



बिहार माध्यमिक शिक्षक

विषय : गणित

बिहार लोक सेवा आयोग

भाग - 5



बिहार माध्यमिक शिक्षक

विषय : गणित

भाग - 5

1.	Differential Equations	1
	• Differential equation of first order and first degree	3
	• Homogenous differential equation	7
	• Linear differential equation	9
	• Clairaut's Equation	33
2.	Vector Calculus	36
	• Curl, Gradient and Divergence	36
	• Integral Theorems	44
	• Gauss Theorem	46
	• Stokes's Theorem	47
	• Green's Theorem	47
3.	Analytical Geometry of Three-Dimension	49
	• Sphere	49
	• Cone	74
	• Cylinder	85
4.	Statics & Dynamics	98
	• Coplanar Forces	98
	• Equilibrium of concurrent forces	101
	• Velocity and acceleration	104
	• Projectile	110
	• Simple linear motion under constant acceleration	119

	• Law of motion	119
5.	Linear Programming	127
6.	Numerical Analysis and Difference Equation	181

Differential Equation

अवकल समीक्षा कोटि (order) अवकल समीक्षा में विचारना हरयतम उपबोलन का क्रम।

Note. यदि $f(y)$ वर्ग या $f(f(y))$ तक तथा $f(f(f(y)))$ तक पर्याप्त हैं तो पहले स्तरे द्वितीय बाद में कोटि जाति है।

(degree) धारा अवकलजी के संदर्भ में उमेय या दूसरी विधि बनाने के बाद हरयतम क्रम की धारा यदि यह अनुपर्याप्त अव. समीक्षा विधि क्रम में नहीं है तो धारा पारिभाषित नहीं घोली।

RPSC 2013.

$$\textcircled{1} \quad \left(\frac{d^3y}{dx^3} \right)^2 - 3 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 3 \frac{dy}{dx} + 4y = 1$$

degree तथा order है \rightarrow (2).

- (a) 3, 3 (b) $\frac{2}{3}, 3$ (c) 3, 2 (d) 2, 3 (d)

Ex. $\frac{d^3y}{dx^3} - 5 \frac{dy}{dx} + 4y = e^x$
 $\Rightarrow 3 = 3, \text{ धारा } = 1$

Ex. $\frac{dy}{dx} + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$
 $\Rightarrow 1 = 1, \text{ धारा } = 1$

Ex. $\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$
 $\Rightarrow 2 = 2, \text{ धारा } = 1$

Ex. $\frac{d^2y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} + \int y dx = x^3$

$$\frac{d^3y}{dx^3} + 5 \frac{dy}{dx} + y = 3x^2$$

$$\Rightarrow 3 = 3, \text{ धारा } = 1$$

Q. $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + \int x dx = x^3$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + \frac{x^2}{2} = x^3 \quad \text{जोटी} = 2, \text{ धारा} = 1$$

Q. $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = \frac{d^2y}{dx^2}$

$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

RAS 93 $\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 \quad \text{जोटी} = 2, \text{ धारा} = 2$

Q. मव. समी. $\left[1 + \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2\right]^{\frac{4}{3}} = \frac{d^2y}{dx^2}$ की जोटी है

(1) 1, 2, 3, 4

Ans. = 3

धारा = 8

RAS 93 Q. मव. समी. $\left[y + x\left(\frac{dy}{dx}\right)\right]^{\frac{1}{4}} = \frac{d^3y}{dx^3}$ की धारा

1, 2, 3, 4

RAS 95 Q. मव. समी. $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - 2y^7 = x^4$ की धारा है

Ans. \Rightarrow 2,

RAS 96. मव. समी. $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \frac{dy}{dx}}$ का लग (लेव) $\frac{1}{2}$

0, $\frac{1}{2}, 1, 2$

RAS 99 Q. $\frac{d^2y}{dx^2} + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = 0$ की धारा है

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = -\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{धारा} = 2$$

R PSC 2011

Q. दीर्घाया के सभी हृतों के अवकल समीक्षा की ओरी ज्ञावें।
 अनुच्छेद
 2, 4, 3, 1

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = (5)^2$$

* जितने स्वेच्छ अचार होते हैं, उनमें से 36 की गोली होती है।
 (9, 5)

$$y^2 = 4ax, \quad \frac{dy}{dx} = 1.$$

R PSC 2011

Q. एक त्रिज्या $y = a \cos \omega t + b \sin \omega t$ (9, 6) अवकल समीक्षा की निरापेक्ष करने पाता अवृद्धि होती है।

$$y' = -aw \sin \omega t + bw \cos \omega t \quad (a) y'' + y = 0$$

$$y'' = -aw^2 \cos \omega t - bw^2 \sin \omega t \quad (b) y'' - w^2 y = 0$$

$$= -w^2 (y') \quad (c) y'' + w^2 y = 0$$

$$y'' + w^2 y = 0 \quad (d) y'' - y = 0$$

~~गोली~~. पृथक् गोली और पृथक् धातु के अवकल समीक्षा। -

(i) धरों का पृथक्करण

(ii) समधातु अवृद्धि समीक्षा + समानयन

(iii) इरिक्कु अवृद्धि समीक्षा + समानयन

(iv) थथातम् अवृद्धि समीक्षा + समानयन

RAS 2010

Q. समीक्षा $y' = 5y + 1$ होती है।

$$(a) y = ke^{5x} \quad (b) y = ke^{7x} \quad (c) y = ke^{5x} \quad (d) y = ke^{3x}$$

$$\text{RAS 2010} \quad \text{समीक्षा. } e^x dx - y dy = 0 ; \quad \frac{dy}{dx} = 1 \quad \text{का हल है}$$

$$(a) y = \sqrt{3e^x + 1} \quad (b) y = \sqrt{7e^x - 1}$$

$$(c) y = \sqrt{2e^x + 1} \quad (d) y = \sqrt{2e^x - 1}$$

$$e^x dx = y dy$$

$$e^x + c = \frac{y^2}{2}$$

$$1 + C = \frac{1}{2} \quad \frac{e^x - 1}{2} = \frac{y^2}{2}$$

$$C = -\frac{1}{2} \quad \sqrt{e^x - 1} = y$$

RAS 2012

Q $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ & $x=1$ के लिए $y=1$ तो $x=-1$
 के लिए y बराबर है

- (a) 0 (b) 1 (c) e (d) -1

$$\bar{e}^y \bar{e}^y dy = \int e^x dx$$

$$-\bar{e}^y = e^x + C$$

$$-\bar{e}^1 = e + C \quad (1, 1)$$

$$C = -\frac{1}{e} - e$$

$$-\bar{e}^y = -\frac{1}{e} - e + e^x \quad (-1)$$

$$-\bar{e}^y = -\frac{1}{e} - e + \bar{e}^x$$

$$-\bar{e}^y = -e^x$$

$$y = -1$$

RAS 93

Ques. माना समीक्षण $\frac{dy}{dx} - e^{x-y} = x^2 e^y$ का हल है

✓ (a) $e^y = e^x + \frac{x^3}{3} + C$ (b) $e^y = e^x + \frac{x^3}{2} + C$

(c) $\bar{e}^y = \frac{e^x}{3} + x + C$ (d) $\bar{e}^y = \bar{e}^x - x + C$

$$\frac{dy}{dx} - e^y = x^2$$

$$e^y dy - e^y dx = x^2 dx$$

$$\int e^y dy = \int (x^2 + e^y) dy$$

$$e^y = \frac{x^3}{3} + e^y + C$$

R.A.S. 95

Q. $\frac{dy}{dx} = 2e^x y^3$ का इस जबर्दस्ती $y(0) = 0.5$ है।

(a) $y^2 = 4(2 - e^x)$ (b) $y^2 = 4(3 - 2e^x)$

(c) $y^2 = 2(2 - e^x)$ (d) $y^2 = 2(3 - 2e^x)$

$$\int y^3 dy = \int 2e^x dx$$

$$\frac{y^2}{-2} = 2e^x + C \quad \begin{matrix} \\ \\ x=0 \\ y=0.5 \end{matrix}$$

$$y^2 = -4e^x + C$$

$$(0.5)^2 = -4 + C$$

$$C = \frac{-2 \cdot 10 + 4}{-2 \cdot 5}$$

$$\frac{9}{25}$$

$$y^2 = -4e^x + \frac{25}{28}$$

$$y^2 = 4(2 - 2e^x)$$

R.A.S. 96

Ques. $\frac{d^2y}{dx^2} = x$ का इस

$$\frac{dy}{dx} = x \frac{dx^2}{2} \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$y = \frac{x^3}{6} + C_2 x + C_3$$

Q. मानव लम्ही. $x \frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ के लिए बिंदु $(1, -1)$ से व्युत्पन्न घासा वक्ता ?

$$\frac{x \frac{dy}{dx}}{x+2} =$$

$$\int \frac{dy}{y+2} = \int \left(\frac{x+2}{x} \right) dx$$

$$\log(y+2) = \int \left(1 + \frac{2}{x} \right) dx + C$$

$$\log(y+2) = x + 2\log x + C$$

$$\log(1) = 1 + 2\log 1 + C$$

$$C = -1$$

$$\log(y+2) = x + 2\log x - 1$$

Q. $xy \frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ मात्रक विकल्प (1, -1) नहीं

(a) $y+2-x = \log [x(y+2)]$

(b) $y-x+2 = \log [x^2(y+2)^2]$

(c) $y+x+2 = \log [x^2(y+2)]$

(d) $\log y + x+2 = \log [x(y+2)]$ [b]

$$\int \left(\frac{y}{y+2} \right) dy = \int \left(1 + \frac{2}{x} \right) dx$$

$$\int \left(1 - \frac{2}{y+2} \right) dy = \int \left(1 + \frac{2}{x} \right) dx$$

$$y - 2\log(y+2) = x + 2\log(x) + C$$

$$y - x + 2 = \log x^2(y+2)^2$$

* समाधान अवकल समीक्षा →

$f(x, y)$ में

$$f(dx, dy) = 1^n f(x, y) \text{ ए गत का समाधान मध्यसमावेश}$$

SOLN $y = vx$ Replace

$$\text{Ex. } (x-y)dy - (x+y)dx = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}, \quad y = vx$$

$$\frac{y^2 - x^2 - 2xy}{x^2} dx + x dy = 0$$

$$(1+v) \frac{dv}{dx} = \frac{1+v}{1-v}$$

$$x \frac{dv}{dx} = \frac{1+v}{1-v} - v$$

$$= \frac{1+v - v + v^2}{1-v}$$

$$x \frac{dv}{dx} = \frac{1+v^2}{1-v}$$

$$\int \frac{1-v}{1+v^2} dv = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\tan^{-1} v + \frac{1}{2} \log(1+v^2) = \log x + C$$

$$\frac{\tan^{-1} y}{x} + \frac{1}{2} \log\left(\frac{1+y^2}{x^2}\right) = \log x + C$$

* समाधान में समानयन -

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ax+by+c}{Ax+By+C}, \quad \begin{cases} A \neq B \\ \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow x+h \\ y \rightarrow y+k \end{cases} \end{cases}$$

Note.

$\rightarrow h$ और k के मान क्स प्रकार होते हैं कि समाधान मध्यसमावेश समीक्षा बन जाये।

$$\Rightarrow \frac{a}{A} = \frac{b}{B} \text{ लमान पद की हित्रियादित}$$

RPSCT 2013.

Q. समीक्षा. $(4x+6y+5)dy - (3y+2x+4)dx = 0$

हल है

$$2x+3y - \frac{9}{14} \log z = \frac{7x}{2} + c \quad \text{हल ज्ञात करें}$$

- (a) $14x+21y$ (b) $14x+21y+12$ (c) $14x+21y+22$ (d) $2x+3y$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3y+2x+4}{4x+6y+5}$$

$$= \frac{2x+3y+4}{2(2x+3y)+5} \quad \frac{2x+3y+4}{2+3\frac{dy}{dx}}$$

$$\frac{1}{8} \left(\frac{dv}{dx} - 2 \right) = \frac{3(v+4)}{2v+5}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{7v+12+4v+10}{2v+5}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{7v+22}{2v+5}$$

$$\left(\frac{2v+5}{7v+22} \right) dv = dx$$

$$\frac{2}{7} \left[\frac{7v + \frac{35}{2}}{7v+22} \right] dv = dx$$

$$\frac{2}{7} \left[\frac{7v + 22 + \frac{35}{2} - 22}{7v+22} \right] dv = dx$$

$$\frac{2}{7} \left[1 - \frac{9}{2(7v+22)} \right] dv = dx$$

$$\frac{2}{7} \left[\int dx \right] - \frac{9}{2} \log \left(\frac{7v+22}{7} \right) = \frac{7x}{2} + C$$

$$-\frac{9}{14} \log (14x+21y+22) = \frac{9x}{2} + C$$

* रैखिक अवकल समीक्षण -

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q \quad PQ \rightarrow f(x) \text{ प्राप्त कर}$$

$$I.F = e^{\int P dx}$$

$$\text{सल} \ y \cdot I.F = \int Q \cdot I.F dx + C$$

* समानयन

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q \cdot y^n$$

रैखिक अव. समी. बदलेगी।

~~RPSC grade 2011~~

Ques. समी. $x \frac{dy}{dx} - y = x^3$ का हल है

$$(i) y - x^3 = 2cx \quad (ii) 2y - x^3 = 2cx \quad \checkmark$$

$$(c) 2y + x^2 = 2cx \quad (iv) y + x^2 = 2cx$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^2$$

$$I.F = e^{\int (-\frac{1}{x}) dx} = e^{(\lg x)} \\ = \frac{1}{x}$$

$$y \cdot \frac{1}{x} = \int x^2 \cdot \frac{1}{x} dx + C$$

$$= \int x dx + C$$

$$\frac{y}{x} = \frac{x^2}{2} + C$$

$$2y = x^3 + 2Cx$$

$$2y - x^3 = 2Cx$$

~~RPSC 2011~~
RPSC 2011

Q. मव. समी. $(x+y) \frac{dy}{dx} = y dx$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y}$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x+y}{y}$$

$$dx = \frac{x}{y} dy + dy$$

$$(a) y = ce^{\frac{y}{x}}$$

$$(b) y = ce^{\frac{y}{x}}$$

$$\frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} = 1$$

$$(c) x = ce^{\frac{y}{x}}$$

$$I.F. = e^{\int \frac{1}{x} dx}$$

$$(d) x = ce^{\frac{y}{x}}$$

$$= \frac{1}{y}$$

$$\frac{x}{y} = \int \frac{1}{y} dy + C$$

$$\frac{x}{y} = y + C \log y$$

$$x = yC = e^{\frac{y}{C}}$$

$$y = Ce^{\frac{x}{y}}$$

Q. मार्ग समीक्षण $xdy - ydx = 0$ निश्चयित करता है।

$$\frac{dy}{y} - \frac{dx}{x} = 0$$

(a) समांतरिक्ष मात्रिप्रवलभ

(b) इस किन्तु से जानेवालीज्ञ $\log y - \log x = C$

(c) एउ प्रवलभ

(d) इस

$$\log\left(\frac{y}{x}\right) = C$$

$$\frac{y}{x} = e^C$$

$$y = Cx$$

उत्तर 2012

$$Q. x \log x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

$$(a) ey = \log x + C$$

$$x \frac{dy}{dx} + \frac{y}{\log x} = 2$$

$$(b) ye^x = x \log x + C$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x \log x} = \frac{2}{x}$$

$$(c) y = x(e^x + C \log x)$$

$$\text{IF, } \int \frac{1}{x \log x} dx = \frac{\log x + 1}{\log x + 1}$$

$$(d) y \log x = (\log x)^2 + C$$

$$= e^{\int \frac{dt}{t}} = e^{\log t} = t = \log x$$

$$(\log x \cdot y) = \int \log x \cdot 2 dx + C$$

$$y \log x = \frac{x(\log x)^2}{2} + C$$

PAS 2012

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy+y}{xy+x}$$

$$(a) y+x = \log\left(\frac{cy}{y}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \left(\frac{x+1}{y+1} \right)$$

$$(b) y-x = \log\left(\frac{cx}{y}\right)$$

$$\left(\frac{y+1}{y}\right) dy = \left(\frac{x+1}{x}\right) dx$$

$$(c) y-x = \log(cx)$$

$$\int \left(1 + \frac{1}{y}\right) dy = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$$

$$(d) y+x = \log(cx)$$

$$y + \log y = -x + \log x + C$$

$$y-x = \log\left(\frac{cx}{y}\right)$$

Ques. मार्ग समीक्षा $y^2 dt + (2yt+1) dy = 0$ का हल है

$$(a) y = -1 \pm \sqrt{1+4c_2 t} \quad y^2 dt = -(2yt+1) dy$$

$$(b) y = -1 + \sqrt{1+4c_2 t} \quad \frac{y^2 dt}{dy} = \frac{-2yt-1}{y^2}$$

$$(c) \frac{1-\sqrt{1+4c_2 t}}{2t} \quad \frac{dt}{dy} + \frac{2t}{y} = -\frac{1}{y^2}$$

$$(d) y = \frac{1+\sqrt{1-4c_2 t}}{2t} \quad \text{If } I = e^{\int \frac{2}{y} dy} \\ = e^{\log y^2} \\ = y^2$$

$$y^2 \cdot t = \int y^2 \cdot \left(-\frac{1}{y^2}\right) dy$$

$$y^2 t = -y + C$$

$$ty^2 + y - C_2 = 0$$

$$y = -1 \pm \frac{\sqrt{1+4tC_2}}{2t}$$

Q. अक्ष के समलिंग्न पर स्पर्श करने वाले इत्तु निकाय का मवा समी. है -

$$(i) (x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} - 2xy = 0 \quad (x-h)^2 + (y-k)^2 = k^2 \\ x^2 + (y-k)^2 = k^2$$

$$(ii) (x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} - 2xy = 0. \quad \cancel{x} + \cancel{k}(y-k) \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(iii) (x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 0 \quad x + y \frac{dy}{dx}$$

$$(iv) (x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 0 \quad x^2 + y^2 + k^2 - 2yk = k^2 \\ 2x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} - 2k \frac{dy}{dx} = \cancel{0}$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = k^2 \quad x \frac{dy}{dx} + y \frac{dy}{dx} = k \frac{dy}{dx}$$

$$k = (x \frac{dy}{dx} + y \frac{dy}{dx}) \frac{dy}{dx}$$

$$x^2 + y^2 - 2y \left(x \frac{dy}{dx} + y \frac{dy}{dx} \right) \frac{1}{y} = 0$$

$$x^2 y' + y^2 y' - 2xy - 2y^2 = 0$$

$$(x^2 + y^2)y' - 2y = 0$$

R.A.S 2012

$$\therefore (x+y+1) \frac{dy}{dx} = 1$$

$$\frac{dx}{dy} = x+y+1$$

$$\frac{dx}{dy} - x = y+1$$

$$I.F. = e^{\int dy} = e^y$$

$$e^y \cdot x = \int e^y \cdot (y+1) dy$$

$$e^y x = \left[-ye^y + (-e^y) \right] - e^y$$

$$e^y x = -ye^y + e^y - e^y + C$$

$$x = -(y+1) - 1 + ce^{-y}$$

$$x = -(y+2) + ce^{-y}$$

$$x+y+2 = ce^{-y}$$

RAS

$$\textcircled{a} \quad x \frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x} = y$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \frac{-y^2}{x^2}$$

$$x \bar{y}^{-1} \frac{dy}{dx} + \frac{\bar{y}}{x^2} = \frac{1}{x} \quad \bar{y}^2 \frac{dy}{dx} - \frac{1}{\bar{y}x} = \frac{-1}{x^2}$$

$$\textcircled{a} \quad \bar{y}y = e^{\frac{dx}{y}}$$

$$\bar{y}^2 \frac{dy}{dx}, \frac{dy}{dx}$$

$$\checkmark \textcircled{b} \quad Cx = e^{\frac{dx}{y}}$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dx} + \frac{V}{x} = \frac{1}{x^2}$$

$$\textcircled{c} \quad x e^{\frac{dx}{y}} = C$$

$$\textcircled{d} \quad y e^{\frac{dx}{y}} = C$$

$$\Rightarrow x \cdot V = \int x \frac{1}{x^2} dx$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\bar{y}} = \ln x + C$$

$$\Rightarrow \frac{e^{x/y}}{y} = \ln x$$

$$Cx = e^{\frac{dx}{y}}$$

Q. 9 निम्न के सभी जूल विभाग ते मध्यवर्ती मनी की ओरी
प्राप्ति 2, 4, 1, 3.

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \text{ (अचर).}$$

h का कोन्ट्रोल अचर तब की ओर -2 कोरा।

$$\textcircled{g} \quad \left(\frac{d^3y}{dx^3} \right)^2 + \left(\frac{d^3y}{dx^3} \right)^3 = 0 \quad \text{की धारा की}$$

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3} \right)^4 + \left(\frac{d^3y}{dx^3} \right)^9 = 0 \quad \text{का रूप} = 0$$

Q. मध्य समीक्षा $(x^2+y^2) dy = xy dx$ जबकि $\theta(0) = 0$ तथा
 $y(x_0) = e$ होले Q. बराबर हो।

(A) $\int 2(e^x+1)$ (B) $\int 2(e^x-1)$ (C) $\int \frac{1}{2}(e^x+1)$ (D) $\sqrt{3}e$

$$(x^2+y^2)dy = xy dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2+y^2}$$

$$y = vx$$

$$\frac{dy}{dx} = u + x \frac{du}{dx}$$

$$u + x \frac{du}{dx} = \frac{u}{1+u^2} - u$$

$$x \frac{du}{dx} = \frac{u-u-u^3}{1+u^2}$$

$$\frac{1+u^2}{u^3} du = -\frac{1}{x} dx$$

$$\int \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{u} \right) du = -\frac{1}{x} dx$$

$$\cancel{-}\frac{1}{2}u^2 + \log u = -\log x + C$$

$$-\frac{1}{2} \cancel{\frac{y^2}{x^2}} + \log \left(\frac{y}{x} \right) = -\log x + C$$

$$\log y - \frac{1}{2} \frac{x^2}{y^2} = C \quad \text{at } \frac{1}{2} \quad \left(\text{at } u=1 \right)$$

$$y(x_0) = e$$

$$\log e = \frac{1}{2} \frac{x^2}{e^2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x^2}{2e^2}$$

R.A.S 2010

$$x = \sqrt{3}e$$

(Q) $y' = x^2+y^2$

$$xy$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{xy} \quad \therefore y = vx$$

$$u + x \frac{du}{dx} = \frac{1+u^2}{u} \quad \int u \frac{du}{dx} = \frac{1+u^2}{u}$$

$$\frac{y^2}{2} = + \log x + C$$

$$\frac{y^2}{2x^2} = + \log x + C$$

$$y^2 = x^2 \log x^2 + kx^2$$

अवधारणा: $\frac{dy}{dx} - ky = 0$, $y(0) = 1$ तो एल $y \rightarrow 0$ जबकि $x \rightarrow \infty$ यदि

(a) $k=0$ (b) $k>0$ (c) $k<0$ (d) k पर निर्भरनहीं

$$\frac{dy}{dx} = ky$$

$$\frac{1}{y} dy = k dx$$

$$\log y = kx + C \quad \because C = 0 \quad \{ y(0) = 1 \}$$

$$y = e^{(kx+C)}$$

$$y = e^{\infty} \rightarrow \infty$$

$$e^{\infty} \rightarrow 0$$

Q. $y' = \frac{y+1}{x-1}$, $y(1) = 2$ के हलों में से कौन है

(0, 1, 2, ∞)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y+1}{x-1}$$

$$\log(y+1) = \log(x-1) + C$$

$$\log(3) = \log 0 + C$$

$$C = (\log 3 - 1)$$

$$y+1 = (x-1)e^C$$

$$3 = (0) \cdot e^C \quad (\text{तो } e^C \text{ मानव})$$