



# UP - PET

प्रारम्भिक अर्हता परीक्षा

उत्तर प्रदेश अधीनस्थ सेवा चयन आयोग

भाग - 4

गणित, तार्किक योग्यता एवं सामान्य विज्ञान



# CONTENTS

## गणित

1.	संख्या पद्धति	1
2.	सरलीकरण	8
3.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	12
4.	औसत	15
5.	आयु	19
6.	प्रतिशतता	21
7.	बट्टा	25
8.	करणी व घातांक	28
9.	अनुपात एवं समानुपात	32
10.	डाटा इंटरप्रिटेशन	36

## तार्किक योग्यता

11.	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	47
12.	क्रम और रैंकिंग	51
13.	कूट-भाषा परीक्षण	54
14.	रक्त संबंध	58
15.	सादृश्यता	64
16.	वर्गीकरण	68
17.	कैलेण्डर	72
18.	घडी	75
	तार्किक विचार	
	● कथन और तर्क	79
19.	● कथन और धारणा	83
	● कथन और कार्यवाही	88
	● अभिकथन और कारण	93
20.	न्याय निगमन	99
21.	निर्णय एवं समस्या समाधान	105

## सामान्य विज्ञान

1.	भौतिक राशियाँ	110
2.	बल एवं गति	112
3.	गुरुत्वाकर्षण	113
4.	कार्य, शक्ति एवं ऊर्जा	126
5.	प्रकाश	131
6.	विद्युत धारा	143
7.	दाब	148
8.	द्रव्य	150
9.	पदार्थ की भौतिक अवस्थाओं का क्रम: परिवर्तन	154
10.	परमाणु संरचना	154
11.	आवर्त सारणी	160
12.	रासायनिक बन्ध	163
13.	रासायनिक अभिक्रिया एवं समीकरण	165
14.	क्रम्ल, क्षार एवं लवण	169
15.	बहुलक (पॉलीमर)	177
16.	मानव जीवन में रसायन	182
17.	कोशिका	191
19.	पोषण	197
20.	क्रमतन्त्रावी तंत्र	200
21.	मानव रोग	204
22.	पर्यावरण, पारिस्थितिकी एवं जैव विविधता	209
23.	दैनिक जीवन विज्ञान संबंधित महत्वपूर्ण तथ्य	228

# प्रिय विद्यार्थी, टॉपर्सनोट्स चुनने के लिए धन्यवाद।

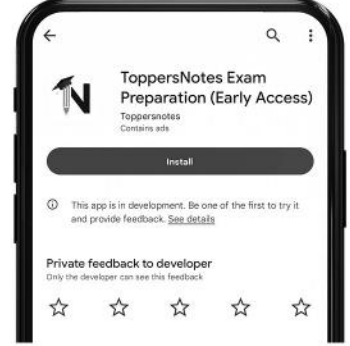
नोट्स में दिए गए QR कोड्स को स्कैन करने लिए टॉपर्स नोट्स ऐप डाउनलोड करें।  
ऐप डाउनलोड करने के लिए दिशा निर्देश देखें :-



ऐप इनस्टॉल करने के लिए आप अपने मोबाइल फ़ोन के कैमरा से या गूगल लेंस से QR स्कैन करें।



टॉपर्सनोट्स  
एग्जाम प्रिपरेशन ऐप



टॉपर्सनोट्स ऐप डाउनलोड करें गूगल प्ले स्टोर से।



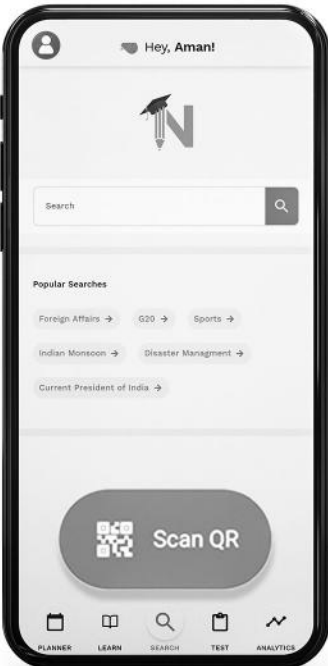
लॉग इन करने के लिए अपना मोबाइल नंबर दर्ज करें।



अपनी परीक्षा श्रेणी चुनें।



सर्च बटन पर क्लिक करें।



SCAN QR पर क्लिक करें।



किताब के QR कोड को स्कैन करें।



• सोल्युशन वीडियो  
• डाउट वीडियो  
• कॉन्सेप्ट वीडियो



• अतिरिक्त पाठ्य-सामग्री



• विषयवार अभ्यास  
• कमजोर टॉपिक विश्लेषण



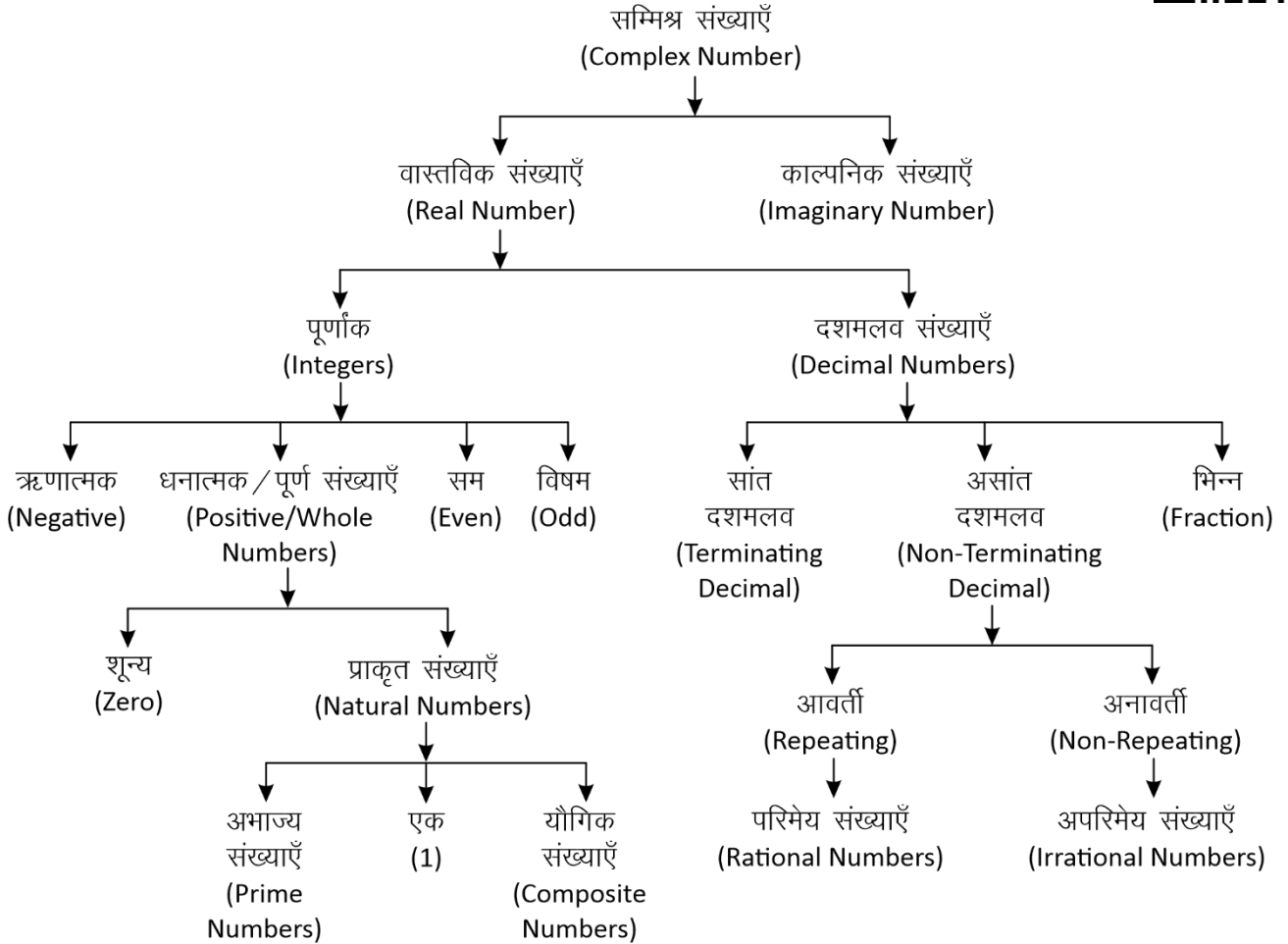
• रैंक प्रेडिक्टर  
• टेस्ट प्रैक्टिस

किसी भी तकनीकी सहायता के लिए  
[hello@toppersnotes.com](mailto:hello@toppersnotes.com) पर मेल करें  
या [766 56 41 122](tel:7665641122) पर whatsapp करें।

## संख्या पद्धति (Number System)

**संख्या पद्धति :-** किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है -



### सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती हैं।

इन्हें  $(a + ib)$  के रूप में लिखा जाता है। जहाँ  $a$  और  $b$  वास्तविक संख्याएँ हैं तथा  $i = \sqrt{-1}$  है।

$$Z = a \text{ (वास्तविक संख्या)} + ib \text{ (काल्पनिक संख्या)}$$

1. **वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers):** परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।
- I. **पूर्णांक संख्याएँ :** संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ-साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं, इसे  $I$  से सूचित करते हैं।  
 $I = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

(ii) **धनात्मक/पूर्ण संख्याएँ :** जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते हैं, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

**नोट :** चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

**A. प्राकृत संख्याएँ :** जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते हैं।

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$\text{प्रथम } n \text{ प्राकृतिक संख्याओं का योग} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{प्रथम } n \text{ प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

प्रथम  $n$  प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग =

$$\left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है ।

**उदाहरण –**

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$11 + 12 \rightarrow 23 \quad \text{Difference } 144 - 121 = 23$$

**(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :-** एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

**जैसे –** {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

- तीन अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101
- तीन अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997
- जहाँ 1 Prime Number नहीं है।
- 2 एकमात्र सम Prime संख्या है।
- 3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।
- 1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9
- 25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6
- 1-50 तक कुल 15 Prime Number है।
- 51-100 तक कुल 10 Prime Number है।
- अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।
- 1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46
- 1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62
- 1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78
- 1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

**☞ अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :-** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या  $x$  है, अब  $x$  से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

**उदाहरण –**

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

**हल –**

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

**सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) –** वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

**उदाहरण –** (4,9), (15, 22), (39, 40)

$$\text{HCF} = 1$$

**(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :-** वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है।  
**जैसे –** 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

**(ii) सम संख्याएँ :** संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

$$n \text{ वां पद} = 2n$$

$$\text{प्रथम } n \text{ सम संख्याओं का योग} = n(n+1)$$

$$\text{प्रथम } n \text{ सम संख्याओं के वर्गों का योग} =$$

$$\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2} \right\}$$

**(iii) विषम संख्याएँ :** वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती है।

$$\text{प्रथम } n \text{ विषम संख्याओं का योग} = n^2$$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2} \right\}$$

## II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ है जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांको के बीच आती है। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

### (i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

### (ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।

जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

#### A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

$$\text{जैसे – } \frac{1}{3} = 0.333..., \frac{22}{7} = 3.14285714.....$$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

इसे बार बोलते है।

$$0.333..... = 0.\overline{3}$$

$$\frac{22}{7} = 3.14285714..... = 3.14\overline{2857}$$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले -

$$0.\overline{P} = \frac{P}{9} \quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99} \quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले -

$$0.p\overline{q} = \frac{pq - p}{90} \quad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr - pq}{900}$$

$$0.\overline{pqr} = \frac{pqr - p}{990} \quad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs - pq}{9900}$$

उदाहरण -

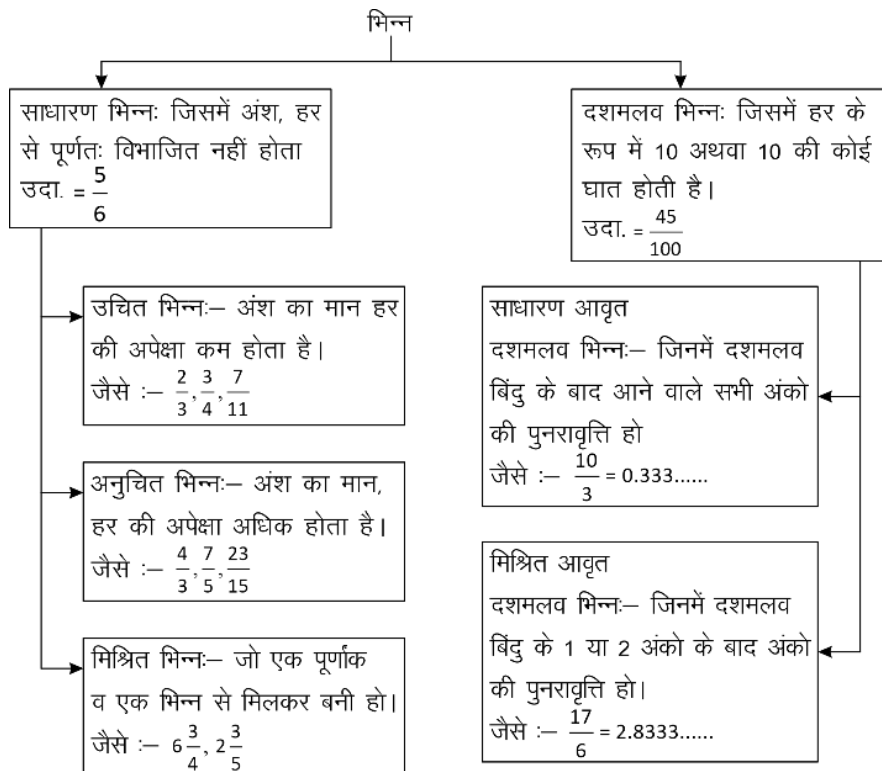
(i)  $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii)  $0.\overline{625} = \frac{625 - 6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii)  $0.\overline{3524} = \frac{3524 - 35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

- परिमेय (Rational) संख्याएँ** - वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

**भिन्नों के प्रकार**



उदाहरण -

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$$

**B. अनावर्ती (Non-Repeating)**

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

जैसे -  $\pi = 3.1415926535897932...$

$$\sqrt{2} = 1.41421356237...$$

- अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ** - इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण -

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}.....$$

**भिन्न (Fraction) :-** भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।

जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते है, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे  $\frac{1}{4}$  के रूप में प्रदर्शित

किया जाता है। जबकि शेष बचे भाग को  $\frac{3}{4}$  के रूप में प्रदर्शित किया जायेगा।

भिन्न दो भागों में बंटा होता है - अंश व हर

माना कोई भिन्न =  $\frac{p}{q}$  → अंश  
 $\frac{p}{q}$  → हर





2. यदि  $a^n - b^n$  दिया हो तो।

$n$  विषम होने पर भाजक  $\rightarrow (a-b)$

$n$  सम होने पर भाजक  $\rightarrow (a-b)$  या  $(a+b)$  या दोनों।

(i)  $a^n \div (a-1)$  हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।

(ii)  $a^n \div (a+1)$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } a \text{ होगा} \end{array} \right.$

(iii)  $(a^n + a) \div (a-1)$  हो, तो शेषफल 2 बचेगा

(iv)  $(a^n + a) \div (a+1)$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा।} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } (a-1) \text{ होगा।} \end{array} \right.$

### रोमन पद्धति के संकेतक

1	$\rightarrow$	I	20	$\rightarrow$	XX
2	$\rightarrow$	II	30	$\rightarrow$	XXX
3	$\rightarrow$	III	40	$\rightarrow$	XL
4	$\rightarrow$	IV	50	$\rightarrow$	L
5	$\rightarrow$	V	100	$\rightarrow$	C
6	$\rightarrow$	VI	500	$\rightarrow$	D
7	$\rightarrow$	VII	1000	$\rightarrow$	M
8	$\rightarrow$	VIII			
9	$\rightarrow$	IX			
10	$\rightarrow$	X			

### विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे - 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या में अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे - 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे - 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे - 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे - 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी। अथवा किसी संख्या में अंको की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे - 222222, 444444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो। जैसे - 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे - 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे - 222222, 17784

### अभ्यास प्रश्न

#### संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि किसी संख्या का  $\frac{3}{4}$  उस संख्या के  $\frac{1}{6}$  से 7 अधिक है, तो उस संख्या  $\frac{5}{3}$  क्या होगा?

- (a) 12 (b) 18  
(c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल  $a$  तथा  $b$ , उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

- (a)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  (b)  $\frac{b}{a}$   
(c)  $\frac{a}{b}$  (d)  $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

- (a) 1350 (b) 1250  
(c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का  $\frac{5}{16}$  ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का  $\frac{5}{6}$  ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये।

- (a) 300 (b) 480  
(c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

#### सम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी।

- (a) 47 (b) 48  
(c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

#### भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 64329 को जब किसी संख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते हैं तो भाज्य क्या है ?

- (a) 184 (b) 224  
(c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2  $(3^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28})$  विभाजित है।

- (a) 11 (b) 16  
(c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

- (a) 2706  
(b) 2796  
(c) 2736  
(d) 2826

उत्तर (c)

#### इकाई अंक निकालना आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1  $416 \times 333 + 2167 \times 118 - 114 \times 133$  के परिणाम का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

कितना है ?

- (a) 0 (b) 2  
(c) 3 (d) 5

### प्राकृतिक संख्याओं के square/cube के योग एवं अंतर पर आधारित



- उदा.1  $(11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2) = ?$   
 (a) 385 (b) 2485  
 (c) 2870 (d) 3255

- उदा.2  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = ?$

### दशमलव संख्या आधारित



- उदा.1 एक विद्यार्थी को निम्नलिखित व्यंजक को सरल करने को कहा गया

$$\frac{0.0016 \times 0.025}{0.325 \times 0.05} \div \frac{0.1216 \times 0.105 \times 0.002}{0.08512 \times 0.625 \times 0.039} + \left( \sqrt[3]{27} - \sqrt{6\frac{3}{4}} \right)^2$$

- उसका उत्तर  $\frac{19}{10}$  था। उसके उत्तर में कितने प्रतिशत त्रुटि थी ?

- उदा.2  $\frac{0.936 - 0.568}{0.45 + 2.67}$  को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

### शून्य की संख्या पर आधारित



- उदा.1  $(1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times \dots \times 98^{98} \times 99^{99} \times 100^{100})$  के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की संख्या ज्ञात करें ?  
 (a) 1200 (b) 1300  
 (c) 1500 (d) 1600

- उदा.2  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 250$  को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे ?

### सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या/भिन्न ज्ञात करने पर आधारित



- उदा.1 निम्न में से  $\frac{2}{5}$  और  $\frac{4}{9}$  के बीच उपस्थित भिन्न हैं ?  
 (a)  $\frac{3}{7}$  (b)  $\frac{2}{3}$   
 (c)  $\frac{4}{5}$  (d)  $\frac{1}{2}$

- उदा.2 निम्न में से बड़ी संख्या हैं।  
 $(3)^{\frac{1}{3}}, (2)^{\frac{1}{2}}, 1, (6)^{\frac{1}{6}}$   
 (a)  $(2)^{\frac{1}{2}}$  (b) 1  
 (c)  $(6)^{\frac{1}{6}}$  (d)  $(3)^{\frac{1}{3}}$

### आरोही/अवरोही क्रम आधारित



- उदा.1  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$  को बढ़ते क्रम में लिखने पर –  
 (a)  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$  (b)  $\sqrt[4]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$   
 (c)  $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt{2}$  (d)  $\sqrt{2} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4}$

- उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ –  
 $\sqrt{7} - \sqrt{5}, \sqrt{5} - \sqrt{3}, \sqrt{9} - \sqrt{7}, \sqrt{11} - \sqrt{9}$

- उदा.3 संख्याओं  $\frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{16}{19}, \frac{21}{25}$  को अवरोही क्रम में लिखिये ?

### गुणनखंडों की संख्या पर आधारित



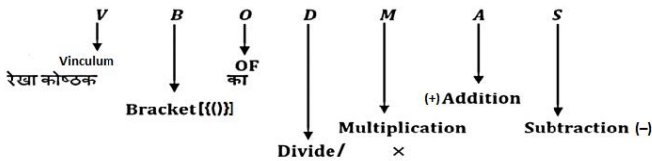
- उदा.1  $\{(127)^{127} + (97)^{127}\}$  तथा  $\{(127)^{97} + (97)^{97}\}$  का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?  
 (a) 127 (b) 97  
 (c) 30 (d) 224

- उदा.2  $\frac{(18)^{15} \times (75)^{16} \times (42)^{14}}{(35)^{12} \times (12)^{16}}$  में कितने अभाज्य खंड हैं ?

## शरलीकरण (Simplification)



- शरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये अंकडों को शरल रूप में प्रदर्शित करते हैं जैसे कि अंकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical Operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है।
- यदि कुछ संख्या पर भिन्न-भिन्न प्रकार के Operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही श्राये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते हैं।
- हम पहले कौनसा Operation करे, यह VBODMAS का Rule तय करता है।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Vinculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसके बाद (BODMAS) Rule कार्य करेगा
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते हैं-
  - छोटा कोष्ठक ( )
  - मंझला कोष्ठक { }
  - बडा कोष्ठक [ ]
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बडा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "Order" से बना है, जिसका मतलब "गुणा" से या "का" से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते हैं यदि दिया है तो।
- पंचम स्थान पर "M" है जिसका मतलब "Multiplication" है, दिये गए व्यंजन में "Division" के बाद "Multiplication" (गुणा) करेंगे।

- छठा स्थान "A" रखता है जो "Addition" (जोडा) से संबंधित है। Division-multiplication के बाद Addition किया होती है।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो "Subtraction" से बना है।

प्रश्न -  
शरल कीजिए।

$$\left[ 3\frac{1}{4} \div \left\{ 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left( 2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } 4\frac{1}{3} \right)$$

हल:

Step 1 - सबसे पहले सभी मिश्र भिन्नो को साधारण भिन्नो में बदलते हैं।

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } \frac{13}{3} \right)$$

अब VBODMAS के अनुसार

Step 2 -

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{5}{2} - \frac{3-2}{12} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } \frac{13}{3} \right)$$

Step 3 -

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{12} \right) \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

Step 4 -

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \left( \frac{30-1}{12} \right) \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

Step 5 -

$$\left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{29}{12} \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 6 - } \left[ \frac{13}{4} \div \left\{ \frac{30-29}{24} \right\} \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 7 - } \left[ \frac{13}{4} \div \frac{1}{24} \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 8 - } \left[ \frac{13}{4} \times 24 \right] \div \frac{13}{6}$$

$$\text{Step 9 - } 13 \times 6 \times \frac{6}{13}$$

$$= 36 \text{ Ans.}$$

### बीजगणितीय सूत्र

1.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3.  $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
4.  $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$
5.  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
6.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$
7.  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b+c)^2 + (c-a)^2]$
8.  $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
9.  $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
10.  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$   
 $= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$   
 यदि  $a + b + c = 0$  हो तो  
 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
11.  $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$
12.  $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$

### समान्तर श्रेणी

वह श्रेणी जिसका प्रत्येक पद अपने पूर्व पद से कोई नियत राशि जोड़ने अथवा घटाने से प्राप्त होता है।

जैसे - 2, 5, 8, 11, .....

समान्तर श्रेणी का  $n$  वाँ पद

$$T_n = a + (n - 1)d$$

जहाँ  $a$  = प्रथम पद

$d$  = शार्व अंतर (द्वितीय पद - प्रथम पद)

$n$  = पदों की संख्या

समान्तर श्रेणी के  $n$  पदों का योग  $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

यदि प्रथम व अंतिम पद ज्ञात हो तो  $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

जहाँ  $l$  = अंतिम पद

दो राशियों के मध्य समांतर माध्य  $A = \frac{a+b}{2}$  [ $a, b$  का

समान्तर माध्य  $A$  है।]

### गुणोत्तर श्रेणी

यदि श्रेणी के प्रत्येक पद का उससे पूर्व पद से अनुपात एक निश्चित राशि होती है तो गुणोत्तर श्रेणी होती है। इस निश्चित राशि को शार्व अनुपात कहते हैं।

गुणोत्तर श्रेणी का  $n$  वाँ पद

$$T_n = a \cdot r^{n-1}$$

जहाँ  $a$  = प्रथम पद

$r$  = शार्व अनुपात

$n$  = पदों की संख्या

गुणोत्तर श्रेणी के  $n$  पदों का योगफल

$$S_n = a \left( \frac{1-r^n}{1-r} \right); \text{ जब } r < 1 \quad S_n = a \left( \frac{r^n - 1}{r - 1} \right); \text{ जब } r > 1$$

1. दो राशियों के मध्य गुणोत्तर माध्य  $G = \sqrt{ab}$

2. यदि दो घनात्मक राशियों  $a$  व  $b$  के मध्य समांतर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य  $A$  व  $G$  हैं तो

$$A > G, \quad \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

### हरात्मक श्रेणी

किसी श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम उन्नी क्रम में लिखने पर समांतर श्रेणी में हो तो उसे हरात्मक श्रेणी कहते हैं।

हरात्मक श्रेणी का  $n$  वाँ पद

$$T_n = \frac{1}{a + (n - 1)d}$$

$$\text{हरात्मक माध्य (H)} = \frac{2ab}{a+b}$$

समान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में संबंध

माना  $A, G$  तथा  $H$  दो राशियों  $a$  व  $b$  के मध्य क्रमशः समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य हैं तब

$$\boxed{G^2 = AH} \quad \text{तथा} \quad \boxed{A > G > H}$$

**अभ्यास प्रश्न**

**VBODMAS – आधाारित**



प्रश्नों के हल



उदा.1  $24 \times 2 \div 12 + 12 \div 6$  of  $2 \div (15 \div 8 \times 4)$   
of  $(28 \div 7$  of  $5)$  का मान होगा -

- (a)  $4\frac{32}{75}$                       (b)  $4\frac{8}{75}$   
(c)  $4\frac{2}{3}$                       (d)  $4\frac{1}{6}$

उदा.2 सरल करें

$$\left[ 3\frac{1}{4} \div \left\{ 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left( 2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] \div \left( \frac{1}{2} \text{ of } 4\frac{1}{3} \right)$$

उदा.3 सरल करें ।

$$2\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{6} \div \frac{7}{8} \times \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \frac{5}{7} \div \frac{3}{4} \text{ of } \frac{3}{7}$$

- (a)  $\frac{56}{77}$                       (b)  $\frac{49}{80}$   
(c)  $\frac{2}{3}$                       (d)  $3\frac{2}{9}$

**वर्गान्तर तथा वर्गमूल आधाारित**



प्रश्नों के हल



उदा.1 निम्नलिखित का मान है -

$$\sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + \sqrt{29 + \sqrt{49}}}}} \text{ is}$$

- (a) 3                      (b) 9  
(c) 7                      (d) 5

उत्तर (a)

उदा.2 यदि  $(102)^2 = 10404$  है, तो

$$\sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404}$$

का मान किसके बराबर है ?

- (a) 0.306                      (b) 0.0306  
(c) 11.122                      (d) 11.322

उत्तर (d)

उदा.3  $33 - 4\sqrt{35}$  का वर्गमूल क्या है ?

- (a)  $\pm(2\sqrt{7} + \sqrt{5})$                       (b)  $\pm(\sqrt{7} + 2\sqrt{5})$   
(c)  $\pm(\sqrt{7} - 2\sqrt{5})$                       (d)  $\pm(2\sqrt{7} - \sqrt{5})$

**घनान्तर तथा घनमूल आधाारित**



प्रश्नों के हल



उदा.1  $(\sqrt{4^3 + 15^2})^3$  का मान क्या है ?

- (a) 4913                      (b) 4313  
(c) 4193                      (d) 3943

उत्तर (a)

उदा.2 710 में कौनसी छोटी संख्या जोड़ी जानी चाहिए ताकि योग एक पूर्ण घन बन जाए ?

- (a) 29                      (b) 19  
(c) 11                      (d) 21

उत्तर (b)

**भिन्न आधाारित**



प्रश्नों के हल



उदा.1 निम्नलिखित का मान है -

- (c)  $\frac{1}{16}$                       (d)  $\frac{1}{32}$

उत्तर (a)

उदा.2 यदि  $2 = x + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$  है तो x का मान ज्ञात करें ।

- (a)  $\frac{18}{17}$                       (b)  $\frac{21}{17}$   
(c)  $\frac{13}{17}$                       (d)  $\frac{12}{17}$

उत्तर (b)

उदा.3  $999\frac{998}{999} \times 999$  किसके बराबर है ?

- (a) 998999                      (b) 999899  
(c) 989999                      (d) 999989

उत्तर (a)

उदा.4  $\frac{1}{5} + 999 \frac{494}{495} \times 99$  का मान ज्ञात करें।

- (a) 90000                      (b) 99000  
(c) 90900                      (d) 99990

उत्तर (b)

### बीजगणितीय सूत्रों पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1  $\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$  के बराबर है ?

- (a)  $2\frac{1}{2}$                       (b)  $3\frac{1}{2}$   
(c)  $4\frac{1}{2}$                       (d)  $5\frac{1}{2}$

उत्तर (c)

उदा.2  $\frac{0.51 \times 0.051 \times 0.051 + 0.041 \times 0.041 \times 0.041}{0.51 \times 0.051 - 0.051 \times 0.041 + 0.041 \times 0.041}$  का मान क्या है ?

- (a) 0.92                      (b) 0.092  
(c) 0.0092                      (d) 0.00092

उत्तर (b)

### श्रेणी आधारित (समान्तर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी)



प्रश्नों के हल



उदा.1 50 से कम 3 के सभी गुणजों का योगफल ज्ञात करें ?

- (a) 400                      (b) 408  
(c) 404                      (d) 412

उत्तर (b)

उदा.2 निम्नलिखित समान्तर श्रेणी में कितने पद हैं ?  
7, 13, 19, ..... , 205

उदा.3 5 के उन सभी घनात्मक गुणांकों का योग ज्ञात करें जो 100 से कम हैं ?

### समीकरण आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 एक पर्यटक प्रतिदिन उतने ही रुपये खर्च करता है जितने उसके पर्यटन के दिनों की संख्या है। उसका कुल खर्च रुपये 361 है, तो ज्ञात करें कि उसका पर्यटन कितने दिनों तक चला ?

- (a) 17 days                      (b) 19 days  
(c) 21 days                      (d) 31 days

उत्तर (b)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योग 22 है, और उनके वर्गों का योग 404 है, तो उन संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करें ?

- (a) 40                      (b) 44  
(c) 80                      (d) 89

उत्तर (a)

उदा.3 जब एक दो अंकों की संख्या को उसके अंकों के योग से गुणा किया जाता है, तो गुणनफल 424 होता है। जब उसके अंकों को आपस में बदलने से प्राप्त संख्या को अंकों के योग से गुणा किया जाता है तो परिणाम 280 होता है। संख्या के अंकों का योग कितना है ?

- (a) 7                      (b) 9  
(c) 6                      (d) 8

उत्तर (d)

## लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक (LCM & HCF)



### गुणनखण्ड

एक संख्या को दूसरे का गुणनखण्ड कहा जाता है, यदि यह दूसरे को पूरी तरह से विभाजित कर दे। इस प्रकार 3 व 4, 12 के गुणनखण्ड हैं।

### समापवर्तक

वह संख्या जो दो या दो से अधिक दी हुयी संख्याओं को पूर्णतः विभाजित कर दे, उन संख्याओं का समापवर्तक कहलाती है। इस प्रकार 9, 18, 21 एवं 33 का एक समापवर्तक 3 है।

## LCM (Lowest Common Multiple) (लघुत्तम समापवर्त्य)

- वह सबसे छोटी संख्या जो दी गयी संख्याओं से पूर्णतया: विभाज्य हो, LCM कहलाती है।
- Power वाले संख्या का LCM निकालना** – अभाज्य गुणनखण्ड करने के बाद Power के रूप में लिखेंगे और जितने अभाज्य संख्या का प्रयोग होगा उसे गुणा के रूप में लिखेंगे और उस पर अधिकतम Power रखेंगे।

उदा.1  $(12)^{16}, (18)^{15}, (30)^{18}$  का LCM निकाले।

हल  $(12)^{16} = (2 \times 2 \times 3)^{16} = (2^2 \times 3)^{16} = 2^{32} \times 3^{16}$

$(18)^{15} = (2 \times 3 \times 3)^{15} = (2 \times 3^2)^{15} = 2^{15} \times 3^{30}$

$(30)^{18} = (2 \times 3 \times 5)^{18} = 2^{18} \times 3^{18} \times 5^{18}$

अतः LCM =  $2^{32} \times 3^{30} \times 5^{18}$  Ans.

### भिन्नों का LCM निकालना

$$\text{LCM} = \frac{\text{अंशों का LCM}}{\text{हरों का HCF}}$$

उदा.2  $\frac{1}{2}$  व  $\frac{5}{8}$  का LCM ?

$$\text{LCM} = \frac{1 \text{ व } 5 \text{ का LCM}}{2 \text{ व } 8 \text{ का HCF}} \Rightarrow \frac{5}{2}$$

## HCF (Highest Common Factor) महत्तम समापवर्तक

- वह सबसे बड़ी संख्या जिससे दी गयी सभी संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो, HCF कहलाता है।
- जैसे – 18 एवं 24 का म.स.प. 6 है।

उदा.1 HCF निकालना : दो संख्याओं का HCF भाग विधि द्वारा निकाला जाता है, तो भागफल क्रमशः 3, 4, एवं 5 प्राप्त होता है। यदि दो संख्याओं का HCF, 18 हो तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल दो संख्याएँ a एवं b हैं

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \quad 3 \\ c \overline{) a} \quad 4 \\ d \overline{) c} \quad 5 \\ \quad \quad \quad \times \times \end{array}$$

अन्तिम भाजक HCF होता है।

$$d = 18$$

$$c = 5 \times d = 5 \times 18 = 90$$

$$a = (4 \times c) + d$$

$$= (4 \times 90) + 18 = 378$$

$$b = 3a + c$$

$$= (3 \times 378) + 90 = 1134 + 90$$

$$= 1224, 378 \text{ Ans}$$

### Power वाली संख्या का HCF निकालना

पहले Base का अभाज्य गुणनखण्ड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे और जो सभी में Common अभाज्य संख्या होगी, उसे गुणा के रूप में लिखेंगे और उस पर न्यूनतम Power रखेंगे।

उदा.1  $(24)^8, (36)^{12}, (18)^{16}$  का HCF निकालें।

हल  $24 = (2^3 \times 3)^8 = 2^{24} \times 3^8$

$36 = (2^2 \times 3^2)^{12} = 2^{24} \times 3^{24}$

$18 = (2 \times 3^2)^{16} = 2^{16} \times 3^{32}$

अतः म.स.प. =  $2^{16} \times 3^8$

### भिन्न का HCF निकालना

$$\text{भिन्न का HCF} = \frac{\text{अंश का HCF}}{\text{हर का LCM}}$$

उदा.1  $\frac{18}{25}, \frac{12}{7}, \frac{6}{35}$

हल  $\frac{18, 12, 6 \text{ का HCF}}{25, 7, 35 \text{ का LCM}} = \frac{6}{175}$

किसी दो संख्याओं का जोड़ तथा ल.स.प. का म.स.प., उन संख्याओं के म.स. के बराबर होता है।

माना दो संख्याएँ x तथा y हैं, तथा उनका म.स. H है।

$$\text{अतः } x = Ha$$

$$y = Hb$$







## औसत (Average)



$$\text{औसत} = \frac{\text{परीक्षणों का योग}}{\text{परीक्षणों की संख्या}}$$

### संख्या आधारित औसत (सूत्र)

1. प्रथम  $n$  प्राकृत संख्याओं का औसत  $= \frac{(n+1)}{2}$
2. प्रथम  $n$  क्रमागत सम संख्याओं का औसत  $= (n+1)$
3. प्रथम  $n$  क्रमागत विषम संख्याओं का औसत  $= n$
4. प्रथम  $n$  प्राकृत संख्याओं के वर्गों का औसत  $= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$
5. प्रथम  $n$  प्राकृत संख्याओं के घनों का औसत  $= \frac{\{n(n+1)\}^2}{4}$
6. 1 से लेकर  $n$  तक की विषम संख्याओं का औसत  $= \frac{(n+1)}{2}$ , (जहाँ  $n =$  अन्तिम विषम संख्या)
7. 1 से लेकर  $n$  तक की सम संख्याओं का औसत  $= \frac{(n+2)}{2}$ , ( $n$  जहाँ  $=$  अन्तिम सम संख्या)
8. यदि समान दूरी तय करने में क्रमशः चाल  $a$  किमी./घंटा और  $b$  किमी./घंटा हो, तो औसत चाल  $= \frac{2ab}{(a+b)}$  होगी।
9. यदि समान दूरी के लिए औसत चाल  $a$  किमी./घंटा,  $b$  किमी./घंटा तथा  $c$  किमी./घंटा हो, तो औसत चाल  $= \frac{3abc}{(ab+bc+ca)}$  किमी./घंटा होगी।
10.  $P$  व्यक्तियों में से एक व्यक्ति, जिसका औसत भार  $x$  किग्रा. है, चला जाता है के स्थान पर एक नया व्यक्ति आ जाता है, जिससे व्यक्तियों का औसत भार  $y$  किग्रा. बढ़ जाता है, तो नये व्यक्ति का भार  $= (x+P+y)$  किग्रा.
11.  $P$  व्यक्तियों की औसत आयु  $x$  वर्ष है।  $Q$  व्यक्तियों के और सम्मिलित हो जाने पर औसत आयु  $y$  वर्ष हो जाती है, तो नये व्यक्तियों की औसत आयु  $x + (y-x) \times \frac{(P+Q)}{Q}$  वर्ष

12.  $P$  व्यक्तियों की औसत आयु  $x$  वर्ष है।  $Q$  व्यक्तियों के बाहर चले जाने से व्यक्तियों की औसत आयु  $y$  वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले व्यक्तियों की औसत आयु  $= x - \left[ (y-x) \times \frac{(P-Q)}{Q} \right]$  वर्ष
13.  $x$  बच्चों की औसत आयु  $y$  वर्ष है। यदि बच्चों की आयु में पिता की आयु जोड़ दी जाती है, तो उनकी औसत आयु  $z$  वर्ष हो जाती है। पिता की आयु  $= z \times (x+1) - y \times z$  वर्ष
14.  $P$  छात्रों की औसत आयु  $x$  वर्ष है। एक छात्र के बाहर चले जाने पर छात्रों की औसत आयु  $y$  वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले छात्र की औसत आयु  $= P \times x - (P-1)y$  वर्ष
15. किसी संस्थान में कुल  $P$  कर्मचारियों व अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह  $\text{₹ } x$  हो तथा अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह  $\text{₹ } y$  तथा कर्मचारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह  $\text{₹ } z$  है तो, संस्था में कुल कर्मचारियों की संख्या  $= \frac{(x-y) \times P}{(z-y)}$
16. यदि प्रत्येक राशि को  $x$  गुना कर दिया जाए तो औसत भी  $x$  गुना हो जाता है।
17. गेंदबाज का औसत निकालना :-  
 गेंदबाज का औसत  $= \frac{\text{कुल रन}}{\text{विकेटों की संख्या}}$   
 कुल रन  $=$  औसत  $\times$  विकेटों की संख्या
18. एक बल्लेबाज ने अपनी  $n^{\text{th}}$  पारी में 's' रन बनाए जिससे उसके औसत में 't' वृद्धि हो गई, तो 'n' पारियों के बाद औसत  $[x - t(n-1)]$  होगा।

संख्या के मान में परिवर्तन	औसत में परिवर्तन
(1) प्रत्येक मान में 'x' की वृद्धि	(1) औसत में 'x' की वृद्धि
(2) प्रत्येक मान में 'x' की कमी	(2) औसत में 'x' की कमी
(3) प्रत्येक मान में 'x' से गुणा	(3) औसत में भी 'x' का गुणा
(4) प्रत्येक मान में 'x' से भाग	(4) औसत में भी 'x' का भाग

### भारित औसत (Weighted Average)

यदि सदस्यों के दो या दो से अधिक समूह हैं जिनका व्यक्तिगत औसत ज्ञात है, तो सभी समूहों के सभी सदस्यों का संयुक्त औसत भारित औसत के रूप में जाना जाता है।

- यदि  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$  के सदस्य वाले  $k$  समूह हैं जिनका औसत क्रमशः  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$  है तो

$$\text{भारित औसत } (A_w) = \frac{n_1 A_1 + n_2 A_2 + n_3 A_3 + \dots + n_k A_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k}$$