Toppersnotes®

Unleash the topper in you

BPSC

Prelims & Mains

बिहार संघ लोक सेवा आयोग

सामान्य अध्ययन

पेपर I – भाग – 3

सामान्य मानसिक क्षमता और सांख्यिकीय विश्लेषण, रेखांकन और आरेख

SIERRA INNOVATIONS

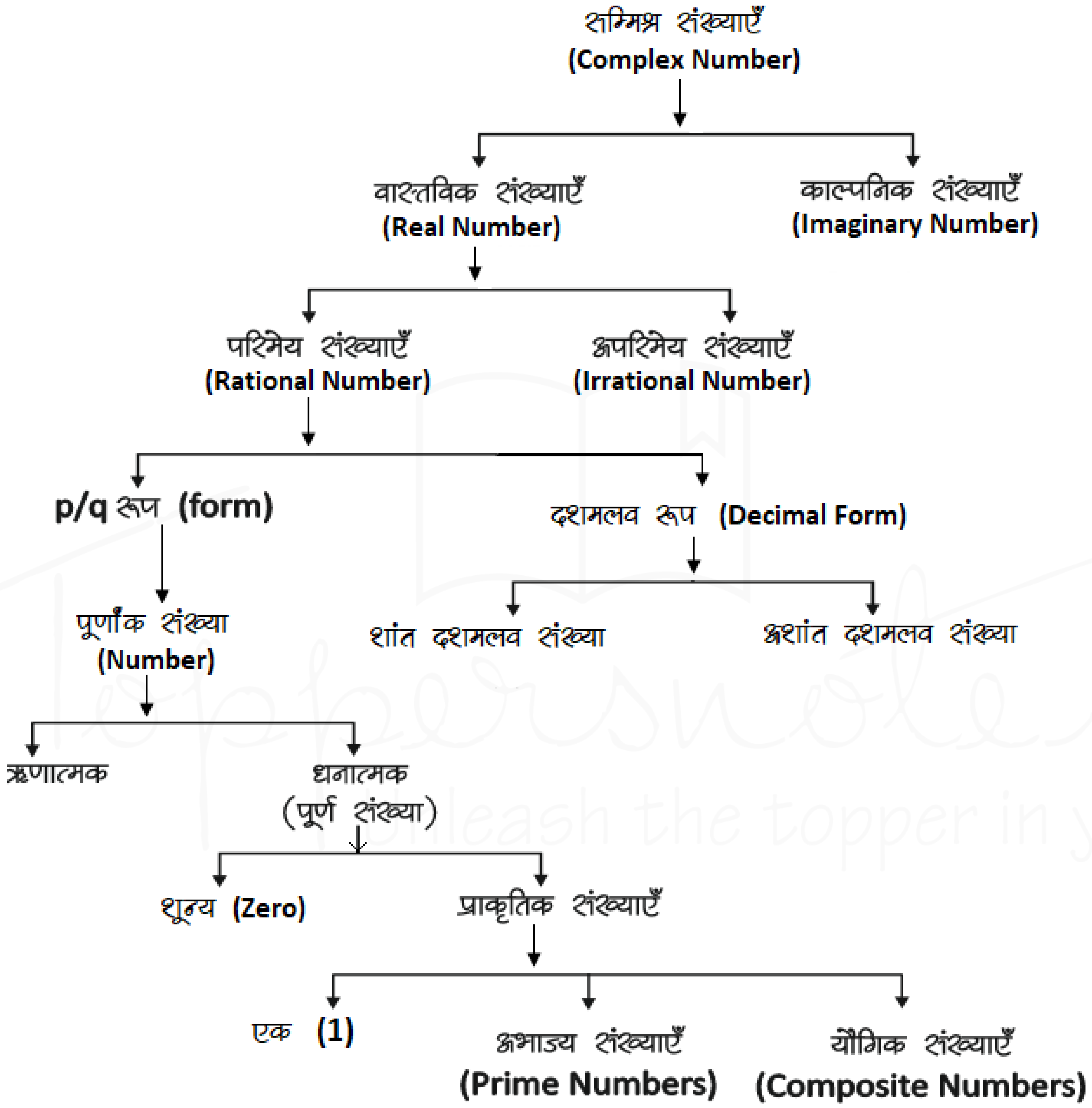
BPSC

पेपर -1 भाग - 3

सामान्य मानसिक क्षमता और सांख्यिकीय विश्लेषण, रेखांकन और आरेख

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
1.	संख्या पद्धति	1
2.	सरलीकरण	13
3.	अनुपात एवं समानुपात	25
4.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	33
5.	औसत	39
6.	समय और कार्य	46
7.	चाल, समय और दूरी	53
8.	प्रतिशतता	60
9.	लाभ – हानि	72
10.	साधारण ब्याज	79
11.	चक्रवृद्धि ब्याज	85
12.	क्षेत्रमिति	93
13.	बीजगणित	112
14.	समुच्चय	126
15.	लघुगणक	130
16.	घडी	137
17.	श्रृंखला	144
18.	डाटा इंटरप्रिटेशन	151

संख्या पद्धति
(Number System)



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number) (z)

Z = वास्तविक संख्या + काल्पनिक संख्या

$\boxed{Z = a + ib}$

जहाँ a = वास्तविक संख्या

b = काल्पनिक संख्या

वास्तविक संख्याएँ

परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

काल्पनिक संख्याएँ : जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

पूर्णांक संख्याएँ : संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ-साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं, इसे I से सूचित करते हैं।

$I = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

प्राकृत संख्याएँ : जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते हैं।

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

पूर्ण संख्याएँ : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते हैं, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं।

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

n वां पद $= 2n$

प्रथम n सम संख्याओं का योग $= n(n+1)$

प्रथम n सम संख्याओं के वर्गों का योग $= \dfrac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$\left\{n = \dfrac{\text{अंतिम पद}}{2}\right\}$

विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती हैं।

प्रथम n विषम संख्याओं का योग $= n^2$

$\left\{n = \dfrac{\text{अंतिम पद} + 1}{2}\right\}$

प्राकृतिक संख्याएँ : प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \dfrac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग $= \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है।

उदाहरण – $11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) – जिसके सिर्फ दो form हो– $1 \times$ संख्या

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19........}

जहाँ 1 Prime Number नहीं है ।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है ।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोडा है ।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number है ।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है ।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है ।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

सह अभाज्य संख्याएँ – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो ।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)
HCF = 1

Perfect Number (परफेक्ट संख्या) – वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोडकर)

उदाहरण – 6 → 1, 2, 3 → यहाँ 1+2+3 → 6
28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1+2+4+7+14 → 28

परिमेय (Rational) संख्याएँ – वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए ।

उदाहरण – 2/3, 4/5, $\frac{10}{-11}$, $\frac{7}{8}$

अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ – इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता ।

उदाहरण – $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \ldots \ldots$

पूर्णवर्ग संख्या

Unit Digit जो वर्ग के हो सकते है	जो नहीं हो सकते
• 0	2
• 1	3
• 4	7
• 5 or 25	8
• 6	
• 9	

- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे ।

<u>नोट</u> – अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए ।

Binary व Decimal में बदलना

1. Decimal संख्या को Binary में बदलना

किसी दशमलव संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त दशमलव संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते है जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है ।

उदाहरण –

2	89	$2 \times 44 = 88$; $89 - 88 = 1$
	44	$2 \times 22 = 44$; $44 - 44 = 0$
	22	$2 \times 11 = 22$; $22 - 22 = 0$
	11	$2 \times 5 = 10$; $11 - 10 = 1$
	5	$2 \times 2 = 4$; $5 - 4 = 1$
	2	$2 \times 1 = 2$; $2 - 2 = 0$
	1	अंतिम भागफल

अतः 89 के समतुल्य Binary number = $(1011001)_2$

2. Binary को Decimal में बदलना

Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाई ओर एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दुगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है ।

उदाहरण –

1	0	1	1	0	0	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

Now

$(1011001)_2$ $= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 \times 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1$ $\{2^0 = 1\}$

$= 89$

भाजकों की संख्या या गुणनसंख्या की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोडकर गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी ।

उदाहरण – 2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है ।

हल – $2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$

भाजकों की संख्या $= (3+1)\ (1+1)\ (1+1)\ (1+1)$

$= 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

इकाई का अंक ज्ञात करना

1. जब संख्या घात (power) के रूप में हो

   जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा।

   जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना शेष प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः कट जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. सरलीकरण के रूप में हो

   प्रत्येक संख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

1. यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो

   n विषम होने पर (a+b) इसका भाजक होगा।

2. यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो।

   n विषम होने पर भाजक $\rightarrow$ (a–b)

   n सम होने पर भाजक $\rightarrow$ (a – b) या (a + b) या दोनों।

1. $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।
2. $a^n \div (a+1)$ $\begin{cases} \text{यदि n सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा।} \\ \text{यदि n विषम हो, तो शेषफल a होगा} \end{cases}$
3. $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा
4. $(a^n + a) \div (a+1)$ $\begin{cases} \text{यदि n सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा।} \\ \text{यदि n विषम हो, तो शेषफल } (a-1) \text{ होगा।} \end{cases}$

शांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

अशांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद चलते रहते हैं और ये दो तरह के हो सकते हैं ।

0.3333, 0.7777, 0.183183183..........

पुनरावृत्ति Repeating	जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक । इसे भिन्न में लिखा जा सकता है ।

Non Repeating Decimal	जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती ।

आवर्ती दशमलव भिन्न

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है तो बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है ।

जैसे - $\frac{1}{3} = 0.333...,\ \frac{22}{7} = 3.14285714.....$ ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं ।

$$0.333..... = 0.\overline{3}$$

$$\frac{22}{7} = 3.14285714.... = 3.14\overline{2857}$$

इसे बार बोलते हैं ।

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$$0.\overline{P} = \frac{P}{9} \qquad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99} \qquad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$$0.p\overline{q} = \frac{pq - p}{90} \qquad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr - pq}{900}$$

$$0.p\overline{qr} = \frac{pqr - p}{990} \qquad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs - pq}{9900}$$

उदाहरण – (i) $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii) $0.6\overline{25} = \frac{625-6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii) $0.35\overline{24} = \frac{3524-35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

रोमन पद्धति के संकेतक

1	→	I	20	→	XX
2	→	II	30	→	XXX
3	→	III	40	→	XL
4	→	IV	50	→	L
5	→	V	100	→	C
6	→	VI	500	→	D
7	→	VII	1000	→	M
8	→	VIII			
9	→	IX			
10	→	X			

विभाजकता के नियम

2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे – 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या मे अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी । जैसे – 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे – 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे – 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी । जैसे – 3060, 42462, 10242
7 से	किसी संख्या के अन्तिम अंक को 2 से गुणा करके शेष संख्या से घटाने पर यदि संख्या 0 या 7 का गुणज हो तो अथवा किसी भी अंक का 6 के गुणज में दोहराए तो संख्या 7 से विभाज्य होगी । जैसे – 222222, 44444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो । जैसे – 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी ।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 या 11 का गुणज हो तो जैसे – 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	अंक का 6 बार दोहराए तो, या अन्तिम अंक का 4 से गुणा करके शेष संख्या में जोडने पर संख्या अगर 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी । जैसे – 222222, 17784

उदाहरण

उदा.1 यदि किसी संख्या का 3/4 उस संख्या के 1/6 से 7 अधिक है, तो उस संख्या 5/3 क्या होगा ?

(a) 12 (b) 18 (c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

हल माना कि संख्या = x

प्रश्नानुसार,

$\Rightarrow \frac{9x - 2x}{12} = 7$

$\Rightarrow 7x = 7 \times 12$

$\Rightarrow x = 12$

$\Rightarrow$ संख्या का 5/3 भाग

$= \frac{x - 5}{3} \Rightarrow \frac{12 \times 5}{3} = 20$

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b, उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

(a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$ (c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c)

हल माना दो संख्याएँ P तथा Q हैं।

$P + Q = a$

$PQ = b$

$\frac{1}{P}+\frac{1}{Q} \Rightarrow \frac{Q+P}{PQ} = \frac{a}{b}$

उदा.3 8 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

(a) 1350 (b) 1250 (c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

हल माना बडी संख्या x तथा छोटी संख्या y हैं।

$\therefore x + y = 75$ .... (i)

तथा $x - y = 25$ .... (ii)

$2x = 100$ (समी. (i) एवं समी. (ii)) को जोडने पर

$x = 50$

x का मान समी. (i) में रखने पर

$50 + y = 75$

$y = 75 - 50 = 25$

अतः दोनों संख्याओं का गुणनफल $= xy$

$= 50 \times 25 \Longrightarrow 1250$

उदा.4 150 को दो हिस्सों में विभाजित करें, जिससे कि उन दोनों के पारस्परिक (reciprocal) का योग 3/112 हो तो दोनों हिस्सों की गणना करें –

(a) 50, 90 (b) 70, 80
(c) 60, 90 (d) 50, 100

उत्तर (b)

हल माना पहला हिस्सा x है, तो दूसरा हिस्सा $(150 - x)$ होगा ।

प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{(150 - x)} = \frac{3}{112}$$
$$\frac{150 - x + x}{x(150 - x)} = \frac{3}{112}$$
$$3x(150 - x) = 150 \times 112$$
$$150x - x^2 = \frac{150 \times 112}{3}$$
$$x^2 - 150x + 5600 = 0$$
$$x^2 - 70x - 80x + 5600 = 0$$
$$x(x - 70) - 80(x - 70) = 0$$
$$(x - 80)(x - 70) = 0$$
$x = 80$ या 70

यदि पहला हिस्सा= 80 तथा दूसरा हिस्सा $= 150 - 80 \Rightarrow 70$

यदि पहला हिस्सा= 70 तब दूसरा हिस्सा $= 150 - 70 \Rightarrow 80$

उदा.5 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी ।

(a) 47 (b) 48 (c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

हल x = कोई विषम संख्या है ।

प्रश्नानुसार,

(x) + (x + 2) + (x + 4) = 147

3x +6 = 147

$x = \frac{141}{3} = 47$

Middle Number (x + 2) = 47 + 2 = 49

उदा.6 4 लगातार अभाज्य संख्याओं में से प्रथम तीन एवं अंतिम तीन का गुणनफल 385 एवं 1001 हो तो बडी अभाज्य संख्या ज्ञात कीजिए ।

हल a, b, c, d चार लगातार प्राकृतिक संख्या है ।

abc = 385 (i)

bcd = 1001 (ii)

$\frac{abc}{bcd} = \frac{385}{1001} = \frac{5}{13}$

सबसे बडी अभाज्य संख्या = 13

Trick:

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

1 + 3 + 5 + ... + 99 =?

? = $\left(\frac{99+1}{2}\right)^2$ = 2500 उत्तर

उदा.7 50 एवं 100 के बीच आने वाले सम संख्याओं का योग कितना होगा ?

हल 52 + 54 + 56+............. + 98

= (2 + 4 + 6 +.... + 98) - (2 + 4 + 6 + ... + 50)

$n = \frac{98}{2} = 49$, $n = \frac{50}{2} = 25$

= 49 × 50 = 2450, 25 × 26 = 650

$\therefore$? = 2450 – 650 = 1800 उत्तर

उदा.8 50 एवं 100 के बीच आने वाले विषम संख्याओं का योग कितना होगा ?

हलः 51 +53 + ...+99

= (1 + 3 + 5 + ... +99) - (1 + 3 + 5 + ... + 49)

= $\frac{99+1}{2} = \frac{100}{2} = 50, \frac{49+1}{2} = \frac{50}{2} = 25$

$\therefore$? = $(50)^2 - (25)^2$

= 2500-625 = 1875 उत्तर

उदा.9 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

(a) 2706 (b) 2796

(c) 2736 (d) 2826

उत्तर (c)

हल शेषफल = 36

$\therefore$ विभाजक $= 5 \times 36 = 180$

$\therefore$ भागफल $= \frac{180}{12} = 15$

$\therefore$ भाज्य = विभाजक × भागफल + शेषफल

= 180 x 15 + 36

= 2700 +36

= 2736 उत्तर

उदा.10 $(3694)^{1739}\times(615)^{317}\times(841)^{491}$ में इकाई अंक कितना है ?

(a) 0 (b) 2

(c) 3 (d) 5

हल $(3694)^{1793}$ में इकाई अंक = $(4)1793$ में इकाई $=\left\{\left(4^2\right)^{896}\times 4\right\}$ में इकाई अंक

$=(6\times 4)$ में इकाई अंक = 4

$(615)^{317}$ में इकाई अंक $=(5)^{317}$ में इकाई अंक = 5

$(841)^{491}$ में इकाई अंक $=(1)^{491}$ में इकाई अंक = 1

5 x 4 x 1 = 20 इकाई अंक = 0

उदा.11 18.484848.... को $\frac{p}{q}$ के रूप में निरूपित करने पर क्या लिखेंगे ?

(a) $\frac{462}{25}$ (b) $\frac{610}{33}$

(c) $\frac{200}{11}$ (d) $\frac{609}{33}$

हल माना x = 18.484848........................ तब,

100x = 1848. 484848........

घटाने पर, $99x=1830\Rightarrow x=\frac{1830}{99}=\frac{610}{33}$

अतः 18.484848.................का अभीष्ट रूप $=\frac{610}{33}$

उदा.12 $\frac{0.\overline{936}-0.\overline{568}}{0.\overline{45}+2.\overline{67}}$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

हल $0.\overline{936}=\frac{936}{999}, 0.\overline{568}=\frac{568}{999}.$

$$\therefore\left(0.\overline{936}-0.\overline{568}\right)=\left(\frac{936}{999}-\frac{568}{999}\right)=\frac{(936-568)}{999}=\frac{368}{998}$$

$$0.\overline{45}=\frac{45}{99}, 2.\overline{67}=2+0.\overline{67}=2+\frac{67}{99}=\frac{198+67}{99}=\frac{265}{99}$$

$$\therefore\left(0.\overline{45}+2.\overline{67}\right)=\left(\frac{45}{99}+\frac{265}{99}\right)=\frac{(45+265)}{99}=\frac{310}{99}$$

दिया गया व्यंजक $=\left(\frac{\overset{184}{\cancel{368}}}{\underset{111}{\cancel{999}}}\times\frac{\overset{11}{\cancel{99}}}{\underset{155}{\cancel{310}}}\right)=\frac{2024}{17205}$

उदा.13 $\left\{(127)^{127}+(97)^{127}\right\}$ तथा $\left\{(127)^{97}+(97)^{97}\right\}$ का उभयनिश्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?

(a) 127 (b) 97

(c) 30 (d) 224

हल $\left(x^m+y^m\right)$ का एक गुणनखण्ड $(x+y)$ है यदि m विषम हो ।

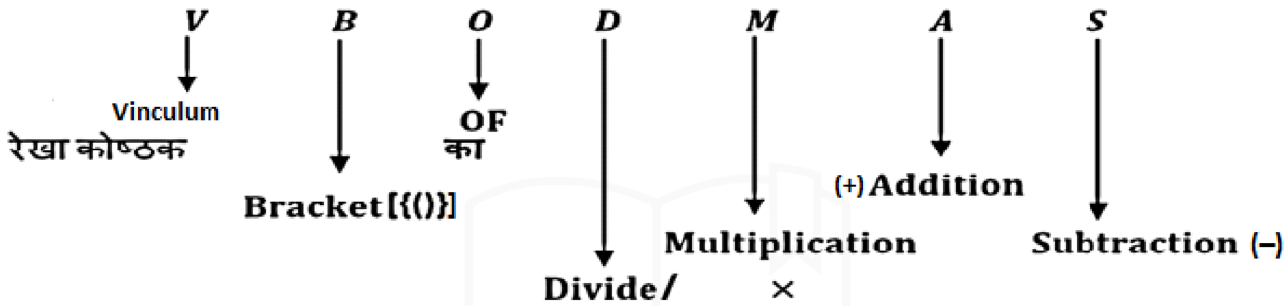
$\therefore\left\{(127)^{127}+(97)^{127}\right\}$ का एक गुणनखण्ड $(127+97)=224$ है ।

इसी प्रकार, $\left\{(127)^{97}+(97)^{97}\right\}$ का एक गुणनखण्ड $(127+97)=224$ है ।

अतः दोनों का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 224 है ।

सरलीकरण (Simplification)

- सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आँकडों को सरल रूप में प्रदर्शित करते है जैसे कि आँकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical Operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है ।
- यदि कुछ संख्या पर भिन्न-भिन्न प्रकार के Operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते है ।
- हम पहले कौनसा Operation करे, यह VBODMAS का Rule तय करता है ।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Vinculum (रेखा कोष्ठक) है । यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसमें फिर (BODMAS) Rule कार्य करेगा
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते है-
  1. छोटा कोष्ठक ( )
  2. मंझला कोष्ठक { }
  3. बडा कोष्ठक [ ]
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बडा कोष्ठक हल किया जाता है ।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "Order" से बना है, जिसका मतलब ''गुणा'' से या ''का'' से होता है ।
- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते है यदि दिया है तो ।
- पंचम स्थान पर "M" है जिसका मतलब "Multiplication" है, दिये गए व्यंजन में "Division" के बाद "Multiplication" (गुणा) करेंगे ।
- छठा स्थान "A" रखता है जो "Addition" (जोडा) से संबंधित है । Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है ।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो "Subtraction" से बना है ।

प्रश्न. सरल कीजिए ।

$$\left[3\frac{1}{4}\div\left\{1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of }4\frac{1}{3}\right)$$

हल Step 1 – सबसे पहले सभी मिश्र भिन्नों को साधारण भिन्नों में बदलते हैं ।

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

अब VBODMAS के अनुसार

Step 2 – $$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{3-2}{12}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

Step 3 – $$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 4 – $$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{30-1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 5 – $$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{29}{12}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 6 – $$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{30-29}{24}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 7 – $$\left[\frac{13}{4}\div\frac{1}{24}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 8 – $$\left[\frac{13}{4}\times 24\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 9 – $$13\times 6\times\frac{6}{13}$$

$= 36$ Ans.

बीजगणितीय सूत्र

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
4. $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$
5. $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
6. $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$
7. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b+c)^2+(c-a)^2\right]$

8. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
9. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
10. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)\left\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right\}$$

यदि $a + b + c = 0$ हो तो

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

11. $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$
12. $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$

वर्ग तथा वर्गमूल तालिका

Square	Square Root	Square	Square Root
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$	$16^2 = 256$	$\sqrt{256} = 16$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$	$17^2 = 289$	$\sqrt{289} = 17$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$	$18^2 = 324$	$\sqrt{324} = 18$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$	$19^2 = 361$	$\sqrt{361} = 19$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$	$20^2 = 400$	$\sqrt{400} = 20$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$	$21^2 = 441$	$\sqrt{441} = 21$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$	$22^2 = 484$	$\sqrt{484} = 22$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$	$23^2 = 529$	$\sqrt{529} = 23$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$	$24^2 = 576$	$\sqrt{576} = 24$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$	$25^2 = 625$	$\sqrt{625} = 25$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$	$26^2 = 676$	$\sqrt{676} = 26$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$	$27^2 = 729$	$\sqrt{729} = 27$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$	$28^2 = 784$	$\sqrt{784} = 28$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$	$29^2 = 841$	$\sqrt{841} = 29$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$	$30^2 = 900$	$\sqrt{900} = 30$

घन और घनमूल तालिका

Cube	Cube Root	Cube	Cube Root
$1^3 = 1$	$\sqrt[3]{1} = 1$	$16^3 = 4096$	$\sqrt[3]{4096} = 16$
$2^3 = 8$	$\sqrt[3]{8} = 2$	$17^3 = 4913$	$\sqrt[3]{4913} = 17$
$3^3 = 27$	$\sqrt[3]{27} = 3$	$18^3 = 5832$	$\sqrt[3]{5832} = 18$
$4^3 = 64$	$\sqrt[3]{64} = 4$	$19^3 = 6859$	$\sqrt[3]{6859} = 19$