार्य को 25 दिन में समाप्त कर सकता है, दोनों मिलकर 5 दिन कार्य करते हैं, फिर B काम छोड़कर चला जाता है, शेष कार्य को A अकेला कितने दिन में कर पाएगा ?

उदा.2 A, B एवं C किसी कार्य को क्रमशः 8, 16 एवं 24 दिनों में पूरा करते हैं। वे तीनों एक साथ कार्य शुरू करते हैं। A कार्य पूरा होने तक लगा रहता है, C कार्य समाप्त होने के 2 दिन पहले छोड़ देता है और B कार्य पूरा होने के 1 दिन पहले हो तो कितने समय में कार्य पूरा हो जाता है ?

उदा.3 A, B और C किसी काम को क्रमशः 20, 30 एवं 45 दिन में अलग-अलग समाप्त कर सकता है। तीनों मिलकर काम प्रारम्भ करता है और काम समाप्ति से पाँच दिन पहले B तथा काम प्रारम्भ होने के पाँच दिन बाद A काम छोड़कर चला जाता है तो पूरा काम कितने दिनों में समाप्त हो जायेगा ?

उदा.4 A, B, C एक कार्य को क्रमशः 24 दिन, 32 दिन तथा 64 दिन में समाप्त कर सकते हैं, वे एक साथ मिलकर कार्य आरम्भ करते हैं, A, 6 दिन बाद कार्य छोड़कर चला जाता है तथा B कार्य समाप्त होने से 6 दिन पहले कार्य छोड़कर चला जाता है, तो यह कार्य कुल कितने दिनों में समाप्त हुआ ?

### जब काम को बारीबारी पूरा किया जाए



प्रश्नों के हल



उदा.1 A तथा B एक काम को क्रमशः 7 दिन तथा 8 दिन में पूरा कर सकते हैं, यदि दोनों एक दिन छोड़कर एक दिन कार्य करें तथा A कार्य को आरम्भ करे, तो सारा कार्य कितने दिन में समाप्त होगा ?

उदा.2 A, B और C एक कार्य को क्रमशः 20, 30 और 60 दिनों में पूरा कर सकते हैं। यदि प्रत्येक तीसरे दिन B और C उसकी सहायता करते हैं तो A कितने दिनों में काम कर सकता है?

- (a) 12 days (b) 15 days  
 (c) 16 days (d) 18 days

### पुरुष, स्त्री व बच्चों पर आधारित प्रश्न



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि प्रति दिन 13 घंटे काम करने वाले 40 पुरुष 20 दिनों में एक काम पूरा कर सकते हैं, तो प्रतिदिन कितने घंटे में 26 आदमी काम को 25 दिन में पूरा कर सकते हैं ?

- (a) 12 घंटे (b) 14 घंटे  
 (c) 16 घंटे (d) 18 घंटे

उदा.2 20 महिलाएँ एक कार्य को 15 दिनों में पूरा कर सकती हैं। 16 पुरुष उसी कार्य को 16 दिनों में पूरा कर सकते हैं। पुरुष और एक महिला की योग्यता का अनुपात क्या है ?

- (a) 43:74 (b) 46 : 39  
 (c) 75 : 64 (d) 10 : 71  
 (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (c)

उदा.3 कुछ बर्दई ने 9 दिनों में काम करने का वादा किया लेकिन उनमें से 5 अनुपस्थित थे और शेष पुरुषों ने 12 दिनों में काम किया। बर्दई की मूल संख्या थी।

- (a) 24 (b) 20  
 (c) 16 (d) 18

### कार्य क्षमता पर आधारित प्रश्न



प्रश्नों के हल



उदा.1 A, B की तुलना में 25% अधिक कुशल है, और B एक कार्य को पूरा करने के लिए A से 6 दिन अधिक लेता है। B उसी कार्य को पूरा करने में कितने दिन लेगा ?

- (a) 30 दिन (b) 20 दिन  
 (c) 24 दिन (d) 28 दिन

उत्तर (a)

उदा.2 A और B किसी काम को मिलकर 5 दिन में करते हैं, अगर A अपनी क्षमता से 2 गुना और B अपनी क्षमता से  $\frac{1}{3}$  गुना काम करे तो काम 3 दिन में खत्म होता है तो बताओ A अकेला उस काम को कितने दिन में करेगा।

## मजदूरी विभाजन पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि X एक कार्य का  $1/4$ , 3 दिनों में कर सकता है और Y, 4 दिनों में उसी कार्य का  $1/6$  कार्य कर सकता है, तो यदि दोनों एक साथ कार्य करते हैं और 1800 रुपये का भुगतान किया जाता है, तो X कितना प्राप्त करेगा ?

- (a) 1500 रुपये                      (b) 6000 रुपये  
(c) 1200 रुपये                      (d) 3000 रुपये

उदा.2 A, B और C मिलकर प्रतिदिन 6000 रुपये कमाते हैं, A और C मिलकर 3760 रुपये कमाते हैं और B और C मिलकर 3040 रुपये कमाते हैं। C की प्रतिदिन की कमाई क्या है ?

- (a) 1000 रुपये                      (b) 850 रुपये  
(c) 1650 रुपये                      (d) 400 रुपये  
(e) उपरोक्त में से कोई नहीं

उत्तर (d)

## चाल, समय और दूरी (Speed, Time & Distance)



- चाल (Speed) = दूरी (Distance)/समय (Time)
- दूरी = चाल × समय
- समय = दूरी/चाल

यदि किसी निकाय की गति  $a : b$  के अनुपात में बदल दी जाए तो समान दूरी तय करने में लगा समय  $b : a$  के अनुपात में बदल जाता है।

- मीटर/सेकण्ड (m/s) को किमी./घंटा (km/h) में बदलना

$$x \text{ मीटर/सेकण्ड} = \left( x \times \frac{18}{5} \right) \text{ किमी./घंटा}$$

- किमी./घंटा (km/h) को मीटर/सेकण्ड (m/s) में बदलना

$$x \text{ किमी./घंटा} = \left( x \times \frac{5}{18} \right) \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

- एक आदमी एक निश्चित दूरी  $x$  किमी./घंटा की गति से तय करता है और उतनी ही दूरी  $y$  किमी./घंटा की गति से तय करता है, तब कुल यात्रा के दौरान

$$\text{औसत चाल} = \left( \frac{2xy}{x+y} \right) \text{ किमी./घंटा}$$

- तीनों चालों की औसत चाल =  $\frac{3xyz}{xy + yz + zx}$
- समान दूरी को अलग-अलग चाल से चलने पर समय कम/ज्यादा लगता हो, तब

$$\text{दूरी} = \frac{\text{दोनों चालों का गुणनफल}}{\text{दोनों चालों का अंतर}} \times \text{समय के बीच का अंतर}$$

उदा. 10 किमी./घंटा की चाल से चलने पर एक बच्चा स्कूल 15 मिनट देर से पहुँचता है तथा 12 किमी./घंटा की चाल से चलने पर 5 मिनट देर से पहुँचता है। घर से उसके स्कूल की दूरी क्या होगी ?

हल यहाँ समय का अंतर =  $15 - 5 = 10$  मिनट

$$= \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \text{ घंटा}$$

$$\text{दूरी} = \frac{12 \times 10}{12 - 10} \times \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{120}{2} \times \frac{1}{6} = 10 \text{ किमी./घंटा}$$

### यदि कुल समय दिया हो

उदा. एक व्यक्ति अपने घर से ऑफिस 18 किमी./घंटा के चाल से जाता है और वह 30 किमी./घंटा के चाल से वापस लौट आता है, तो उसे कुल मिलाकर 40 मिनट का समय लगता है, तो बताइए उसके घर से ऑफिस की दूरी कितनी है ?

हल माना घर से ऑफिस की दूरी =  $x$  किमी.

$$\text{घर} \quad x \quad \text{ऑफिस}$$

$$\frac{x}{18} + \frac{x}{30} = \frac{40}{60} \Rightarrow \frac{5x + 3x}{90} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{60}{8} = 7.5 \text{ किमी.}$$

**Trick :**

$$\text{दूरी} = \frac{\text{चालों का गुणनफल}}{\text{चालों का योग}} \times \text{समय}$$

$$\frac{18 \times 30}{40} \times \frac{40}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2} = 7.5 \text{ किमी.}$$

- जब दो व्यक्ति एक स्थान से दूसरे स्थान पर जा रहे हो तब वे या तो एक ही दिशा में जायेंगे या फिर विपरीत दिशा में – तब

$$T = \frac{R_D \text{ (Relative Distance)}}{R_S \text{ (Relative Speed)}}$$

$R_D$  = सापेक्ष दूरी

$R_S$  = सापेक्ष चाल

### सापेक्ष चाल

1. जब समान दिशा में जाए → दोनों चालों का अंतर
  2. जब विपरीत दिशा में जाए → दोनों चालों का योग
- एक व्यक्ति एक निश्चित दूरी को कार से तय करता है। यदि उसकी चाल  $S_1$  किमी./घंटा कम होती है तो यह दूरी तय करने में  $T_1$  मिनट अधिक लेता और यदि उसकी चाल  $S_2$  किमी./घंटा अधिक होती, तो यह दूरी तय करने में  $T_2$  समय कम लेता तब इसकी चाल :

$$S = \frac{(T_1 + T_2)S_1S_2}{T_1S_2 - T_2S_1}$$

- यदि दो व्यक्ति/रेलगाड़ी (माना A व B) एक ही समय दो भिन्न-भिन्न बिंदुओं से चले और मिलने के बाद  $x$  घंटे व  $y$  घण्टे में अपने गंतव्य स्थान पर पहुँचे तो उनकी चालों का अनुपात :-

$$\frac{A \text{ की चाल}}{B \text{ की चाल}} = \sqrt{\frac{B \text{ का मिलने के बाद लगा समय}}{A \text{ का मिलने के बाद लगा समय}}}$$



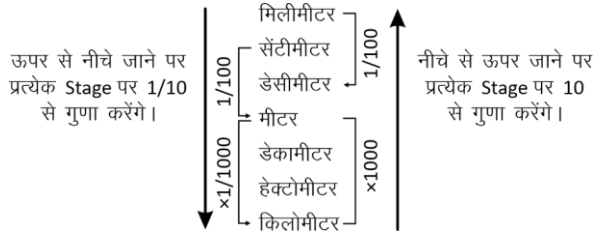
उदा. दो रेलगाड़ी एक ही समय A तथा B से एक-दूसरे की ओर प्रस्थान करती है और रास्ते में मिलने के क्रमशः 4 घंटे एवं 2 घंटे 15 मिनट बाद B तथा A सीन पर पहुँचती है। यदि A से चलने वाले ट्रेन की चाल 60 km/h हो तो B से चलने वाली ट्रेन की चाल ज्ञात कीजिए।

हल:  $\frac{60}{x} = \sqrt{\frac{2 \times 15}{\frac{60}{4}}} \Rightarrow \frac{60}{x} = \sqrt{\frac{9}{4}}$

$\frac{60}{x} = \sqrt{\frac{9}{16}} \Rightarrow \frac{60}{x} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow x = 80 \text{ km/h}$

- एक दूरी इकाई से दूसरी दूरी इकाई में परिवर्तन



### Train संबंधी तथ्य –

- जब Train किसी pole को या किसी दूसरी Train में बैठे को cross करती है तब  $R_D$  (Relative Distaince) = रेल की लंबाई
- जब Train किसी अन्य Train, प्लेटफार्म, पुल या सुरंग को पार करती है तब  $R_D$  = रेल की लंबाई + रेल/प्लेटफार्म/पुल/सुरंग की लंबाई

## अभ्यास प्रश्न

### सामान्य प्रश्न



- उदा.1 45 किमी./घंटा को मीटर/सेकण्ड में बदलिए –
- उदा.2 10 मीटर/सेकण्ड को किमी./घंटा में बदलें।
- उदा.3 एक व्यक्ति 12 मीटर/सेकण्ड के चाल से 72 किमी. दूरी तय करने में कितना समय लगेगा ?
- उदा.4 एक व्यक्ति 5 किमी./घंटा की चाल से चलते हुए एक पुल को 15 मिनट में पार कर लेता है। बताइये पुल की लम्बाई क्या होगी ?
- (a) 600 (b) 750
- (c) 1000 (d) 1250

## दो व्यक्ति एक ही दिशा में या विपरीत दिशा में चले



प्रश्नों के हल



- उदा.1 दो एथलीट एक ही स्थान से 6 किमी/घंटा और 4 किमी/घंटा की गति से दौड़ रहे हैं। यदि वे एक ही दिशा में चलते हैं तो 10 मिनट के बाद उनके बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
- उदा.2 सरिता और जूली एक ही स्थान से विपरीत दिशाओं में चलना शुरू करते हैं। यदि जूली 2.5 किमी/घंटा की गति से चलती है और सरिता 2 किमी/घंटा की गति से चलती है, तो वे कितने समय में 18 किमी दूर हो जाएंगे?

## औसत चाल आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 कोई व्यक्ति एक निश्चित दूरी 70 किलोमीटर/घंटा की गति से कार से तय करता है तथा 6 वह 55 किलोमीटर/घंटा की रफ्तार से स्कूटर से अपने प्रस्थान बिंदु (Starting Point) पर वापस लौटता है। यात्रा के दौरान उसकी औसत चाल क्या थी ?
- उदा.2 रमेश 15 किमी. दूरी 20 किमी./घंटा के चाल से 24 किमी. दूरी 10 मीटर/सेकण्ड के चाल से एवं 21 किमी. दूरी 28 किमी. की चाल से तय करता हो, तो उसका औसत चाल कितना होगा ?

## चालों को कम दर से पहुँचे तब/ज्यादा करके जल्दी/दूरी ज्ञात करना



प्रश्नों के हल



- उदा.1 एक व्यक्ति अपनी चाल 25% बढ़ा देता है, तो वह घर से ऑफिस दस मिनट पहले पहुँच जाता है, तो बताइए वास्तविक चाल से चलने पर उसे कितना समय लगेगा ?

**उदा.2** यदि आप घर से स्कूल 4 किमी./घण्टा की चाल से जाते हैं, तो नियत समय से 5 मिनट देरी से पहुँच जाते हैं। परंतु यदि आप 5 किमी./घण्टा से जाते हैं, तो नियत समय से 10 मिनट जल्दी पहुँच जाते हैं। आपके घर से स्कूल के बीच की दूरी (किमी.में) बताइए ?

- (a) 4 (b) 5  
(c) 10 (d) 2

**उदा.3** एक कार स्थान 'P' से 'Q' तक एक नियत चाल से चलती है। यदि इसकी चाल 10 किमी./घंटा बढ़ा दी जाए तो उसे यह दूरी तय करने में 1 घण्टे का समय कम लगता। यदि अब उसकी चाल पुनः 10 किमी./घण्टा और बढ़ा दी जाए, तो उसे यह दूरी तय करने में अब 45 मिनट का समय कम लगता। बताएं इन स्थानों के बीच की दूरी कितनी है ?

- (a) 540 किमी. (b) 420 किमी.  
(c) 600 किमी. (d) 620 किमी.

**दो व्यक्तियों के मिलने के बाद उनके पहुँचने का समय देकर चाल ज्ञात करना**



**उदा.1** किसी बस टर्मिनल से बसें 10 मिनट के अंतराल से 20 किमी./घंटा की चाल से चलती है। विपरीत दिशा से बस टर्मिनल की ओर जाने वाले एक आदमी की चाल कितनी होगी यदि उसे बसें 4 मिनट के अंतराल से मिलती रहें ?

- (a) 3 किमी./घंटा (b) 4 किमी./घंटा  
(c) 5 किमी./घंटा (d) 7 किमी./घंटा

**उदा.2** एक लड़का अपने घर से निश्चित समय पर निश्चित चाल से एक लड़की को ऑफिस से लेने जाता है। लड़की के ऑफिस छोड़ने का समय 5 बजे है। एक दिन लड़की ने 3 बजे ऑफिस छोड़ दिया और 40 किमी./घंटे की रफ्तार से घर की तरफ चल पड़ी और रास्ते में लड़के से मिलती है जो अपने निश्चित समय पर ही घर से चला था। वे घर 40 मिनट जल्दी पहुँच जाते हैं। लड़के की चाल ज्ञात करो ?

**अनुपात आधारित**



प्रश्नों के हल



**उदा.1** A स्थान P को तथा B दूसरे स्थान Q को जाने के लिए रवाना होते हैं। यदि परस्पर मिलने के पश्चात् A तथा B अपने गन्तव्यों तक पहुँचने में क्रमशः 4 घण्टे एवं 9 घण्टे लेते हैं, तो उनकी चालों का अनुपात होगा –

- (a) 3 : 2 (b) 5 : 2  
(c) 9 : 4 (d) 9 : 13

**उदा.2** कोई बैलगाड़ी 3 घण्टे में 24 किमी. की दूरी तय करती है और एक रेलगाड़ी 2 घण्टे में 120 किमी. जाती है। उनकी चालों का अनुपात होगा।

- (a) 2 : 15 (b) 1 : 6  
(c) 1 : 10 (d) 3 : 11

**बंदूक फायरिंग पर आधारित प्रश्न**



**उदा.1** एक निश्चित स्थान से प्रत्येक 12 मिनट के अन्तराल पर फायरिंग किया जाता है। एक रेलगाड़ी उसी दिशा में निश्चित चाल से जा रही है। एक यात्री यह देखता है, कि जब वह पहली आवाज सुनता है, उसी समय दूसरा फायरिंग होता है और उसके 11 मिनट बाद दूसरी आवाज सुनता है। यदि हवा में ध्वनि का वेग 330 मीटर/सेकण्ड हो तो ट्रेन की चाल कितना किमी./घण्टा है ?

**उदा.2** किसी स्थान से 21 मिनट क अंतर पर दो कमान दागे गए हैं। उसी दिशा में आते हुए एक व्यक्ति 20 मिनट 15 सेकण्ड के अंतर पर कमान का शब्द सुना। यदि ध्वनि का वेग 360 मीटर/सेकण्ड हो तो उस व्यक्ति का वेग कितने किमी./घण्टा है।

- (a) 42 किमी./घण्टा (b) 44 किमी./घण्टा  
(c) 48 किमी./घण्टा (d) 50 किमी./घण्टा

### वृत्तीय गति आधारित



उदा.1 किसी गाड़ी के पहिए का व्यास 84 सेमी. है तथा वह एक सेकण्ड में चार चक्कर लगाता है। गाड़ी की चाल कितनी होगी ?

- (a) 105.6 मीटर/सेकण्ड  
 (b) 10.56 मीटर/सेकण्ड  
 (c) आँकड़े अधूरे है  
 (d) 10.58 मीटर/सेकण्ड

उदा.2 5 किमी. लम्बे एक वृत्तीय पथ पर एक बिन्दु से A, B और C एक ही दिशा में, एक ही समय पर क्रमशः 5/2 किमी./घण्टा, 3 किमी./घण्टा और 2 किमी./घण्टा की चाल से चलना प्रारम्भ करते हैं। तब प्रारम्भिक बिन्दु पर वे पुनः कितने घण्टे बाद मिलेंगे ?

- (a) 30 घण्टे (b) 6 घण्टे  
 (c) 10 घण्टे (d) 15 घण्टे

उदा.3 A एक वृत्ताकार रास्ते के 40 मिनट में 8 चक्कर लगा लेता है। यदि वृत्त का व्यास पहले का 10 गुना कर दिया जाए, तो A को पहली वाली चाल से नए वृत्त का एक चक्कर लगाने में कितना समय लगेगा ?

- (a) 25 मिनट (b) 20 मिनट  
 (c) 50 मिनट (d) 100 मिनट

### कुछ दूरी तय करने के बाद गाड़ी का खराब होने पर आधारित



उदा.1 मैं एक निश्चित स्थान पर पहुँचने के लिए सुबह 7 बजे अपनी साइकिल से शुरू हुआ। कुछ दूर चलने के बाद मेरी साइकिल खराब हो गई। नतीजतन, मैंने 35 मिनट तक आराम किया और पूरे रास्ते चलते हुए अपने घर वापस आ गया। मैं दोपहर 1 बजे अपने घर पहुँचा। अगर मेरी साइकिल चलाने की गति 10 किमी प्रति घंटा है और मेरी चलने की गति 1 किमी प्रति घंटे है, तो मैंने अपनी साइकिल पर की दूरी तय की है

- (a)  $4\frac{61}{66}$  km (b)  $13\frac{4}{9}$  km  
 (c)  $14\frac{3}{8}$  km (d)  $15\frac{10}{21}$  km

उदा.2 ट्रेन A को 720 किमी. की दूरी तय करने के लिए ट्रेन B से 1 घंटा अधिक समय लगता है। ट्रेन B के इंजन में गड़बड़ी के कारण उस ट्रेन की चाल एक तिहाई कम हो जाती है, इसलिए उसी यात्रा को पूरा करने के लिए ट्रेन B को ट्रेन A से 3 घंटे अधिक लगते हैं। ट्रेन A (किमी./घंटा में) की चाल क्या है ?

- (a) 80 (b) 90  
 (c) 60 (d) 70

### दो व्यक्ति एक ही स्थान से चले और कोई एक वापस लौटता हो



उदा.1 दो आदमी एक ही समय A से B के लिए क्रमशः 18 किमी./घण्टा एवं 24 किमी./घण्टा की चाल से प्रस्थान करते हैं, दूसरा आदमी B स्थान पर पहुँच कर तुरन्त वापस लौट जाता है और रास्ते में पहला आदमी से मिलता है। यदि A से B की दूरी 105 किमी. हो तो A से कितनी दूरी पर मिलेगी एवं चलने के कितने समय बाद मिलेंगे ?

उदा.2 दो लड़के तथा A एक नियत समय पर मुज्जफरनगर स मेरठ के लिए प्रस्थान करते हैं। यह दूरी 60 किमी. है। x की चाल y को चाल से 4 किमी./घण्टा धीमी है। मेरठ पहुँचकर तुरन्त वापस चल देता है। वापसी में वह मेरठ से 4 किमी. की दूरी x से मिलता है। x की चाल क्या है ?

- (a) 6 किमी./घण्टा (b) 8 किमी./घण्टा  
 (c) 28 किमी./घण्टा (d) 16 किमी./घण्टा

उदा.3 रवि तथा अजय एक साथ एक स्थान A से 60 किमी. की दूरी पर स्थित B के लिए रवाना होते हैं। रवि की चाल, अजय की चाल से 4 किमी./घण्टा कम हैं, अजय B पर पहुँचने के बाद वापस मुड़ता है तथा रवि से एक ऐसे स्थान पर मिलता है, जिसकी B से दूरी 12 किमी. है। रवि की चाल है ?

- (a) 12 किमी./घण्टा (b) 10 किमी./घण्टा  
 (c) 8 किमी./घण्टा (d) 6 किमी./घण्टा

## नाव और धारा (Boat & Stream)



चाल चार प्रकार की होती हैं।

- (1) नाव या नाविक की शान्त जल में चाल
- (2) धारा की चाल
- (3) नाविक या नाव की धारा की दिशा में चाल। (Down Stream)
- (4) नाविक या नाव की धारा के विरुद्ध चाल। (Up Stream)

**(i) अनुप्रवाह (Down Stream) :** यदि नाव धारा की दिशा में चलती है, तब अनुप्रवाह कहा जाता है धारा की दिशा में नाव या नाविक की चाल (D) =  $(x + y)$

**(ii) प्रतिकूल-प्रवाह या उर्ध्वप्रवाह (Up Stream) :** यदि नाव या नाविक धारा के विपरीत दिशा में चलते हो, तब प्रतिकूल प्रवाह कहा जाता है। धारा की विपरीत दिशा में नाव/नाविक की चाल (U) =  $(x - y)$

- यदि धारा के अनुकूल चाल D है और धारा के प्रतिकूल चाल U है तब -  
शांत जल में नाव/नाविक की चाल (x)

$$= \frac{1}{2}(D + 5)$$

$$\text{धारा की चाल (y)} = \frac{1}{2}(D - 5)$$

- यदि धारा की दिशा एवं धारा की विपरीत दिशा में कुछ समय के लिए चलता हो, तो

$$\text{नाविक की चाल} = \frac{\text{दूरी का योग}}{2 \times \text{समय}}$$

$$\text{धारा का वेग} = \frac{\text{दूरी का अंतर}}{2 \times \text{समय}}$$

**उदा.1** एक नाविक धारा की दिशा में 45 मिनट में 12 किमी दूरी तय करता है। जबकि धारा के विपरीत उतने ही समय में 8 किमी दूरी तय करता है, तो बताइए धारा का वेग कितना है?

**हल** वेग =  $\frac{\text{दूरी का अंतर}}{2 \times \text{समय}}$

$$\frac{(12 - 8)}{2 \times \frac{45}{60}} \Rightarrow \frac{4 \times 4}{2 \times 3}$$

$$\Rightarrow 8/3 \text{ किमी/घंटा}$$

यदि किसी नाविक को धारा की दिशा में  $D_1$  किमी दूरी तथा धारा की विपरीत दिशा में  $D_2$  किमी दूरी तय करने में  $t$  घंटे का समय लगता हो तो

$$\frac{D_1}{x + y} + \frac{D_2}{x - y} = t$$

**उदा.2** एक नाविक धारा की दिशा में 24 किमी दूरी एवं धारा की विपरीत दिशा में 18 किमी की दूरी तय करने में 6 घंटे का समय लेता है। यदि नाविक की चाल 10 किमी/घंटा हो, तो धारा का वेग ज्ञात कीजिए ?

**हल**  $\frac{24}{10 + y} + \frac{18}{10 - y} = 6$   
 $\Rightarrow \frac{4}{10 + y} + \frac{3}{10 - y} = 1$

$$\frac{40 - 4y + 30 + 3y}{(10 + y)(10 - y)} = 1$$

$$\Rightarrow 70 - y = 100 - y^2$$

$$y^2 - y - 30 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 6y + 5y - 30 = 0$$

$$y(y - 6) + 5(y - 6) = 0$$

$$(y - 6)(y + 5) = 0$$

$$\Rightarrow y = 6, 5 \text{ \{धनात्मक मान लेने पर\}}$$

$$\Rightarrow y = 6 \text{ किमी/घंटा}$$

- यदि नाविक धारा की दिशा में निश्चित दूरी तय कर पुनः वापस लौट आता है, तब दूरी

$$\frac{d}{x + y} + \frac{d}{x - y} = t \quad \Rightarrow d = \frac{t(x^2 - y^2)}{2x}$$

### अभ्यास प्रश्न

अनुकूल/प्रतिकूल प्रवाह में नाविक/तैराक की चाल



**उदा.1** नाविक धारा की दिशा में 18 किमी. की दूरी 40 मिनट में तय कर सकता है। यदि धारा का वेग 4 km/h हो, तो धारा के विपरीत नाविक की चाल ज्ञात कीजिए ?

(a) 18 km/h

(b) 19 km/h

(c) 20 km/h

(d) 21 km/h

**उत्तर** (b)

उदा.2 एक नाविक धारा की दिशा में 18 km दूरी 2 घंटा 30 मिनट में तय करता है, जबकि उतने ही समय में धारा के विपरीत वह 12 km दूरी तय करता है, तो बताइए शान्त जल में नाविक की चाल कितनी हैं ?

- (a) 5 km/h (b) 7 km/h  
(c) 6 km/h (d)  $5\frac{1}{2}$  km/h

उत्तर (c)

### अनुकूल/प्रतिकूल प्रवाह में धारा की चाल



उदा.1 एक नाव शान्त जल में 1 घंटे में 6 किमी. की दूरी तय करती हैं। वह धारा के प्रतिकूल उतनी ही दूरी धारा की दिशा के अपेक्षा तीन गुने समय में तय करती है, तो धारा की चाल ज्ञात करें ?

- (a) 4 किमी./घंटा  
(b) 5 किमी./घंटा  
(c) 3 किमी./घंटा  
(d) 2 किमी./घंटा

उत्तर (c)

उदा.2 दो बिंदुओं  $x$  और  $y$  के बीच की दूरी 160 किमी. हैं। एक नाव  $x$  से  $y$  अनुप्रवाह में यात्रा करती है और  $y$  से  $x$  की ओर वापस प्रतिवाह में यात्रा करती है और सम्पूर्ण यात्रा में वह 26 घंटे का समय लेती हैं। यदि स्थिर जल में नाव की चाल 13 किमी./घंटे है, तो धारा की चाल (किमी./घंटे में) क्या हैं ?

- (a) 4 किमी./घंटा (b) 5 किमी./घंटा  
(c) 3 किमी./घंटा (d) 2 किमी./घंटा

उत्तर (c)

### दूरी निकालने पर आधारित



उदा.1 एक व्यक्ति स्थिर पानी में 11 किमी./घंटा की चाल से नाव चला सकता है। धारा की चाल 7 किमी./घंटा हैं। उसे धारा के अनुकूल दिशा की तुलना में धारा के प्रतिकूल दिशा में समान दूरी तय करने में 7 घंटे अधिक लगते हैं। तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए ?

- (a) 36 किमी (b) 30 किमी  
(c) 24 किमी (d) 28 किमी

हल (a)

उदा.2 दो दोस्त एक – दूसरे से मिलने के लिए निकल पड़े। महेश 20 किमी./घंटा की गति के साथ बिंदु A से बिंदु B तक बहाव के साथ और राजेश ने बिंदु B से 40 किमी./घंटा की गति के साथ बहाव के प्रतिकूल हैं। यदि बहाव की गति 10 किमी./घंटा है और बिंदु A और B के बीच की दूरी 195 किमी. है और महेश ने राजेश से 30 मिनट पहले शुरुआत की हैं। बिंदु A से वे जिस दूरी पर मिलते हैं, उसे ज्ञात कीजिए –

- (a) 100 किमी. (b) 150 किमी.  
(c) 97.5 किमी. (d) 105 किमी.

हल (d)

### गुणात्मक सम्बन्ध आधारित



उदा.1 शान्त जल में एक व्यक्ति की गति  $4\frac{1}{2}$  किमी./घंटा हैं। यदि वह जितने समय में धारा की दिशा में कुछ दूरी तय करता है। उतनी ही दूरी धारा की प्रतिकूल दिशा में दोगुने समय में तय करता है, तो धारा की चाल (किमी./घंटे में) ज्ञात करें ?

- (a) 1 किमी. (b) 1.5 किमी.  
(c) 2 किमी./घंटा (d) 2.5 किमी./घंटा

हल (b)

उदा.2 एक नाव स्थिर पानी में एक घंटे में 15 किमी. चलती है और उतनी ही दूरी को प्रवाह की विपरीत दिशा में तय करने के लिए तीन गुना समय लेती हैं। धारा प्रवाह की चाल (किमी./घंटा में) क्या हैं ?

- (a) 10 किमी./घंटा (b) 12 किमी./घंटा  
(c) 13 किमी./घंटा (d) 14 किमी./घंटा

हल (a)

उदा.3 स्थिर जल में नाव की गति प्रवाह की गति से आठ गुनी हैं। नाव के द्वारा 315 किमी अनुप्रवाह और 385 किमी अपवाह की दूरी तय करने में 18 घंटे का समय लगता है। तो, नाव को 225 किमी अनुप्रवाह की दूरी तय करने में कितना समय लगेगा ?

- (a) 4 घंटे (b) 5 घंटे  
(c) 6 घंटे (d) 3 घंटे

हल (b)

## पाईप और टंकी (Pipe & Cistern)



- यह अध्याय कार्य-समय अध्याय से मेल रखता है, वहाँ हमने कार्य-क्षमता के बारे में पढ़ा था, उसी प्रकार यहाँ भी टंकी के भरने और खाली करने की क्षमता ठीक उसी प्रकार निकाली जाती है।
- यदि कोई नल किसी टंकी को  $x$  घण्टे में भरता है तो 1 घण्टे में भरेगा  $\frac{1}{x}$  भाग (टंकी का)
- उसी प्रकार कोई नल किसी टंकी को  $x$  घण्टे में खाली करता है तो 1 घण्टे में खाली करेगा  $\frac{1}{x}$  भाग (टंकी का)

**नल/पाइप दो प्रकार का होता है –**

1. प्रवेशिका (Inlet) :- भरने वाला नल/पाइप → क्षमता (+)
2. निकास (Outlet) :- खाली करने वाला नल/पाइप → क्षमता (–)

जब दोनों नल मिलकर काम करें तो Result धनात्मक (+) होने पर टंकी भरेगी और Result ऋणात्मक (–) होने पर टंकी खाली होगी।

यदि टंकी पूर्णतः खाली हो जाये तो, काम का योग = 0 होगा।

**उदा.1** दो नल किसी टंकी को क्रमशः 20 मिनट एवं 30 मिनट में भर सकते हैं जबकि तीसरा नल उसे 8 मिनट में खाली कर सकता है। भरने वाले नलों को एक साथ खोल दिया जाता है और 9 मिनट बाद तीसरा नल खोल दिया जाता है तो टंकी कितने मिनट में खाली हो जायेगी ?

- (a) 15 मिनट                                      (b) 18 मिनट  
(c) 20 मिनट                                      (d) 25 मिनट

**उत्तर**

(b)

**हल** माना तीसरा नल  $x$  मिनट तक काम करता है।

$$\frac{x+9}{20} + \frac{x+9}{30} - \frac{x}{8} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{6x+54+4x+36-15x}{120} = 0$$

$$10x + 90 - 15x = 0 \Rightarrow 5x = 90$$

$$x = \frac{90}{5} \Rightarrow x = 18 \text{ मिनट}$$

**उदा.2** दो नल किसी टंकी को 30 मिनट एवं 45 मिनट में भर सकते हैं। इसकी नली में छेद के कारण प्रति मिनट 12 लीटर पानी बाहर निकलता है। नलों को खोलने के बाद टंकी भरने में 2 मिनट होने के कारण टंकी कितने मिनट में खाली हो जाएगी एवं टंकी की क्षमता ज्ञात कीजिए ?

- (a) 180 मिनट, 2160 लीटर  
(b) 160 मिनट, 2250 लीटर  
(c) 180 मिनट, 2350 लीटर  
(d) 160 मिनट, 2560 लीटर

**उत्तर**

(a)  
**हल** नलों द्वारा टंकी भरने में लिया गया समय  
 $= \frac{30 \times 45}{75} = 18$  मिनट

वास्तविक समय =  $18 + 2 = 20$  मिनट  
पानी लीक होने से  $x$  मिनट में खाली हो जाती है।

$$\frac{1}{18} - \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{18} - \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$$

$$x = 180 \text{ मिनट} \Rightarrow \text{टंकी की क्षमता} = 180 \times 12$$

$$\Rightarrow 2160 \text{ लीटर}$$

### **2<sup>nd</sup> Method**

भरने या खाली होने में लगा समय =  $\frac{(x+m)x}{m}$

जहाँ  $x$  = नलों द्वारा लिया गया समय,  $m$  = अतिरिक्त समय  
खाली होने में लगा समय

$$= \frac{(18+2) \times 18}{2} = 20 \times 9 = 180 \text{ मिनट}$$

टंकी की क्षमता =  $180 \times 12 = 2160$  लीटर

**उदा.3** दो नल किसी टंकी को क्रमशः 24 मिनट एवं 40 मिनट में भर सकते हैं, जबकि तीसरा नल उसे खाली करता है। एक व्यक्ति भरने वाले नलों को खोलकर कहीं चला जाता है और वह तभी वापस लौटता है जब टंकी को भर जाना चाहिए था। लौटकर देखता है कि तीसरा नल खुला रह गया है तुरंत उसे बंद करके 5 मिनट बाद टंकी भर जाती है, तो तीसरा नल भरी हुई टंकी को कितने मिनट में खाली कर सकता है ?

- (a) 50 मिनट                                      (b) 55 मिनट  
(c) 45 मिनट                                      (d) 60 मिनट

**उत्तर**

(c)

**हल** दोनों नलों द्वारा टंकी भरने में लिया गया समय  
 $= \frac{24 \times 40}{64} = 15$  मिनट

तीसरा नल  $x$  मिनट में टंकी खाली करता है

$$\frac{20}{24} + \frac{20}{40} - \frac{15}{x} = 1 \Rightarrow \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{15}{x}$$

$$\frac{5+3-6}{6} = \frac{15}{x} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{15}{x}$$

$$\Rightarrow x = 45 \text{ मिनट}$$

### अभ्यास प्रश्न

#### जब दो या दो से अधिक नल एक साथ कार्य करे



प्रश्नों के हल



**उदा.1** दो पाइप A और B एक टैंक को क्रमशः 20 मिनट और 30 मिनट में भर सकते हैं। यदि दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जायें तो टैंक को भरने में कितना समय लगेगा ?

- (a) 50 मिनट                      (b) 12 मिनट  
(c) 25 मिनट                      (d) 15 मिनट

उत्तर (b)

**उदा.2** एक पाइप किसी टंकी को 40 मिनट में खाली करता है। दूसरा पाइप जिसका व्यास पहले पाइप से दुगुना है, टैंक को खाली करने के लिए जोड़ दिया जाता है। दोनों पाइप एक साथ टैंक को कितने समय में खाली करेंगे ?

- (a) 8 मिनट                      (b)  $13\frac{1}{3}$  मिनट  
(c) 30 मिनट                      (d) 38 मिनट

उत्तर (a)

#### बारी-बारी से नल खोलने पर आधारित



सिद्धांत

प्रश्नों के हल



**उदा.1** तीन नल A, B और C एक टंकी को क्रमशः 12, 15 और 20 घंटे में भर सकते हैं। यदि नल A पूरे समय खुला रहे तथा B और C बारी-बारी से एक-एक घंटे के लिए खोले जाते हैं, तो टंकी कितने समय में भर जाएगी ?

- (a) 6 घंटे                      (b)  $6\frac{1}{2}$  घंटे  
(c) 7 घंटे                      (d)  $7\frac{1}{2}$  घंटे

उत्तर (c)

**उदा.2** तीन पाइप A, B तथा C एक टंकी से जोड़े गये हैं। A तथा B इसे क्रमशः 60 और 75 मिनट में भर सकते हैं, जबकि C इसे 100 मिनट में खाली कर सकता है। यदि A, B तथा C को बारी-बारी से 1 मिनट के लिए खोला जाता है, तो टंकी कितनी देर में भरेगी ?

- (a) 176 मिनट                      (b) 150 मिनट  
(c)  $148\frac{1}{4}$  मिनट                      (d) 170 मिनट

उत्तर (c)

#### शर्त पर आधारित



सिद्धांत

प्रश्नों के हल



**उदा.1** दो पाइप A और B एक टैंक को क्रमशः 15 मिनट और 20 मिनट में भर सकते हैं। दोनों पाइपों को एक साथ खोल दिया जाता है लेकिन 4 मिनट बाद पाइप A को बंद कर दिया जाता है। टैंक को भरने के लिए कुल कितना समय चाहिए ?

- (a) 10 min 20 sec                      (b) 11 min 45 sec  
(c) 12 min 30 sec                      (d) 14 min 40 sec

उत्तर (d)

**उदा.2** दो नल A तथा B तेल की टंकी को क्रमशः 15 मिनट तथा 18 मिनट में भर देते हैं जबकि टंकी को खाली करने के लिए तीसरे नल का प्रयोग किया जाता है। A तथा B को 6 मिनट तक खोलने के बाद तीसरा नल खोल दिया जाता है, यदि तीसरे नल के खोलने के 16.5 मिनट बाद टंकी खाली हो जाये, तो तीसरा नल भरी टंकी को कितने समय में खाली कर देगा ?

- (a) 12 मिनट                      (b) 10 मिनट  
(c) 6 मिनट                      (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (c)

#### टंकी भरे भी और साथ में खाली भी हो



प्रश्नों के हल



**उदा.1** एक पाइप किसी टंकी को 5 घंटों में पानी से भर सकता है और टंकी को कोई दूसरा पाइप 4 घंटों में खाली कर सकता है। यदि टंकी पूर्णतया भरी हुयी हो और दोनों पाइपों को खोल दिया जाये तो टंकी कितने घंटों में खाली हो जायेगी।

- (a) 9 घंटे                      (b) 18 घंटे  
(c) 20 घंटे                      (d)  $20\frac{1}{2}$  घंटे

उत्तर (c)

**उदा.2** पाइप A और B का प्रयोग टंकी को भरने के लिए किया जाता है। A टंकी को B से दोगुनी तेजी से भर सकता है। पाइप C और D टंकी को खाली कर सकते हैं। D टंकी को खाली करने में समान समय लेता है जो समय B इसे भरने में लेता है। पाइप C टंकी को 6 घंटे में खाली कर सकता है। यदि सभी 4 पाइपों को एकसाथ खोल दिया जाता है, तो टंकी को भरने में कितने घंटे का समय लगेगा? मान लीजिये D टंकी को C से दोगुनी तेजी से खाली कर सकता है।

- (a) 1 घंटा                                      (b) 0.5 घंटा  
 (c) 3 घंटा                                      (d) 2 घंटा

उत्तर

(d)

**जब टंकी का कुछ भाग भरा जाए या खाली किया जाए**



प्रश्नों के हल



**उदा.1** एक पाइप किसी टैंक को 6 घंटे में भर सकता है। आधी टंकी भरने के बाद, इसी प्रकार के तीन और नल खोल दिये जाते हैं। टंकी को पूरा भरने में कुल कितना समय लगेगा ?

- (a) 4 घंटे                                      (b) 4 घंटे 15 मिनट  
 (c) 3 घंटे 15 मिनट                      (d) 3 घंटे 45 मिनट

उत्तर

(d)

**उदा.2** पाइप P और Q किसी टंकी को क्रमशः 10 तथा 12 घंटे में भरते हैं और C, 6 घंटे में खाली करता है। यदि तीनों पाइपों को एक साथ सुबह 7 बजे

खोल दिया जाता है तो टैंक का  $\frac{1}{4}$  भाग कब तक

भर जाएगा।

- (a) 10 am                                      (b) 10 pm  
 (c) 11 pm                                      (d) 11 am

उत्तर

(b)

**टंकी की क्षमता आधारित**



प्रश्नों के हल



**उदा.1** दो पाइप A और B एक पानी की टंकी को क्रमशः 20 और 24 मिनट में भरते हैं और तीसरा पाइप C टंकी को 3 गैलन/मिनट के हिसाब से खाली करता है। यदि A, B और C को एक साथ खोल दिया जाता है तो टैंक 15 मिनट में भर जाता है। टैंक की क्षमता बताएं।

- (a) 180    (b) 150  
 (c) 120    (d) 60

उत्तर

(c)

**उदा.2** नल A किसी हौज को 20 मिनट में भर सकता है जबकि नल B इसमें से 5 लीटर प्रति सेकण्ड की दर से पानी बाहर निकालता है, पूर्णतः खाली हौज में दोनों नल एक साथ खोल दिये जाने पर 100 मिनट में हौज भर जाता है, हौज की क्षमता कितनी है ?

- (a) 1500 लीटर                                      (b) 4500 लीटर  
 (c) 6500 लीटर                                      (d) 7500 लीटर

उत्तर

(d)



## अनुपात एवं समानुपात (Ratio & Proportion)



### अनुपात

- दो संख्याओं या राशियों की विभाजन से तुलना एक अनुपात कही जाती है।
- संकेत —:
- a से b का अनुपात निम्न तरीके से लिखा जा सकता है।

$$a : b = \frac{a}{b} = a \div b$$

- अनुपात का पहला पद, पूर्व पद कहलाता है तथा दूसरे पद को अंतिम पद कहते हैं।

### मिश्रित अनुपात

दो या दो से अधिक अनुपात के पूर्व पदों के गुणनफल तथा अंतिम पदों के गुणनफल से बने नए अनुपात को मिश्रित अनुपात कहते हैं।

जैसे — 4 : 3, 9 : 13, 26 : 5, 2 : 15 का मिश्रित अनुपात

$$\frac{4 \times 9 \times 26 \times 2}{3 \times 13 \times 5 \times 15} = \frac{16}{25}$$

### विलोम या व्युत्क्रमानुपात

वह अनुपात जिसमें पहली प्रकार की राशि के बढ़ने से दूसरी प्रकार की राशि घटे, विलोमानुपात कहलाता है।

a : b का विलोमानुपात =  $\left(\frac{1}{a} : \frac{1}{b}\right) \times (a \text{ तथा } b \text{ का LCM})$

### सम्मिलित अनुपात

- यदि पहली व दूसरी राशियों के बीच अनुपात = a : b  
दूसरी व तीसरी राशियों के बीच अनुपात = c : d  
तब तीनों राशियों के बीच सम्मिलित अनुपात

$$\begin{array}{ccc}
 a & : & b \\
 & \searrow & \swarrow \\
 & c & : & d \\
 \hline
 ac & : & bc & : & bd
 \end{array}$$

उदा. यदि A : B = 4 : 5 तथा B : C = 6 : 7 तो A : C = ?

हल

$$\begin{array}{ccc}
 A & : & B & : & C \\
 4 & : & 5 & & \\
 & \searrow & \swarrow & & \\
 & 6 & : & 7 & \\
 \hline
 24 & : & 30 & : & 35
 \end{array}$$

अतः A : C = 24 : 35

- पहली व दूसरी राशि के बीच अनुपात = a : b  
दूसरी व तीसरी राशि के बीच अनुपात = c : d  
तीसरी व चौथी राशि के बीच अनुपात = e : f

$$\begin{array}{ccc}
 a & : & b \\
 & \searrow & \swarrow \\
 & c & : & d \\
 & \searrow & \swarrow \\
 & e & : & f
 \end{array}$$

$$\underline{ace : bce : bde : bdf}$$

उदा. यदि A : B = 1 : 2, B : C = 3 : 4, C : D = 2 : 3 तब A : B : C : D = ?

$$\begin{array}{cccc}
 \text{हल} & A & : & B & : & C & : & D \\
 & 1 & : & 2 & & & & \\
 & & & & & 3 & : & 4 \\
 & & & & & & & 2 & : & 3
 \end{array}$$

$$\underline{6 : 12 : 16 : 24} \text{ या } \underline{3 : 6 : 8 : 12}$$

### समानुपात

समानुपात :- चार राशियाँ एक समानुपात में कही जाती हैं, यदि पहली और दूसरी राशियों का अनुपात तीसरी और चौथी राशियों के अनुपात के बराबर हो।

- दोनों अनुपात को बराबर बताने के लिए संकेत ':' या '=' का प्रयोग किया जाता है।

निम्नलिखित दो अनुपातों पर विचार कीजिए :-

पहला अनुपात	दूसरा अनुपात
6 : 18	8 : 24

6 : 18 एवं 8 : 24 दोनों में ही 6, 18 का एक तिहाई व 8, 24 का एक तिहाई हैं। अनुपातों की इस समानता को ही समानुपात कहते हैं।

उदा. 6 तथा 9 का प्रथम समानुपाती क्या होगा ?

$$\text{हल} \quad a = \frac{b^2}{c} = \frac{6^2}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

उदा. 0.32 तथा 0.02 का मध्य समानुपाती क्या होगा ?

$$\text{हल} \quad b = \sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{0.32 \times 0.02} = \sqrt{0.0064} \Rightarrow 0.08$$

उत्तर

- यदि a : b :: c : d हो, तो हम a तथा b को बाह्य पद और c तथा d को मध्य पद कहते हैं।

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल  
(a × d) = (b × c)

- मध्यानुपाती (a, b)

माना मध्यानुपाती x है तब

$$a : x :: x : b$$

$$x^2 = ab$$

$$x = \sqrt{ab}$$

- **तृतीयानुपाती (a, b)**  
माना तृतीयानुपाती x है तब  
 $a : b :: b : x$   
 $b^2 = ax$   
 $x = \frac{b^2}{a}$

- **चतुर्थानुपाती (a, b, c)**  
माना चतुर्थानुपाती x है तब  
 $a : b :: c : x$   
 $ax = bc$   
 $x = \frac{bc}{a}$

### अनुपात के बारे में कुछ तथ्य

#### 1. एकांतरानुपात (Alternendo)

यदि  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  तो  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

#### 2. विलोमानुपात (Invertendo)

यदि  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  तो  $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

#### 3. योगानुपात (Componendo)

यदि  $a : b :: c : d$  हो  
तो  $(a + b) : b :: (c + d) : d$   
अर्थात्  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

तो  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

#### 4. अंतरानुपात (Dividendo)

यदि  $a : b :: c : d$  तो  
 $(a - b) : b :: (c - d) : d$   
अर्थात्  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  तब  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

#### 5. योगान्तरानुपात (Compendo & Dividendo)

यह योगानुपात तथा अन्तरानुपात का सम्मिलित रूप है।  
यदि  $a : b :: c : d$  एक समानुपात हो।  
तो  $(a + b) : (a - b) :: (c + d) : (c - d)$   
या  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

### अनुपात के गुण

- (1) अनुपात के अंश व हर को समान संख्या से गुणा करने पर कोई परिवर्तन नहीं आता है।  
जैसे :-  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{9}$  (इस  $\frac{2}{3}$  व  $\frac{6}{9}$  के अनुपातों का मान समान ही है)

- (2) अंश व हर दोनों को समान राशि से भाग करने पर अनुपात का मान वही रहता है।

जैसे :-  $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$  (ये सभी अनुपात समान हैं)

- (3) यदि x को P तथा Q के मध्य a : b के अनुपात में बाँटा जाता हो, तो

P का भाग =  $\frac{a}{a+b} \times x$

Q का भाग =  $\frac{b}{a+b} \times x$

P तथा Q के भागों का अंतर =  $\frac{a-b}{a+b} \times x$  (जहाँ a > b)

- (4) P, Q, R के भागों में a : b : c का अनुपात होने पर यदि P का भाग x हो तो -

(i) Q का भाग =  $\frac{b}{a} \times x$

(ii) R का भाग =  $\frac{c}{a} \times x$

(iii) Q तथा R के भागों का अंतर =  $\frac{b-c}{a} \times x$  (जहाँ b > c)

(iv) P, Q तथा R का कुल भाग =  $\frac{a+b+c}{a} \times x$

- (5) यदि हिस्सा में जोड़ने या घटाने के बाद अनुपात प्राप्त होता है।

$x = \frac{\text{कुल राशि} \pm \text{अतिरिक्त राशि}}{\text{अनुपात का योग}}$

**उदा.** A के हिस्से में 20 रुपये मिला दिये जाए तथा B के हिस्से से 25 रुपये निकाले जाये तो उनके हिस्सों का अनुपात 4 : 5 हो जाता है। यदि कुल राशि 2165 रुपये हो तो A का हिस्सा कितना रुपया होगा।

**हल**  $\frac{2165 - 5}{9} \Rightarrow \frac{2160}{9} = 240$

A + 20 = 4 × 240

A = 960 - 20 = 940

B - 25 = 5 × 240

B = 1200 + 25 = 1225

#### निकालने की प्रक्रिया बार-बार दोहराने पर

- एक कंटेनर जिसमें a लीटर द्रव है, b लीटर निकालकर उसकी जगह पर उतना ही पानी मिला दिया जाता है। यह प्रक्रिया 'n' बार दोहराई जाती है तो n वीं क्रिया के बार कंटेनर में बचे हुए दूध की मात्रा -

=  $a \left(1 - \frac{b}{a}\right)^n$  लीटर

- यदि दूध और पानी के x लीटर मिश्रण में दूध एवं पानी a : b के अनुपात में हो तो उस मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात c : d करने के लिए उसमें  $\frac{x(ad-bc)}{c(a+b)}$  लीटर पानी मिलाना होगा।

### मोमबत्ती पर आधारित प्रश्न

समान ऊँचाई की दो मोमबत्तियाँ एक ही समय पर जलाई जाती हैं। पहली मोमबत्ती  $T_1$  घंटे में पूरी जलती है तथा दूसरी मोमबत्ती  $T_2$  घंटे में पूरी जलती है, तो  $\frac{T_1 T_2 (a-b)}{aT_1 - bT_2}$  घंटे बाद बचे हुए भाग की ऊँचाई का अनुपात  $a : b$  होगा।

### अभ्यास प्रश्न

#### साधारण अनुपात-आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि 1000 रुपये को A तथा B में 3:2 के अनुपात में विभक्त करें, तो A को प्राप्त होंगे -

- (a) 400 रुपये (b) 500 रुपये  
(c) 600 रुपये (d) 800 रुपये

उत्तर (c)

उदा.2 किसी मैदान की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 5:2 है। यदि मैदान को चौड़ाई 40 मीटर हो, तब मैदान की लम्बाई ज्ञात करें ?

- (a) 200 मीटर (b) 100 मीटर  
(c) 50 मीटर (d) 80 मीटर

उदा.3 एक पेपर बण्डलों से भरा हुआ बक्सा 36 किलोग्राम वजन की है। यदि बक्से और पेपर बण्डल का वजन 3:22 के अनुपात में हो तो पेपर का वजन ज्ञात करें।

- (a) 30680 ग्राम (b) 30710 ग्राम  
(c) 31500 ग्राम (d) 31680 ग्राम

उत्तर (d)

### संख्याओं के जोड़, गुणन और घटाने पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 दो प्राकृत संख्याएँ 3 : 5 के अनुपात में हैं तथा इनका गुणनफल 2160 है। इनमें से छोटी संख्या क्या होगी ?

- (a) 36 (b) 24  
(c) 8 (d) 12

उत्तर (a)

उदा.2 तीन संख्याएँ क्रमशः 3 : 4 : 5 के अनुपात में हैं। पहली तथा तीसरी संख्या का योग दूसरी संख्या से 52 अधिक है तो सबसे बड़ी संख्या क्या है ?

- (a) 65 (b) 52  
(c) 79 (d) 63

(e) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (a)

उदा.3 दो संख्याओं के अन्तर, योगफल तथा गुणनफल का अनुपात 1 : 7 : 24 है, इन संख्याओं का गुणनफल कितना होगा ?

- (a) 36 (b) 52  
(c) 48 (d) 40

उत्तर (c)

### अनुपात-समानुपात पर आधार



उदा.1 वह कौन-सी भिन्न है जिसका  $\frac{1}{27}$  के साथ वही अनुपात है जो  $\frac{3}{11}$  तथा  $\frac{5}{9}$  का अनुपात है ?

- (a)  $\frac{1}{11}$  (b)  $\frac{3}{11}$   
(c) 55 (d)  $\frac{1}{55}$

उत्तर (d)

उदा.2 16 तथा 24 का तृतीयानुपाती क्या है ?

- (a) 20 (b) 18  
(c) 36 (d) 40

उत्तर (c)

उदा.3 6 तथा 54 के बीच मध्यानुपाती क्या है ?

- (a) 9 (b) 12  
(c) 16 (d) 18

उत्तर (d)

### सम्मिलित / मिश्र अनुपात ज्ञात करना



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि  $2A = 3B = 4C$ , तो A : B : C

- (a) 2 : 3 : 4 (b) 4 : 3 : 2  
(c) 6 : 4 : 3 (d) 3 : 4 : 6

उत्तर (c)

उदा.2 यदि  $a : b = \frac{2}{9} : \frac{1}{3}$ ,  $b : c = \frac{2}{7} : \frac{5}{14}$  तथा  $d : c = \frac{7}{10} : \frac{3}{5}$

हो तो  $a : b : c : d = ?$

उदा.3 यदि  $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 6 : 7 : 8$  तथा  $(a + b + c) = 14$ , तब c का मान है -

- (a) 6 (b) 7  
(c) 8 (d) 14

उत्तर (a)