



# राजस्थान – पटवार

राजस्थान कर्मचारी चयन बोर्ड

भाग - 1

गणित तथा कंप्यूटर



# RAJASTHAN PATWAR

क्र.सं.	अध्याय गणित	पृष्ठ सं.
1.	संख्या पद्धति	1
2.	सरलीकरण	8
3.	औसत	12
4.	प्रतिशतता	16
5.	बट्टा	20
6.	लाभ – हानि	23
7.	साझेदारी	28
8.	अनुपात एवं समानुपात	31
9.	मिश्रण एवं एलीगेशन	35
10.	समय और कार्य	37
11.	चाल, समय और दूरी	40
12.	क्षेत्रमिति	44
13.	साधारण ब्याज	57
14.	चक्रवृद्धि ब्याज	60
<b>कंप्यूटर</b>		
1.	<b>Overview of the Computer System</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• History of Computer Evolution</li> <li>• Classification of Computer</li> <li>• Generation of Computer</li> <li>• Input-Output devices of the computer</li> </ul>	63
2.	<b>Computer Organisation</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Basic Structure of Computer</li> <li>• Memory Organisation</li> <li>• Types of Memory</li> </ul>	84
3.	<b>Hardware &amp; Software</b>	99
4.	<b>Operating System</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Introduction to Operating System</li> <li>• Function of the Operating System</li> <li>• Types of Operating Systems</li> </ul>	103

• Different Types of Operating Systems	
• Windows	
<b>5. Word Processing (MS Word)</b>	<b>117</b>
<b>6. Spread Sheet Software (MS Excel)</b>	<b>137</b>
<b>7. Presentation Software (MS PowerPoint)</b>	<b>166</b>
<b>8. Introduction to Internet Technology and Protocol</b>	<b>180</b>
• Internet	
• Extranet	
• Internet Connection	
• Protocols	
• Internet Related Terms	
• IP Address	
• Subnet Mask	
• Internet Services	
• Search Engines	
• Introduction to Web Publishing	
• World Wide Web Browsers	
<b>9. Basic Short cut Key</b>	<b>202</b>

# प्रिय विद्यार्थी, टॉपर्सनोट्स चुनने के लिए धन्यवाद।

## नोट्स में दिए गए QR कोड्स को स्कैन करने लिए टॉपर्स नोट्स ऐप डाउनलोड करे।

ऐप डाउनलोड करने के लिए दिशा निर्देश देखे :-



ऐप इनस्टॉल करने के लिए आप अपने मोबाइल फ़ोन के कैमरा से या गूगल लैंस से QR स्कैन करें।



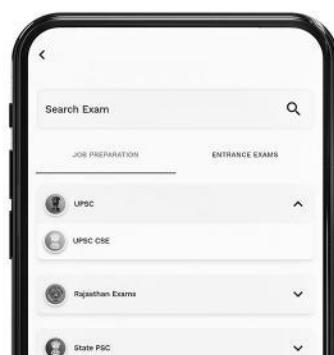
**टॉपर्सनोट्स  
एजाम प्रिपरेशन ऐप**



टॉपर्सनोट्स ऐप डाउनलोड करें  
गूगल प्ले स्टोर से।



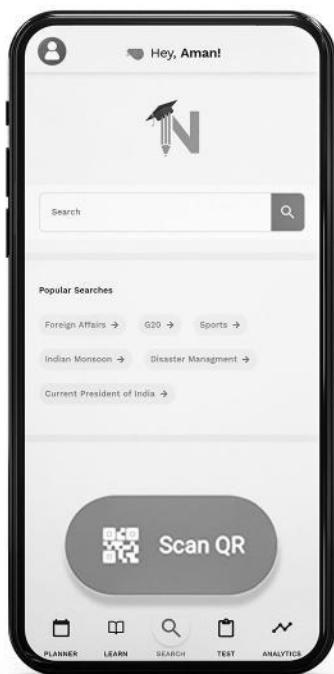
लॉग इन करने के लिए अपना मोबाइल नंबर दर्ज करें।



अपनी परीक्षा श्रेणी चुनें।



सर्च बटन पर क्लिक करें।



SCAN QR पर क्लिक करें।



किताब के QR कोड को स्कैन करें।

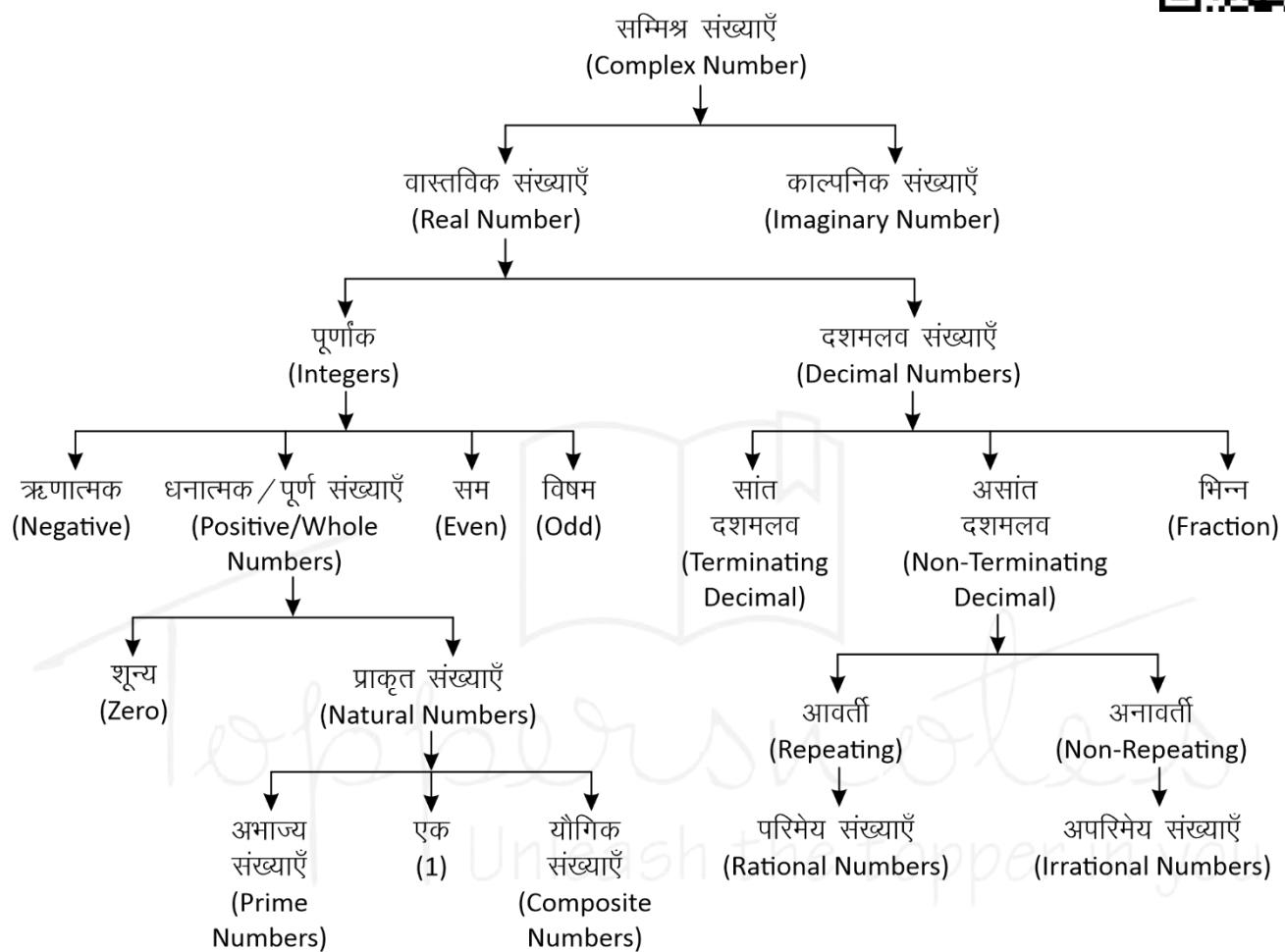
- • सोल्युशन वीडियो
- • डाउट वीडियो
- • कॉन्सेप्ट वीडियो
- • अतिरिक्त पाठ्य-सामग्री
- • विषयवार अभ्यास
- • कमज़ोर टॉपिक विश्लेषण
- • रैंक प्रेडिक्टर
- • टेस्ट प्रैक्टिस

किसी भी तकनीकी सहायता के लिए [hello@toppersnotes.com](mailto:hello@toppersnotes.com) पर मेल करें  
या ☎ 766 56 41 122 पर whatsapp करें।

## संख्या पद्धति (Number System)

**संख्या पद्धति :-** किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है -



### सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती हैं।

इन्हें  $(a + ib)$  के रूप में लिखा जाता है। जहाँ  $a$  और  $b$  वास्तविक संख्याएँ हैं तथा  $i = \sqrt{-1}$  है।

$$Z = a \text{ (वास्तविक संख्या)} + ib \text{ (काल्पनिक संख्या)}$$

- वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers):** परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।
- पूर्णांक संख्याएँ :** संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ-साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं, इसे । से सूचित करते हैं।

$$I = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

**(i) धनात्मक / पूर्ण संख्याएँ :** जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते हैं, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

**नोट :** चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

**A. प्राकृत संख्याएँ :** जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते हैं।

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$\text{प्रथम } n \text{ प्राकृतिक संख्याओं का योग} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{प्रथम } n \text{ प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग} \\ = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{aligned}$$

प्रथम  $n$  प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग =  

$$\left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है।

**उदाहरण –**

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$11 + 12 \rightarrow 23 \quad \text{Difference } 144 - 121 = 23$$

**(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :-** एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

- तीन अंकों की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101

- तीन अंकों की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997

जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

**☞ अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :-** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या  $x$  है, अब  $x$  से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

**उदाहरण –**

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

**हल –**

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 हैं।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

**सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers)** – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

**उदाहरण –** (4,9), (15, 22), (39, 40)

$$\text{HCF} = 1$$

**(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :-** वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है। जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

**(ii) सम संख्याएँ :** संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

$$n \text{ वां पद} = 2n$$

प्रथम  $n$  सम संख्याओं का योग =  $n(n+1)$

प्रथम  $n$  सम संख्याओं के वर्गों का योग =  $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2} \right\}$$

**(iii) विषम संख्याएँ :** वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती है।

$$\text{प्रथम } n \text{ विषम संख्याओं का योग} = n^2$$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2} \right\}$$

## II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ हैं जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांकों के बीच आती हैं। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

### (i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

### (ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हों, अनंत तक।

जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

#### A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

$$\text{जैसे} - \frac{1}{3} = 0.333..., \frac{22}{7} = 3.14285714....$$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

इसे बार बोलते हैं।

$$0.333\dots = 0.\overline{3}$$

$$\frac{22}{7} = 3.14285714\dots = 3.14\overline{2857}$$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$$0.\overline{P} = \frac{P}{9} \quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99} \quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$$0.p\overline{q} = \frac{pq - p}{90} \quad 0.p\overline{qr} = \frac{pqr - pq}{900}$$

$$0.\overline{pqr} = \frac{pqr - p}{990} \quad 0.p\overline{qrs} = \frac{pqrs - pq}{9900}$$

**उदाहरण –**

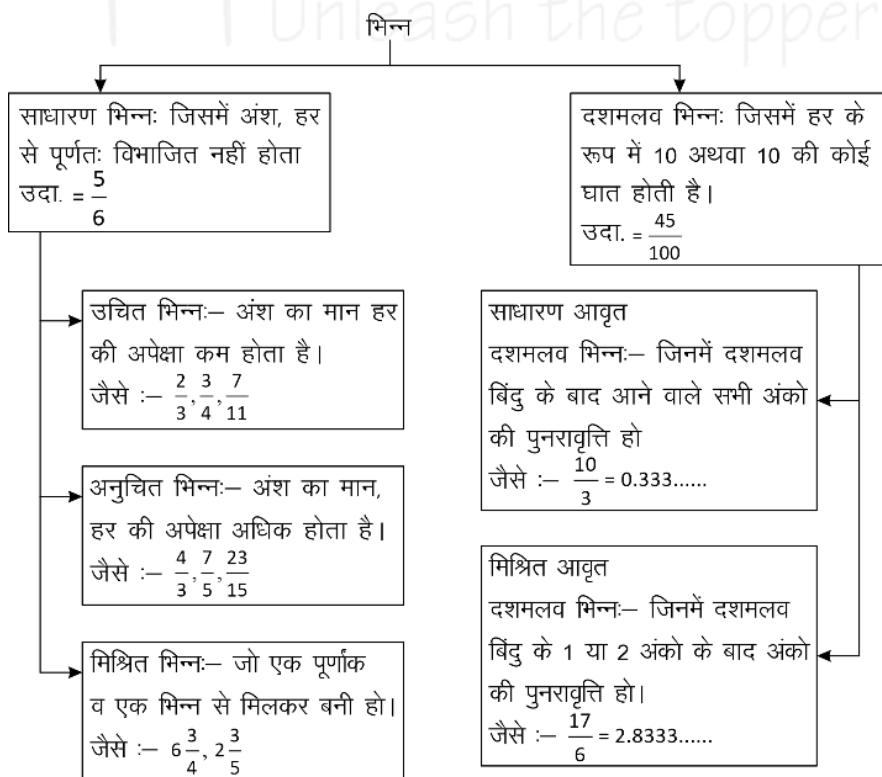
(i)  $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii)  $0.\overline{625} = \frac{625 - 6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii)  $0.3\overline{524} = \frac{3524 - 35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

- परिमेय (Rational) संख्याएँ** – वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

### भिन्नों के प्रकार



**उदाहरण –**

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$$

### B. अनावर्ती (Non-Repeating)

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

जैसे —  $\pi = 3.1415926535897932\dots$

$$\sqrt{2} = 1.41421356237\dots$$

### • अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ – इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

**उदाहरण –**

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}\dots$$

**भिन्न (Fraction) :-** भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।

जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते हैं, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे  $\frac{1}{4}$  के रूप में प्रदर्शित किया जाता है। जबकि शेष बचे भाग को  $\frac{3}{4}$  के रूप में प्रदर्शित किया जायेगा।

भिन्न दो भागों में बंटा होता है – अंश व हर

माना कोई भिन्न =  $\frac{p}{q} \rightarrow$  अंश  
 $q \rightarrow$  हर



2. यदि  $a^n - b^n$  दिया हो तो ।

$n$  विषम होने पर भाजक  $\rightarrow (a-b)$

$n$  सम होने पर भाजक  $\rightarrow (a-b)$  या  $(a+b)$  या दोनों ।

(i)  $a^n \div (a-1)$  हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा ।

(ii)  $a^n \div (a+1)$   $\begin{cases} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } a \text{ होगा} \end{cases}$

(iii)  $(a^n + a) \div (a-1)$  हो, तो शेषफल 2 बचेगा

(iv)  $(a^n + a) \div (a+1)$   $\begin{cases} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } (a-1) \text{ होगा} \end{cases}$

### रोमन पद्धति के संकेतक

1	$\rightarrow$	I	20	$\rightarrow$	XX
2	$\rightarrow$	II	30	$\rightarrow$	XXX
3	$\rightarrow$	III	40	$\rightarrow$	XL
4	$\rightarrow$	IV	50	$\rightarrow$	L
5	$\rightarrow$	V	100	$\rightarrow$	C
6	$\rightarrow$	VI	500	$\rightarrow$	D
7	$\rightarrow$	VII	1000	$\rightarrow$	M
8	$\rightarrow$	VIII			
9	$\rightarrow$	IX			
10	$\rightarrow$	X			

### विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे – 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या में अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी । जैसे – 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे – 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे – 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी । जैसे – 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी । अथवा किसी संख्या में अंकों की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी । जैसे – 222222, 4444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो । जैसे – 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी ।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे – 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी । जैसे – 222222, 17784

अभ्यास प्रश्न

## संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर<sup>आधारित</sup>






सम विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित






**उदाहरण 2** तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

## भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित






## इकाई अंक निकालना आधारित



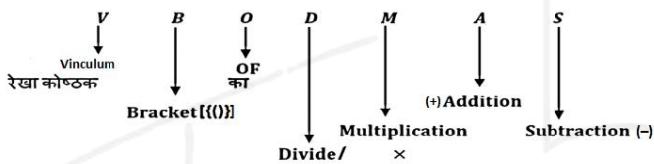
- उदा.1  $416 \times 333 + 2167 \times 118 - 114 \times 133$  के परिणाम  
का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?  
कितना है ?



## सरलीकरण (Simplification)



- सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आँकड़ों को सरल रूप में प्रदर्शित करते हैं जैसे कि आँकड़े भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical Operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है।
- यदि कुछ क्रमांक पर भिन्न-भिन्न प्रकार के Operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का ऊपर वही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते हैं।
- हम पहले कौनसा Operation करे, यह VBODMAS का Rule तय करता है।



- इन शब्दों गणितीय क्रियाओं में शब्दों पहले V हैं जिथका मतलब Vinculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में ऐसा कोष्ठक है तो शर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसमें फिर (BODMAS) Rule कार्य करेगा।
- द्वितीय इथान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो जिम्मा हो सकते हैं-
  - छोटा कोष्ठक ()
  - मंड़ला कोष्ठक {}
  - बड़ा कोष्ठक []
- शब्दों पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंड़ला कोष्ठक और उसके बाद बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय इथान पर "O" है जो कि "of" या "Order" के बना है, जिथका मतलब "गुणा" के या "का" के होता है।
- चतुर्थ इथान पर "D" है जिथका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में शब्दों पहले भाग करते हैं यदि दिया है तो।
- पंचम इथान पर "M" है जिथका मतलब "Multiplication" है, दिए गए व्यंजन में "Division" के बाद "Multiplication" (गुणा) करेंगे।

- छठा इथान "A" रखता है जो "Addition" (जोड़) के शंबंधित है। Division-multiplication के बाद Addition किया होती है।
- सप्तम इथान पर "S" है जो "Subtraction" के बना है।

प्रश्न -

सरल कीजिए।

$$\left[ 3\frac{1}{4} \div \left\{ 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left( 2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } 4\frac{1}{3} \right)$$

हल:

Step 1 – शब्दों पहले शब्दी मिश्र भिन्नों को साधारण भिन्नों में बदलते हैं।

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } \frac{13}{3} \right)$$

अब VBODMAS के अनुसार

Step 2 –

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{5}{2} - \frac{3-2}{12} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } \frac{13}{3} \right)$$

Step 3 –

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{12} \right) \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

Step 4 –

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \left( \frac{30-1}{12} \right) \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

Step 5 –

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{29}{12} \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 6} - \left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{30-29}{24} \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 7} - \left[ \frac{13}{4} \div \frac{1}{24} \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 8} - \left[ \frac{13}{4} \times 24 \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 9} - 13 \times 6 \times \frac{6}{13}$$

$$= 36 \text{ Ans.}$$

## बीजगणितीय शूल्क

1.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  2.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  3.  $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
  4.  $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$
  5.  $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
  6.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$
  7.  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$
  8.  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
  9.  $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
  10.  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$   
 $= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
- यदि  $a + b + c = 0$  हो तो
- $$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$11. a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$12. a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$$

## शमान्तर श्रेणी

वह श्रेणी जिसका प्रत्येक पद अपने पूर्व पद से कोई नियत शाशि जोड़ने अथवा घटाने से प्राप्त होता है।

जैसे - 2, 5, 8, 11, .....

शमान्तर श्रेणी का n वाँ पद

$$T_n = a + (n-1)d$$

जहाँ a = प्रथम पद

d = शार्व अंतर (द्वितीय पद - प्रथम पद)

n = पदों की संख्या

$$\text{शमान्तर श्रेणी के } n \text{ पदों का योग } S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

यदि प्रथम व अंतिम पद ज्ञात हो तो  $S_n = \frac{n}{2}[a + \ell]$

जहाँ  $\ell$  = अंतिम पद

दो शाशियों के मध्य शमान्तर माध्य  $A = \frac{a+b}{2}$  [a, b का शमान्तर माध्य A है।]

## गुणोत्तर श्रेणी

यदि श्रेणी के प्रत्येक पद का उससे पूर्व पद से अनुपात एक निश्चित शाशि होती है तो गुणोत्तर श्रेणी होती है। इस निश्चित शाशि को शार्वअनुपात कहते हैं।

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पद

$$T_n = a \cdot r^{n-1}$$

जहाँ a = प्रथम पद

r = शार्व अनुपात

n = पदों की संख्या

गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल

$$S_n = a \left( \frac{1-r^n}{1-r} \right); \text{ जब } r < 1 \quad S_n = a \left( \frac{r^n-1}{r-1} \right); \text{ जब } r > 1$$

1. दो शाशियों के मध्य गुणोत्तर माध्य  $G = \sqrt{ab}$

2. यदि दो धनात्मक शाशियों a व b के मध्य शमान्तर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य A व G हैं तो

$$A > G, \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

## हरात्मक श्रेणी

किसी श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम उसी क्रम में लिखने पर शमान्तर श्रेणी में हो तो उसे हरात्मक श्रेणी कहते हैं।

हरात्मक श्रेणी का n वाँ पद

$$T_n = \frac{1}{a + (n-1)d}$$

$$\text{हरात्मक माध्य (H)} = \frac{2ab}{a+b}$$

शमान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में संबंध

माना A, G तथा H दो शाशियों a व b के मध्य क्रमशः शमान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य हैं तब

$$G^2 = AH$$

तथा

$$A > G > H$$

### गणित प्रश्न

#### VBODMAS – आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1  $24 \times 2 \div 12 + 12 \div 6 \text{ of } 2 \div (15 \div 8 \times 4)$   
of  $(28 \div 7 \text{ of } 5)$  का मान होगा -

- (a)  $4\frac{32}{75}$       (b)  $4\frac{8}{75}$   
(c)  $4\frac{2}{3}$       (d)  $4\frac{1}{6}$

उदा.2 करें

$$\left[ 3\frac{1}{4} \div \left\{ 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left( 2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } 4\frac{1}{3} \right)$$

उदा.3 करें।

$$2\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{6} \div \frac{7}{8} \times \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \frac{5}{7} \div \frac{3}{4} \text{ of } \frac{3}{7}$$

- (a)  $\frac{56}{77}$       (b)  $\frac{49}{80}$   
(c)  $\frac{2}{3}$       (d)  $3\frac{2}{9}$

### गणित तथा वर्गमूल आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 निम्नलिखित का मान है -

$$\sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + \sqrt{29 + \sqrt{49}}}}}$$

- (a) 3      (b) 9  
(c) 7      (d) 5

उत्तर (a)

उदा.2 यदि  $(102)^2 = 10404$  है, तो

$$\sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404}$$
  
का मान किसके बराबर है ?

- (a) 0.306      (b) 0.0306  
(c) 11.122      (d) 11.322

उत्तर (d)

उदा.3  $33 - 4\sqrt{35}$  का वर्गमूल क्या है ?

- (a)  $\pm(2\sqrt{7} + \sqrt{5})$       (b)  $\pm(\sqrt{7} + 2\sqrt{5})$   
(c)  $\pm(\sqrt{7} - 2\sqrt{5})$       (d)  $\pm(2\sqrt{7} - \sqrt{5})$

### घनांतर तथा घनमूल आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1  $(\sqrt{4^3 + 15^2})^3$  का मान क्या है ?

- (a) 4913      (b) 4313  
(c) 4193      (d) 3943

उत्तर (a)

उदा.2 710 में कौनसी छोटी शंख्या जोड़ी जानी चाहिए ताकि योग एक पूर्ण घन बन जाए ?

- (a) 29      (b) 19  
(c) 11      (d) 21

उत्तर (b)

### भिन्न आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 निम्नलिखित का मान है -

- (c)  $\frac{1}{16}$       (d)  $\frac{1}{32}$

उत्तर (a)

उदा.2 यदि  $2 = x + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$  है तो x का मान ज्ञात करें।

- (a)  $\frac{18}{17}$       (b)  $\frac{21}{17}$   
(c)  $\frac{13}{17}$       (d)  $\frac{12}{17}$

उत्तर (b)

उदा.3  $999\frac{998}{999} \times 999$  किसके बराबर है ?

- (a) 998999      (b) 999899  
(c) 989999      (d) 999989

उत्तर (a)



## औसत (Average)



$$\text{औसत} = \frac{\text{परीक्षणों का योग}}{\text{परीक्षणों की संख्या}}$$

### संख्या आधारित औसत (सूत्र)

1. प्रथम  $n$  प्राकृत संख्याओं का औसत =  $\frac{(n+1)}{2}$
2. प्रथम  $n$  क्रमागत सम संख्याओं का औसत =  $(n+1)$
3. प्रथम  $n$  क्रमागत विशम संख्याओं का औसत =  $n$
4. प्रथम  $n$  प्राकृत संख्याओं के वर्गों का औसत =  $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$
5. प्रथम  $n$  प्राकृत संख्याओं के घनों का औसत =  $\frac{n(n+1)^2}{4}$
6. 1 से लेकर  $n$  तक की विशम संख्याओं का औसत =  $\frac{(n+1)}{2}$ , (जहाँ  $n$  = अन्तिम विषम संख्या)
7. 1 से लेकर  $n$  तक की सम संख्याओं का औसत =  $\frac{(n+2)}{2}$ , ( $n$  जहाँ = अन्तिम सम संख्या)
8. यदि समान दूरी तय करने में क्रमशः चाल  $a$  किमी./घंटा और  $b$  किमी./घंटा हो, तो औसत चाल =  $\frac{2ab}{(a+b)}$  होगी।
9. यदि समान दूरी के लिए औसत चाल  $a$  किमी./घंटा,  $b$  किमी./घंटा तथा  $c$  किमी./घंटा हो, तो औसत चाल =  $\frac{3abc}{(ab+bc+ca)}$  किमी./घंटा होगी।
10.  $P$  व्यक्तियों में से एक व्यक्ति, जिसका औसत भार  $x$  किग्रा. है, चला जाता है के स्थान पर एक नया व्यक्ति आ जाता है, जिससे व्यक्तियों का औसत भार  $y$  किग्रा. बढ़ जाता है, तो नये व्यक्ति का भार =  $(x + P + y)$  किग्रा.
11.  $P$  व्यक्तियों की औसत आयु  $x$  वर्ष है।  $Q$  व्यक्तियों के और सम्मिलित हो जाने पर औसत आयु  $y$  वर्ष हो जाती है, तो नये व्यक्तियों की औसत आयु  $x + (y-x) \times \frac{(P+Q)}{Q}$  वर्ष है।

12.  $P$  व्यक्तियों की औसत आयु  $x$  वर्ष है।  $Q$  व्यक्तियों के बाहर चले जाने से व्यक्तियों की औसत आयु  $y$  वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले व्यक्तियों की औसत आयु

$$= x - \left[ (y-x) \times \frac{(P-Q)}{Q} \right] \text{ वर्ष}$$

13.  $x$  बच्चों की औसत आयु  $y$  वर्ष है। यदि बच्चों की आयु में पिता की आयु जोड़ दी जाती है, तो उनकी औसत आयु  $z$  वर्ष हो जाती है। पिता की आयु =  $z \times (x+1) - y \times z$  वर्ष

14.  $P$  छात्रों की औसत आयु  $x$  वर्ष है। एक छात्र के बाहर चले जाने पर छात्रों की औसत आयु  $y$  वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले छात्र की औसत आयु =  $P \times x - (P-1)y$  वर्ष

15. किसी संस्थान में कुल  $P$  कर्मचारियों व अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह  $\frac{x}{z}$  हो तथा अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह  $\frac{y}{z}$  तथा कर्मचारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह  $\frac{z}{z}$  है तो, संस्था में कुल कर्मचारियों की संख्या =  $\frac{(x-y) \times P}{(z-y)}$

16. यदि प्रत्येक राशि को  $x$  गुना कर दिया जाए तो औसत भी  $x$  गुना हो जाता है।

17. गेंदबाज का औसत निकालना :-

$$\text{गेंदबाज का औसत} = \frac{\text{कुल रन}}{\text{विकेटों की संख्या}}$$

कुल रन = औसत  $\times$  विकेटों की संख्या

18. एक बल्लेबाज ने अपनी  $n^{\text{th}}$  पारी में 's' रन बनाए जिससे उसके औसत में 't' वृद्धि हो गई, तो 'n' पारियों के बाद औसत  $[x + t(n-1)]$  होगा।

संख्या के मान में परिवर्तन	औसत में परिवर्तन
(1) प्रत्येक मान में 'x' की वृद्धि	(1) औसत में 'x' की वृद्धि
(2) प्रत्येक मान में 'x' की कमी	(2) औसत में 'x' की कमी
(3) प्रत्येक मान में 'x' से गुणा	(3) औसत में भी 'x' का गुणा
(4) प्रत्येक मान में 'x' से भाग	(4) औसत में भी 'x' का भाग

### भारित औसत (Weighted Average)

यदि सदस्यों के दो या दो से अधिक समूह हैं जिनका व्यक्तिगत औसत ज्ञात है, तो सभी समूहों के सभी सदस्यों का संयुक्त औसत भारित औसत के रूप में जाना जाता है।

- यदि  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$  के सदस्य वाले  $k$  समूह हैं जिनका औसत क्रमशः  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$  हैं तो

$$\text{भारित औसत (A}_w\text{)} = \frac{n_1 A_1 + n_2 A_2 + n_3 A_3 + \dots + n_k A_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k}$$





उदा.2 512 पृष्ठों वाली एक पुस्तक में छपाई की त्रुटियों की औसत संख्या 4 प्रति पृष्ठ है, यदि प्रथम 302 पृष्ठों में इन त्रुटियों की संख्या 998 हो, तो शेष पृष्ठों में त्रुटियों की औसत संख्या प्रति पृष्ठ कितनी है ?

- (a) 4
  - (b) 5
  - (c) 5.5
  - (d) 6.5

## परीक्षा अंक आधारित



पश्चनों के हल



उदा.1 एक परीक्षा में छात्रों के एक समूह के प्राप्तांकों का समान्तर माध्य 52 था। उनमें सबसे अच्छे 20 प्रतिशत छात्रों को औसतन 80 अंक मिले और सबसे खराब 25 प्रतिशत छात्रों को औसतन 31 अंक, तब शेष 55 प्रतिशत छात्रों के प्राप्तांकों का औसत क्या था ?



उदा.2 एक समूह में विद्यार्थियों के औसत अंक 63 है। इनमें से 3 के प्राप्तांक 78, 69 तथा 48 है, शेष 6 विद्यार्थियों के औसत अंक कितने है ?