



बिहार पुलिस सब इंस्पेक्टर/ दरोगा

बिहार पुलिस अधीनस्थ सेवा आयोग (BPSSC)

भाग – 2

संख्यात्मक एवं तार्किक योग्यता

BIHAR POLICE S.I.

S.N.	Content	P.N.
	गणित	
1.	समय और कार्य	1
2.	पाइप और टंकी	4
3.	अनुपात तथा समानुपात	7
4.	आयु	11
5.	औसत	13
6.	साझेदारी	17
7.	मिश्रण एवं एलीगेशन	20
8.	संख्या पद्धति	22
9.	सरलीकरण	29
10.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	33
11.	प्रतिशतता	36
12.	लाभ-हानि	40
13.	बट्टा	45
14.	साधारण ब्याज	48
15.	चक्रवृद्धि ब्याज	51
16.	चाल, समय और दूरी	54
17.	नाव और धारा	58
18.	क्षेत्रमिति	60
19.	डाटा इंटरप्रिटेशन	73

रीजनिंग VERBAL

1.	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	84
2.	श्रृंखला	88
3.	कूट – भाषा परीक्षण	91
4.	क्रम और रैंकिंग	95
5.	दिशा और दूरी	98
6.	रक्त संबंध	104
7.	पहेली परीक्षण	110
8.	बैठक व्यवस्था	115
9.	न्याय निगमन	120
10.	वर्गीकरण	126
11.	लुप्त पदों का भरना	130
12.	शब्दों का तार्किक क्रम	137
13.	गणितीय संक्रियाएँ	141
14.	निर्णय एवं समस्या समाधान	143
15.	वेन आरेख	148
16.	आकृति निर्माण	153
17.	सादृश्यता	156
18.	कागज मोड़ना एवं काटना	160
19.	सन्निहित आकृतियाँ	164

प्रिय विद्यार्थी, टॉपर्सनोट्स चुनने के लिए धन्यवाद।

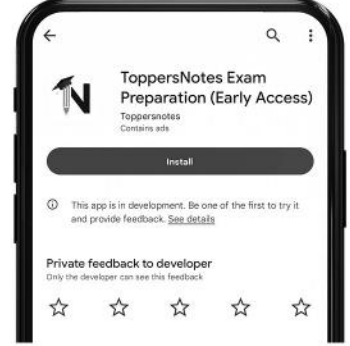
नोट्स में दिए गए QR कोड्स को स्कैन करने लिए टॉपर्स नोट्स ऐप डाउनलोड करें।
ऐप डाउनलोड करने के लिए दिशा निर्देश देखें :-



ऐप इनस्टॉल करने के लिए आप अपने मोबाइल फ़ोन के कैमरा से या गूगल लेंस से QR स्कैन करें।



टॉपर्सनोट्स
एग्जाम प्रिपरेशन ऐप



टॉपर्सनोट्स ऐप डाउनलोड करें गूगल प्ले स्टोर से।



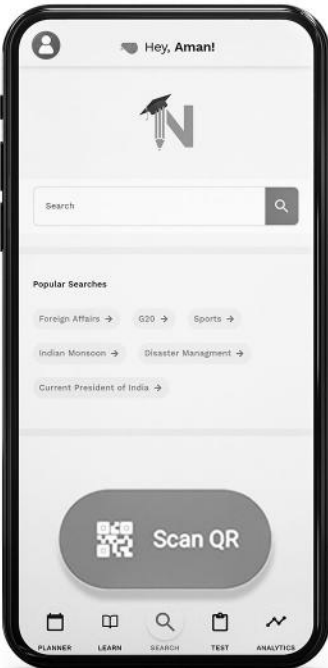
लॉग इन करने के लिए अपना मोबाइल नंबर दर्ज करें।



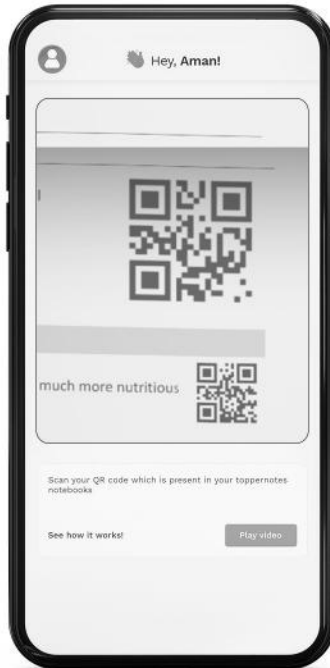
अपनी परीक्षा श्रेणी चुनें।



सर्च बटन पर क्लिक करें।



SCAN QR पर क्लिक करें।



किताब के QR कोड को स्कैन करें।



• सोल्युशन वीडियो
• डाउट वीडियो
• कॉन्सेप्ट वीडियो



• अतिरिक्त पाठ्य-सामग्री



• विषयवार अभ्यास
• कमजोर टॉपिक विश्लेषण



• रैंक प्रेडिक्टर
• टेस्ट प्रैक्टिस

किसी भी तकनीकी सहायता के लिए
hello@toppersnotes.com पर मेल करें
या [766 56 41 122](tel:7665641122) पर whatsapp करें।

समय और कार्य (Time & Work)



समय (Work)

समय कार्य पूर्ण करने की वह अवधिक है, जो आमतौर पर दिनों या घंटों में दी जाती है।

- क्षमता – किसी व्यक्ति द्वारा इकाई समय में किया गया कार्य क्षमता कहलाता है।
- यदि कोई व्यक्ति किसी कार्य को x दिनों में पूरा करता है तो एक दिन में वह कार्य का $\frac{1}{x}$ भाग कर सकेगा।

$$\text{क्षमता} = \frac{1}{x} \text{ भाग/दिन}$$

$$\text{क्षमता} \propto \frac{1}{\text{समय}}$$

- यदि किसी व्यक्ति की क्षमता अधिक है तो वह कम दिनों में तथा यदि क्षमता कम है तो अधिक दिनों में कार्य पूर्ण करेगा।
- यदि A, B से 'n' गुना कार्यकुशल है, तो A, समान कार्य को पूरा करने में B द्वारा लिये गए कुल समय का $\frac{1}{n}$ समय लेगा।
- यदि मिलकर कार्य करने में लगा समय दिया हुआ हो तो किसी एक व्यक्ति को कार्य पूरा करने में लगा समय = $\frac{\text{दिनों का गुणनफल}}{\text{दिनों का अंतर}}$
- यदि कार्य समाप्ति से पहले कोई व्यक्ति कार्य छोड़कर चला जाता है तो कार्य पूर्ण होने में लगा समय $\frac{(x+m)y}{x+y}$
जहाँ x = समाप्ति से पहले कार्य छोड़ता हो वह व्यक्ति का समय
 m = जितना दिन पहले कार्य छोड़ता है।
 y = जो शुरू से अंत तक कार्य करता है वह व्यक्ति का समय
- यदि किसी कार्य को संपन्न करने में लगे व्यक्ति की संख्या $x : y$ में बदल जाये तो कार्य को पूरा करने में लगा समय $y : x$ के अनुपात में बदल जाएगा।
- A किसी कार्य को x दिनों में पूरा करता है तथा B उसी कार्य को y दिनों में पूरा कर सकता है तो दोनों मिलकर पूर्ण करेंगे।

$$\text{समय} = \frac{xy}{x+y}$$

- यदि A, B व C तीन व्यक्ति x, y व z दिनों में पूर्ण करते हैं तो,

$$\text{समय} = \frac{xyz}{xy + yz + xz}$$

- यदि M_1 व्यक्ति H_1 घंटे कार्य करके W_1 कार्य को D_1 दिनों में पूरा कर सकते हैं और M_2 व्यक्ति H_2 घंटे कार्य करके W_2 कार्य को D_2 दिनों में पूरा करते हैं तब निम्न संबंध बनता है।

$$\frac{M_1 D_1 H_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 H_2}{W_2}$$

अभ्यास प्रश्न

जब दो या तीन व्यक्ति मिलकर कार्य करें



प्रश्नों के हल



- उदा.1 A एक काम को 6 दिनों में तथा B उसी काम को 9 दिनों में कर सकता है। दोनों मिलकर उस काम को कितने दिनों में पूरा करेंगे ?
- (a) 7.5 दिन (b) 5.4 दिन
(c) 3.6 दिन (d) 3 दिन
- उत्तर (c)
- उदा.2 A और B एक काम को 72 दिनों में कर सकते हैं। B और C इस काम को 120 दिनों में कर सकते हैं तथा C और A उसी काम को 90 दिनों में कर सकते हैं, तो तीनों मिलकर इस काम को कितने दिनों में करेंगे ?
- (a) 80 दिन (b) 100 दिन
(c) 60 दिन (d) 150 दिन
- उत्तर (c)
- उदा.3 A किसी कार्य का $\frac{1}{2}$ भाग 5 दिनों में कर सकता है, B उसी कार्य का $\frac{3}{5}$ भाग 9 दिनों में कर सकता है, C उसी काम का $\frac{2}{3}$ भाग 8 दिनों में कर सकता है, तीनों मिलकर उस काम को कितने दिनों पूरा करेंगे ?
- (a) 3 दिन (b) 5 दिन
(c) $4\frac{1}{2}$ दिन (d) 4 दिन
- उत्तर (d)

उदा.4 A एक काम को 15 दिनों में तथा B 20 दिनों में कर सकता है। यदि वे 4 दिनों तक एक साथ काम करते हैं, तो अब काम का कितना हिस्सा बचा हुआ है।

- (a) $\frac{8}{15}$ (b) $\frac{7}{15}$
 (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{10}$

उत्तर (a)

शर्त पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 A अकेला एक कार्य को 20 दिन में समाप्त कर सकता है जबकि B अकेला इस कार्य को 25 दिन में समाप्त कर सकता है, दोनों मिलकर 5 दिन कार्य करते हैं, फिर B काम छोड़कर चला जाता है, शेष कार्य को A अकेला कितने दिन में कर पाएगा ?

उदा.2 A, B एवं C किसी कार्य को क्रमशः 8, 16 एवं 24 दिनों में पूरा करते हैं। वे तीनों एक साथ कार्य शुरू करते हैं। A कार्य पूरा होने तक लगा रहता है, C कार्य समाप्त होने के 2 दिन पहले छोड़ देता है और B कार्य पूरा होने के 1 दिन पहले हो तो कितने समय में कार्य पूरा हो जाता है ?

उदा.3 A, B और C किसी काम को क्रमशः 20, 30 एवं 45 दिन में अलग-अलग समाप्त कर सकता है। तीनों मिलकर काम प्रारम्भ करता है और काम समाप्ति से पाँच दिन पहले B तथा काम प्रारम्भ होने के पाँच दिन बाद A काम छोड़कर चला जाता है तो पूरा काम कितने दिनों में समाप्त हो जायेगा ?

उदा.4 A, B, C एक कार्य को क्रमशः 24 दिन, 32 दिन तथा 64 दिन में समाप्त कर सकते हैं, वे एक साथ मिलकर कार्य आरम्भ करते हैं, A, 6 दिन बाद कार्य छोड़कर चला जाता है तथा B कार्य समाप्त होने से 6 दिन पहले कार्य छोड़कर चला जाता है, तो यह कार्य कुल कितने दिनों में समाप्त हुआ ?

जब काम को बारीबारी पूरा किया जाए



प्रश्नों के हल



उदा.1 A तथा B एक काम को क्रमशः 7 दिन तथा 8 दिन में पूरा कर सकते हैं, यदि दोनों एक दिन छोड़कर एक दिन कार्य करें तथा A कार्य को आरम्भ करे, तो सारा कार्य कितने दिन में समाप्त होगा ?

उदा.2 A, B और C एक कार्य को क्रमशः 20, 30 और 60 दिनों में पूरा कर सकते हैं। यदि प्रत्येक तीसरे दिन B और C उसकी सहायता करते हैं तो A कितने दिनों में काम कर सकता है?

- (a) 12 days (b) 15 days
 (c) 16 days (d) 18 days

पुरुष, स्त्री व बच्चों पर आधारित प्रश्न



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि प्रति दिन 13 घंटे काम करने वाले 40 पुरुष 20 दिनों में एक काम पूरा कर सकते हैं, तो प्रतिदिन कर सकते हैं ?

- (a) 12 घंटे (b) 14 घंटे
 (c) 16 घंटे (d) 18 घंटे

उदा.2 20 महिलाएँ एक कार्य को 15 दिनों में पूरा कर सकती हैं। 16 पुरुष उसी कार्य को 16 दिनों में पूरा कर सकते हैं। पुरुष और एक महिला की योग्यता का अनुपात क्या है ?

- (a) 43:74 (b) 46 : 39
 (c) 75 : 64 (d) 10 : 71
 (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (c)

उदा.3 कुछ बढई ने 9 दिनों में काम करने का वादा किया लेकिन उनमें से 5 अनुपस्थित थे और शेष पुरुषों ने 12 दिनों में काम किया। बढई की मूल संख्या थी।

- (a) 24 (b) 20
 (c) 16 (d) 18

कार्य क्षमता पर आधारित प्रश्न



प्रश्नों के हल



उदा.1 A, B की तुलना में 25% अधिक कुशल है, और B एक कार्य को पूरा करने के लिए A से 6 दिन अधिक लेता है। B उसी कार्य को पूरा करने में कितने दिन लेगा ?

- (a) 30 दिन (b) 20 दिन
 (c) 24 दिन (d) 28 दिन

उत्तर (a)

उदा.2 A और B किसी काम को मिलकर 5 दिन में करते हैं, अगर A अपनी क्षमता से 2 गुना और B अपनी क्षमता से $\frac{1}{3}$ गुना काम करे तो काम 3 दिन में खत्म होता है तो बताओ A अकेला उस काम को कितने दिन में करेगा।

मजदूरी विभाजन पर आधारित



प्रश्नों के हल



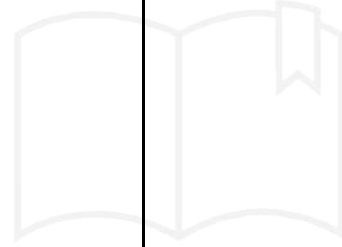
उदा.1 यदि X एक कार्य का $1/4$, 3 दिनों में कर सकता है और Y, 4 दिनों में उसी कार्य का $1/6$ कार्य कर सकता है, तो यदि दोनों एक साथ कार्य करते हैं और 1800 रुपये का भुगतान किया जाता है, तो X कितना प्राप्त करेगा ?

- (a) 1500 रुपये (b) 6000 रुपये
(c) 1200 रुपये (d) 3000 रुपये

उदा.2 A, B और C मिलकर प्रतिदिन 6000 रुपये कमाते हैं, A और C मिलकर 3760 रुपये कमाते हैं और B और C मिलकर 3040 रुपये कमाते हैं। C की प्रतिदिन की कमाई क्या है ?

- (a) 1000 रुपये (b) 850 रुपये
(c) 1650 रुपये (d) 400 रुपये
(e) उपरोक्त में से कोई नहीं

उत्तर (d)



पाइप और टंकी (Pipe & Cistern)



- यह अध्याय कार्य-समय अध्याय से मेल रखता है, वहाँ हमने कार्य-क्षमता के बारे में पढ़ा था, उसी प्रकार यहाँ भी टंकी के भरने और खाली करने की क्षमता ठीक उसी प्रकार निकाली जाती है।
- यदि कोई नल किसी टंकी को x घण्टे में भरता है तो 1 घण्टे में भरेगा $\frac{1}{x}$ भाग (टंकी का)
- उसी प्रकार कोई नल किसी टंकी को x घण्टे में खाली करता है तो 1 घण्टे में खाली करेगा $\frac{1}{x}$ भाग (टंकी का)

नल/पाइप दो प्रकार का होता है –

1. प्रवेशिका (Inlet) :- भरने वाला नल/पाइप → क्षमता (+)
2. निकास (Outlet) :- खाली करने वाला नल/पाइप → क्षमता (-)

जब दोनों नल मिलकर काम करें तो Result धनात्मक (+) होने पर टंकी भरेगी और Result ऋणात्मक (-) होने पर टंकी खाली होगी।

यदि टंकी पूर्णतः खाली हो जाये तो, काम का योग = 0 होगा।

उदा.1 दो नल किसी टंकी को क्रमशः 20 मिनट एवं 30 मिनट में भर सकते हैं जबकि तीसरा नल उसे 8 मिनट में खाली कर सकता है। भरने वाले नलों को एक साथ खोल दिया जाता है और 9 मिनट बाद तीसरा नल खोल दिया जाता है तो टंकी कितने मिनट में खाली हो जायेगी ?

- (a) 15 मिनट (b) 18 मिनट
(c) 20 मिनट (d) 25 मिनट

उत्तर (b)

हल माना तीसरा नल x मिनट तक काम करता है।

$$\frac{x+9}{20} + \frac{x+9}{30} - \frac{x}{8} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{6x+54+4x+36-15x}{120} = 0$$

$$10x+90-15x=0 \Rightarrow 5x=90$$

$$x = \frac{90}{5} \Rightarrow x = 18 \text{ मिनट}$$

उदा.2 दो नल किसी टंकी को 30 मिनट एवं 45 मिनट में भर सकते हैं। इसकी नली में छेद के कारण प्रति मिनट 12 लीटर पानी बाहर निकलता है। नलों को खोलने के बाद टंकी भरने में 2 मिनट होने के कारण टंकी कितने मिनट में खाली हो जाएगी एवं टंकी की क्षमता ज्ञात कीजिए ?

- (a) 180 मिनट, 2160 लीटर
(b) 160 मिनट, 2250 लीटर
(c) 180 मिनट, 2350 लीटर
(d) 160 मिनट, 2560 लीटर

उत्तर (a)

हल नलों द्वारा टंकी भरने में लिया गया समय

$$= \frac{30 \times 45}{75} = 18 \text{ मिनट}$$

वास्तविक समय = 18 + 2 = 20 मिनट

पानी लीक होने से x मिनट में खाली हो जाती है।

$$\frac{1}{18} - \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{18} - \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$$

$$x = 180 \text{ मिनट} \Rightarrow \text{टंकी की क्षमता} = 180 \times 12 \Rightarrow 2160 \text{ लीटर}$$

2nd Method

भरने या खाली होने में लगा समय = $\frac{(x+m)x}{m}$

जहाँ x = नलों द्वारा लिया गया समय, m = अतिरिक्त समय खाली होने में लगा समय

$$= \frac{(18+2) \times 18}{2} = 20 \times 9 = 180 \text{ मिनट}$$

$$\text{टंकी की क्षमता} = 180 \times 12 = 2160 \text{ लीटर}$$

उदा.3 दो नल किसी टंकी को क्रमशः 24 मिनट एवं 40 मिनट में भर सकते हैं, जबकि तीसरा नल उसे खाली करता है। एक व्यक्ति भरने वाले नलों को खोलकर कहीं चला जाता है और वह तभी वापस लौटता है जब टंकी को भर जाना चाहिए था। लौटकर देखता है कि तीसरा नल खुला रह गया है तुरंत उसे बंद करके 5 मिनट बाद टंकी भर जाती है, तो तीसरा नल भरी हुई टंकी को कितने मिनट में खाली कर सकता है ?

- (a) 50 मिनट (b) 55 मिनट
(c) 45 मिनट (d) 60 मिनट

उत्तर (c)

हल दोनों नलों द्वारा टंकी भरने में लिया गया समय

$$= \frac{24 \times 40}{64} = 15 \text{ मिनट}$$

तीसरा नल x मिनट में टंकी खाली करता है

$$\frac{20}{24} + \frac{20}{40} - \frac{15}{x} = 1 \Rightarrow \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{15}{x}$$

$$\frac{5+3-6}{6} = \frac{15}{x} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{15}{x}$$

$$\Rightarrow x = 45 \text{ मिनट}$$

अभ्यास प्रश्न

जब दो या दो से अधिक नल एक साथ कार्य करे



प्रश्नों के हल



उदा.1 दो पाइप A और B एक टैंक को क्रमशः 20 मिनट और 30 मिनट में भर सकते हैं। यदि दोनों पाइप एक साथ खोल दिए जायें तो टैंक को भरने में कितना समय लगेगा ?

- (a) 50 मिनट (b) 12 मिनट
(c) 25 मिनट (d) 15 मिनट

उत्तर (b)

उदा.2 एक पाइप किसी टंकी को 40 मिनट में खाली करता है। दूसरा पाइप जिसका व्यास पहले पाइप से दुगुना है, टैंक को खाली करने के लिए जोड़ दिया जाता है। दोनों पाइप एक साथ टैंक को कितने समय में खाली करेंगे ?

- (a) 8 मिनट (b) $13\frac{1}{3}$ मिनट
(c) 30 मिनट (d) 38 मिनट

उत्तर (a)

बारी-बारी से नल खोलने पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 तीन नल A, B और C एक टंकी को क्रमशः 12, 15 और 20 घंटे में भर सकते हैं। यदि नल A पूरे समय खुला रहे तथा B और C बारी-बारी से एक-एक घंटे के लिए खोले जाते हैं, तो टंकी कितने समय में भर जाएगी ?

- (a) 6 घंटे (b) $6\frac{1}{2}$ घंटे
(c) 7 घंटे (d) $7\frac{1}{2}$ घंटे

उत्तर (c)

उदा.2 तीन पाइप A, B तथा C एक टंकी से जोड़े गये हैं। A तथा B इसे क्रमशः 60 और 75 मिनट में भर सकते हैं, जबकि C इसे 100 मिनट में खाली कर सकता है। यदि A, B तथा C को बारी-बारी से 1 मिनट के लिए खोला जाता है, तो टंकी कितनी देर में भरेगी ?

- (a) 176 मिनट (b) 150 मिनट
(c) $148\frac{1}{4}$ मिनट (d) 170 मिनट

उत्तर (c)

शर्त पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 दो पाइप A और B एक टैंक को क्रमशः 15 मिनट और 20 मिनट में भर सकते हैं। दोनों पाइपों को एक साथ खोल दिया जाता है लेकिन 4 मिनट बाद पाइप A को बंद कर दिया जाता है। टैंक को भरने के लिए कुल कितना समय चाहिए ?

- (a) 10 min 20 sec (b) 11 min 45 sec
(c) 12 min 30 sec (d) 14 min 40 sec

उत्तर (d)

उदा.2 दो नल A तथा B तेल की टंकी को क्रमशः 15 मिनट तथा 18 मिनट में भर देते हैं जबकि टंकी को खाली करने के लिए तीसरे नल का प्रयोग किया जाता है। A तथा B को 6 मिनट तक खोलने के बाद तीसरा नल खोल दिया जाता है, यदि तीसरे नल के खोलने के 16.5 मिनट बाद टंकी खाली हो जाये, तो तीसरा नल भरी टंकी को कितने समय में खाली कर देगा ?

- (a) 12 मिनट (b) 10 मिनट
(c) 6 मिनट (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (c)

टंकी भरे भी और साथ में खाली भी हो



प्रश्नों के हल



उदा.1 एक पाइप किसी टंकी को 5 घंटों में पानी से भर सकता है और टंकी को कोई दूसरा पाइप 4 घंटों में खाली कर सकता है। यदि टंकी पूर्णतया भरी हुयी हो और दोनों पाइपों को खोल दिया जाये तो टंकी कितने घंटों में खाली हो जायेगी।

- (a) 9 घंटे (b) 18 घंटे
(c) 20 घंटे (d) $20\frac{1}{2}$ घंटे

उत्तर (c)

उदा.2 पाइप A और B का प्रयोग टंकी को भरने के लिए किया जाता है। A टंकी को B से दोगुनी तेजी से भर सकता है। पाइप C और D टंकी को खाली कर सकते हैं। D टंकी को खाली करने में समान समय लेता है जो समय B इसे भरने में लेता है। पाइप C टंकी को 6 घंटे में खाली कर सकता है। यदि सभी 4 पाइपों को एकसाथ खोल दिया जाता है, तो टंकी को भरने में कितने घंटे का समय लगेगा? मान लीजिये D टंकी को C से दोगुनी तेजी से खाली कर सकता है।

- (a) 1 घंटा (b) 0.5 घंटा
(c) 3 घंटा (d) 2 घंटा

उत्तर (d)

जब टंकी का कुछ भाग भरा जाए या खाली किया जाए



प्रश्नों के हल



उदा.1 एक पाइप किसी टैंक को 6 घंटे में भर सकता है। आधी टंकी भरने के बाद, इसी प्रकार के तीन और नल खोल दिये जाते हैं। टंकी को पूरा भरने में कुल कितना समय लगेगा ?

- (a) 4 घंटे (b) 4 घंटे 15 मिनट
(c) 3 घंटे 15 मिनट (d) 3 घंटे 45 मिनट

उत्तर (d)

उदा.2 पाइप P और Q किसी टंकी को क्रमशः 10 तथा 12 घंटे में भरते हैं और C, 6 घंटे में खाली करता है। यदि तीनों पाइपों को एक साथ सुबह 7 बजे खोल दिया जाता है तो टैंक का $\frac{1}{4}$ भाग कब तक

भर जाएगा।

- (a) 10 am (b) 10 pm
(c) 11 pm (d) 11 am

उत्तर (b)

टंकी की क्षमता आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 दो पाइप A और B एक पानी की टंकी को क्रमशः 20 और 24 मिनट में भरते हैं और तीसरा पाइप C टंकी को 3 गैलन/मिनट के हिसाब से खाली करता है। यदि A, B और C को एक साथ खोल दिया जाता है तो टैंक 15 मिनट में भर जाता है। टैंक की क्षमता बताए।

- (a) 180 (b) 150
(c) 120 (d) 60

उत्तर (c)

उदा.2 नल A किसी हौज को 20 मिनट में भर सकता है जबकि नल B इसमें से 5 लीटर प्रति सेकण्ड की दर से पानी बाहर निकालता है, पूर्णतः खाली हौज में दोनों नल एक साथ खोल दिये जाने पर 100 मिनट में हौज भर जाता है, हौज की क्षमता कितनी है ?

- (a) 1500 लीटर (b) 4500 लीटर
(c) 6500 लीटर (d) 7500 लीटर

उत्तर (d)

अनुपात एवं समानुपात (Ratio & Proportion)



अनुपात

- दो संख्याओं या राशियों की विभाजन से तुलना एक अनुपात कही जाती है।
- संकेत —:
- a से b का अनुपात निम्न तरीके से लिखा जा सकता है।

$$a:b = \frac{a}{b} = a \div b$$

- अनुपात का पहला पद, पूर्व पद कहलाता है तथा दूसरे पद को अंतिम पद कहते हैं।

मिश्रित अनुपात

दो या दो से अधिक अनुपात के पूर्व पदों के गुणनफल तथा अंतिम पदों के गुणनफल से बने नए अनुपात को मिश्रित अनुपात कहते हैं।

जैसे — 4 : 3, 9 : 13, 26 : 5, 2 : 15 का मिश्रित अनुपात

$$\frac{4 \times 9 \times 26 \times 2}{3 \times 13 \times 5 \times 15} = \frac{16}{25}$$

विलोम या व्युत्क्रमानुपात

वह अनुपात जिसमें पहली प्रकार की राशि के बढ़ने से दूसरी प्रकार की राशि घटे, विलोमानुपात कहलाता है।

a : b का विलोमानुपात = $\left(\frac{1}{a} : \frac{1}{b}\right) \times (a \text{ तथा } b \text{ का LCM})$

सम्मिलित अनुपात

- यदि पहली व दूसरी राशियों के बीच अनुपात = a : b
दूसरी व तीसरी राशियों के बीच अनुपात = c : d
तब तीनों राशियों के बीच सम्मिलित अनुपात

$$\begin{array}{ccc}
 a & : & b \\
 & \searrow & \swarrow \\
 & c & : & d \\
 \hline
 ac & : & bc & : & bd
 \end{array}$$

उदा. यदि A : B = 4 : 5 तथा B : C = 6 : 7 तो A : C = ?

हल

$$\begin{array}{ccc}
 A & : & B & : & C \\
 4 & : & 5 & & \\
 & \searrow & \swarrow & & \\
 & 6 & : & 7 & \\
 \hline
 24 & : & 30 & : & 35
 \end{array}$$

अतः A : C = 24 : 35

- पहली व दूसरी राशि के बीच अनुपात = a : b
दूसरी व तीसरी राशि के बीच अनुपात = c : d
तीसरी व चौथी राशि के बीच अनुपात = e : f

$$\begin{array}{ccc}
 a & : & b \\
 & \searrow & \swarrow \\
 & c & : & d \\
 & \searrow & \swarrow \\
 & e & : & f
 \end{array}$$

$$\underline{ace : bce : bde : bdf}$$

उदा. यदि A : B = 1 : 2, B : C = 3 : 4, C : D = 2 : 3 तब A : B : C : D = ?

$$\begin{array}{cccc}
 \text{हल} & A & : & B & : & C & : & D \\
 & 1 & : & 2 & & & & \\
 & & & & & 3 & : & 4 \\
 & & & & & & & 2 & : & 3
 \end{array}$$

$$\underline{6 : 12 : 16 : 24 \text{ या } 3 : 6 : 8 : 12}$$

समानुपात

समानुपात :- चार राशियाँ एक समानुपात में कही जाती हैं, यदि पहली और दूसरी राशियों का अनुपात तीसरी और चौथी राशियों के अनुपात के बराबर हो।

- दोनों अनुपात को बराबर बताने के लिए संकेत ':' या '=' का प्रयोग किया जाता है।

निम्नलिखित दो अनुपातों पर विचार कीजिए :-

पहला अनुपात

$$6 : 18$$

दूसरा अनुपात

$$8 : 24$$

6 : 18 एवं 8 : 24 दोनों में ही 6, 18 का एक तिहाई व 8, 24 का एक तिहाई हैं। अनुपातों की इस समानता को ही समानुपात कहते हैं।

उदा. 6 तथा 9 का प्रथम समानुपाती क्या होगा ?

$$\text{हल } a = \frac{b^2}{c} = \frac{6^2}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

उदा. 0.32 तथा 0.02 का मध्य समानुपाती क्या होगा ?

$$\text{हल } b = \sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{0.32 \times 0.02} = \sqrt{0.0064} \Rightarrow 0.08$$

उत्तर

- यदि a : b :: c : d हो, तो हम a तथा b को बाह्य पद और c तथा d को मध्य पद कहते हैं।

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल
(a × d) = (b × c)

- मध्यानुपाती (a, b)

माना मध्यानुपाती x है तब

$$a : x :: x : b$$

$$x^2 = ab$$

$$x = \sqrt{ab}$$

- **तृतीयानुपाती (a, b)**
माना तृतीयानुपाती x है तब
 $a : b :: b : x$
 $b^2 = ax$
 $x = \frac{b^2}{a}$

- **चतुर्थानुपाती (a, b, c)**
माना चतुर्थानुपाती x है तब
 $a : b :: c : x$
 $ax = bc$
 $x = \frac{bc}{a}$

अनुपात के बारे में कुछ तथ्य

1. एकांतरानुपात (Alternendo)

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तो $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

2. विलोमानुपात (Invertendo)

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तो $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

3. योगानुपात (Componendo)

यदि $a : b :: c : d$ हो
तो $(a + b) : b :: (c + d) : d$
अर्थात् $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
तो $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

4. अंतरानुपात (Dividendo)

यदि $a : b :: c : d$ तो
 $(a - b) : b :: (c - d) : d$
अर्थात् $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तब $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

5. योगान्तरानुपात (Componendo & Dividendo)

यह योगानुपात तथा अन्तरानुपात का सम्मिलित रूप है।
यदि $a : b :: c : d$ एक समानुपात हो।
तो $(a + b) : (a - b) :: (c + d) : (c - d)$
या $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

अनुपात के गुण

- (1) अनुपात के अंश व हर को समान संख्या से गुणा करने पर कोई परिवर्तन नहीं आता है।
जैसे :- $\frac{2}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{9}$ (इस $\frac{2}{3}$ व $\frac{6}{9}$ के अनुपातों का मान समान ही है)

- (2) अंश व हर दोनों को समान राशि से भाग करने पर अनुपात का मान वही रहता है।

जैसे :- $\frac{3}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{2}$ (ये सभी अनुपात समान है)

- (3) यदि x को P तथा Q के मध्य a : b के अनुपात में बाँटा जाता हो, तो

P का भाग = $\frac{a}{a+b} \times x$

Q का भाग = $\frac{b}{a+b} \times x$

P तथा Q के भागों का अंतर = $\frac{a-b}{a+b} \times x$ (जहाँ a > b)

- (4) P, Q, R के भागों में a : b : c का अनुपात होने पर यदि P का भाग x हो तो -

(i) Q का भाग = $\frac{b}{a} \times x$

(ii) R का भाग = $\frac{c}{a} \times x$

(iii) Q तथा R के भागों का अंतर = $\frac{b-c}{a} \times x$ (जहाँ b > c)

(iv) P, Q तथा R का कुल भाग = $\frac{a+b+c}{a} \times x$

- (5) यदि हिस्सा में जोड़ने या घटाने के बाद अनुपात प्राप्त होता है।

$x = \frac{\text{कुल राशि} \pm \text{अतिरिक्त राशि}}{\text{अनुपात का योग}}$

- उदा.** A के हिस्से में 20 रुपये मिला दिये जाए तथा B के हिस्से से 25 रुपये निकाले जाये तो उनके हिस्सों का अनुपात 4 : 5 हो जाता है। यदि कुल राशि 2165 रुपये हो तो A का हिस्सा कितना रुपया होगा।

हल $\frac{2165-5}{9} \Rightarrow \frac{2160}{9} = 240$

$A + 20 = 4 \times 240$

$A = 960 - 20 = 940$

$B - 25 = 5 \times 240$

$B = 1200 + 25 = 1225$

निकालने की प्रक्रिया बार-बार दोहराने पर

- एक कंटेनर जिसमें a लीटर द्रव है, b लीटर निकालकर उसकी जगह पर उतना ही पानी मिला दिया जाता है। यह प्रक्रिया 'n' बार दोहराई जाती है तो n वीं क्रिया के बार कंटेनर में बचे हुए दूध की मात्रा -

= $a \left(1 - \frac{b}{a}\right)^n$ लीटर

- यदि दूध और पानी के x लीटर मिश्रण में दूध एवं पानी a : b के अनुपात में हो तो उस मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात c : d करने के लिए उसमें $\frac{x(ad-bc)}{c(a+b)}$ लीटर पानी मिलाना होगा।

मोमबत्ती पर आधारित प्रश्न

समान ऊँचाई की दो मोमबत्तियाँ एक ही समय पर जलाई जाती हैं। पहली मोमबत्ती T_1 घंटे में पूरी जलती है तथा दूसरी मोमबत्ती T_2 घंटे में पूरी जलती है, तो $\frac{T_1 T_2 (a-b)}{aT_1 - bT_2}$ घंटे बाद बचे हुए भाग की ऊँचाई का अनुपात $a : b$ होगा।

अभ्यास प्रश्न

साधारण अनुपात—आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि 1000 रुपये को A तथा B में 3:2 के अनुपात में विभक्त करें, तो A को प्राप्त होंगे –

- (a) 400 रुपये (b) 500 रुपये
(c) 600 रुपये (d) 800 रुपये

उत्तर (c)

उदा.2 किसी मैदान की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 5:2 है। यदि मैदान को चौड़ाई 40 मीटर हो, तब मैदान की लम्बाई ज्ञात करें ?

- (a) 200 मीटर (b) 100 मीटर
(c) 50 मीटर (d) 80 मीटर

उदा.3 एक पेपर बण्डलों से भरा हुआ बक्सा 36 किलोग्राम वजन है। यदि बक्से और पेपर बण्डल का वजन 3:22 के अनुपात में हो तो पेपर का वजन ज्ञात करें।

- (a) 30680 ग्राम (b) 30710 ग्राम
(c) 31500 ग्राम (d) 31680 ग्राम

उत्तर (d)

संख्याओं के जोड़, गुणन और घटाने पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 दो प्राकृत संख्याएँ 3 : 5 के अनुपात में हैं तथा इनका गुणनफल 2160 है। इनमें से छोटी संख्या क्या होगी ?

- (a) 36 (b) 24
(c) 8 (d) 12

उत्तर (a)

उदा.2 तीन संख्याएँ क्रमशः 3 : 4 : 5 के अनुपात में हैं। पहली तथा तीसरी संख्या का योग दूसरी संख्या से 52 अधिक है तो सबसे बड़ी संख्या क्या है ?

- (a) 65 (b) 52
(c) 79 (d) 63

(e) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (a)

उदा.3 दो संख्याओं के अन्तर, योगफल तथा गुणनफल का अनुपात 1 : 7 : 24 है, इन संख्याओं का गुणनफल कितना होगा ?

- (a) 36 (b) 52
(c) 48 (d) 40

उत्तर (c)

अनुपात—समानुपात पर आधार



प्रश्नों के हल



उदा.1 वह कौन-सी भिन्न है जिसका $\frac{1}{27}$ के साथ वही अनुपात है जो $\frac{3}{11}$ तथा $\frac{5}{9}$ का अनुपात है ?

- (a) $\frac{1}{11}$ (b) $\frac{3}{11}$
(c) 55 (d) $\frac{1}{55}$

उत्तर (d)

उदा.2 16 तथा 24 का तृतीयानुपाती क्या है ?

- (a) 20 (b) 18
(c) 36 (d) 40

उत्तर (c)

उदा.3 6 तथा 54 के बीच मध्यानुपाती क्या है ?

- (a) 9 (b) 12
(c) 16 (d) 18

उत्तर (d)

सम्मिलित / मिश्र अनुपात ज्ञात करना



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि $2A = 3B = 4C$, तो A : B : C

- (a) 2 : 3 : 4 (b) 4 : 3 : 2
(c) 6 : 4 : 3 (d) 3 : 4 : 6

उत्तर (c)

उदा.2 यदि $a:b = \frac{2}{9} : \frac{1}{3}$, $b:c = \frac{2}{7} : \frac{5}{14}$ तथा $d:c = \frac{7}{10} : \frac{3}{5}$ हो तो $a : b : c : d = ?$

उदा.3 यदि $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 6 : 7 : 8$ तथा $(a + b + c) = 14$, तब c का मान है -

- (a) 6 (b) 7
(c) 8 (d) 14

उत्तर (a)

आय/व्यय पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 व्यक्ति के खर्च और बचत का अनुपात 26 : 3 है। यदि उसकी मासिक आय 14,500 रुपये हो, तो उसकी मासिक बचत कितनी है ?

- (a) 580 (b) 700
(c) 1,500 (d) 1,560

उत्तर (c)

उदा.2 A तथा B की मासिक आय का अनुपात 5 : 4 है, मासिक खर्च का अनुपात 19 : 21 है तथा उनकी मासिक बचत का अनुपात 37 : 18 है। यदि A तथा B की कुल वार्षिक बचत 66,000 रुपये हो, तो प्रत्येक की मासिक आय कितनी है ?

उदा.3 A और B की साप्ताहिक आय का अनुपात 9 : 7 और खर्च का अनुपात 4 : 3 है। यदि प्रत्येक 200 रुपये की बचत करता है तो उसकी आय का योग कितना होगा ?

- (a) 3,600 (b) 3,200
(c) 4,800 (d) 5,600

उत्तर (b)

सिक्कों पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 एक थैली में 1 रुपये, 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के 5 : 6 : 8 के अनुपात में हैं। यदि इस थैली में कुल 210 रुपये हो तो प्रत्येक प्रकार के सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 1 रुपये, 50 पैसे तथा 25 पैसे के 378 सिक्कों के मूल्यों 13 : 11 : 7 है, इनमें से 50 पैसे के सिक्कों की संख्या कितनी है ?

- (a) 128 (b) 132
(c) 133 (d) 136

उत्तर (b)

औसत व आयु आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 दो लड़कों की आयु का वर्तमान अनुपात 5 : 6 है। 2 साल बाद यह अनुपात 7 : 8 हो जाता है। तो 12 साल बाद अनुपात क्या होगा ?

- (a) $\frac{22}{24}$ (b) $\frac{15}{16}$
(c) $\frac{17}{18}$ (d) $\frac{11}{12}$

उत्तर (c)

उदा.2 दो छात्रों की आयु का अनुपात 3 : 2 है, इनमें से एक-दूसरे से 5 वर्ष बड़ा है तो छोटे छात्र की आयु कितनी होगी ?

- (a) 5 वर्ष (b) $5\frac{1}{2}$ वर्ष
(c) 10 वर्ष (d) 15 वर्ष

उत्तर (c)

उदा.3 दो व्यक्तियों की वर्तमान आयु क्रमशः 36 और 50 वर्ष है। यदि n वर्ष बाद उनकी आयु का अनुपात 3 : 4 होगा, तो n का मान है ?

- (a) 4 (b) 7
(c) 6 (d) 3

उत्तर (c)

अनुपात के रूप में विभाजित हिस्सों पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 एक व्यक्ति ने अपनी सम्पत्ति को इस प्रकार से विभक्त किया कि उसकी पुत्री तथा पत्नी के भाग और उसकी पत्नी तथा पुत्र के भाग में से प्रत्येक 3 : 1 के अनुपात में हो। यदि पुत्र को पुत्री से 10,000 रुपये कम मिले हो, तो सम्पत्ति का कुल मूल्य कितना है ?

- (a) 15,250 रुपये (b) 16,250 रुपये
(c) 17,500 रुपये (d) 18,500 रुपये

उत्तर (b)

उदा.2 600 रुपये को A, B तथा C में इस प्रकार वितरित किया गया है कि A के $\frac{2}{5}$ से 40 रुपये अधिक,

B के $\frac{2}{7}$ से 20 रुपये अधिक तथा C के $\frac{9}{17}$ से

10 रुपये अधिक परस्पर बराबर हैं, इनमें से A का भाग कितना है ?

- (a) 150 (b) 170
(c) 200 (d) 280

उदा.3 555 को A, B और C में $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$ अनुपात में

विभाजित करना था, लेकिन गलती से 4 : 5 : 6 में विभाजित कर दिया गया तो C द्वारा कितनी राशि अधिक प्राप्त की गई।

- (a) 72 (b) 75
(c) 22 (d) 52

उत्तर (a)

आयु (Age)

आयु संबंधी प्रश्नों को चार भागों में बाँटा गया है-

1. योग तथा अंतर पर आधारित
2. अनुपात के आधार पर
3. गुणात्मक संबंध के आधार पर
4. शमीकरण या कथन पर आधारित प्रश्न

हल सहित उदाहरण

योग तथा अंतर पर आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 A तथा B की आयु का अंतर 16 वर्ष है। 6 वर्ष पहले A की आयु B की आयु से तिगुनी थी, प्रत्येक की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए ?
- उदा.2 A, B, C की वर्तमान आयु का योग 90 वर्ष है। 6 वर्ष पूर्व उनकी आयु का अनुपात 1:2:3 था। C की वर्तमान आयु कितनी है ?
- उदा.3 माँ और बेटी की आयु का योगफल 50 वर्ष है। 5 वर्ष पूर्व माँ की उम्र बेटी की उम्र की 7 गुनी थी। माँ एवं बेटी की वर्तमान आयु क्या है ?

अनुपात आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 शमीना तथा सुहाना की आयु का अनुपात 7:3 है। 6 वर्ष बाद इनकी आयु का अनुपात 5:3 होगा, इनकी आयु में कितना अंतर है?
- उदा.2 शमीर की आयु अपने पिता की आयु की एक-चौथाई तथा अपनी बहिन शीमा की आयु की दो-तिहाई है। शमीर, शीमा तथा उनके

पिता की आयु का अनुपात क्रमशः कितना है ?

- (a) 3 : 2 : 8 (b) 3 : 4 : 8
(c) 2 : 3 : 8 (d) 4 : 3 : 8

गुणात्मक संबंध पर आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 एक आदमी की वर्तमान उम्र उसके पुत्र की वर्तमान उम्र का 4 गुना है। 10 वर्ष बाद आदमी की उम्र पुत्र की उम्र का $2\frac{1}{2}$ गुना हो जायेगी, तो आदमी की वर्तमान उम्र ज्ञात कीजिए ?
- उदा.2 एक व्यक्ति की आयु अपने पुत्र की आयु के तिगुने से 3 वर्ष अधिक है। यदि 3 वर्ष बाद उस व्यक्ति की आयु अपने पुत्र की आयु के दोगुने से 10 वर्ष अधिक हो, तो पुत्र की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए ?
अतः पुत्र की वर्तमान आयु = 10 वर्ष
- उदा.3 हमारी माँ की आयु मेरे भाई की आयु से तिगुनी है तथा मैं अपने भाई से आयु में $\frac{1}{3}$ गुना बड़ा हूँ। 4 वर्ष पहले मैं अपने भाई की वर्तमान आयु के बराबर था, मेरी माँ की वर्तमान आयु कितनी है ?
(a) 40 वर्ष (b) 36 वर्ष
(c) 44 वर्ष (d) 42 वर्ष

शमीकरण या कथन पर आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 एक माँ अपनी पुत्री से कहती है "तुम्हारे जन्म के समय मेरी आयु तुम्हारी वर्तमान आयु की आधी से 6 वर्ष अधिक थी"। यदि माँ पुत्री से 20 वर्ष बड़ी हो, तो माँ की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 एक पिता अपने पुत्र से कहता है “मेरी उम्र तुम्हारी वर्तमान उम्र के बराबर थी, जब तुम पैदा हुए थे।” यदि इस समय पिता की आयु 36 वर्ष है, तो पुत्र की आयु 5 वर्ष पहले कितनी थी ?

- (a) 13 वर्ष (b) 15 वर्ष
(c) 17 वर्ष (d) 20 वर्ष

उदा.3 एक कक्षा में दो मित्रों की आयु क्रमशः 17 और 19 वर्ष है। उनके शिक्षक उन्हें बताते हैं कि 2 वर्ष बाद उनकी आयु एक वर्ष पहले उनकी (दोनों मित्रों की) आयु की योग्य होगी। शिक्षक की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए ?

- (a) 66 वर्ष (b) 56 वर्ष
(c) 65 वर्ष (d) 45 वर्ष



औसत (Average)



$$\text{औसत} = \frac{\text{परीक्षणों का योग}}{\text{परीक्षणों की संख्या}}$$

संख्या आधारित औसत (सूत्र)

1. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का औसत $= \frac{(n+1)}{2}$
2. प्रथम n क्रमागत सम संख्याओं का औसत $= (n+1)$
3. प्रथम n क्रमागत विषम संख्याओं का औसत $= n$
4. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का औसत $= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$
5. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के घनों का औसत $= \frac{\{n(n+1)^2\}}{4}$
6. 1 से लेकर n तक की विषम संख्याओं का औसत $= \frac{(n+1)}{2}$, (जहाँ $n =$ अन्तिम विषम संख्या)
7. 1 से लेकर n तक की सम संख्याओं का औसत $= \frac{(n+2)}{2}$, (n जहाँ $=$ अन्तिम सम संख्या)
8. यदि समान दूरी तय करने में क्रमशः चाल a किमी./घंटा और b किमी./घंटा हो, तो औसत चाल $= \frac{2ab}{(a+b)}$ होगी।
9. यदि समान दूरी के लिए औसत चाल a किमी./घंटा, b किमी./घंटा तथा c किमी./घंटा हो, तो औसत चाल $= \frac{3abc}{(ab+bc+ca)}$ किमी./घंटा होगी।
10. P व्यक्तियों में से एक व्यक्ति, जिसका औसत भार x किग्रा. है, चला जाता है के स्थान पर एक नया व्यक्ति आ जाता है, जिससे व्यक्तियों का औसत भार y किग्रा. बढ़ जाता है, तो नये व्यक्ति का भार $= (x+P+y)$ किग्रा.
11. P व्यक्तियों की औसत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के और सम्मिलित हो जाने पर औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो नये व्यक्तियों की औसत आयु $x+(y-x) \times \frac{(P+Q)}{Q}$ वर्ष

12. P व्यक्तियों की औसत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के बाहर चले जाने से व्यक्तियों की औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले व्यक्तियों की औसत आयु $= x - \left[(y-x) \times \frac{(P-Q)}{Q} \right]$ वर्ष
13. x बच्चों की औसत आयु y वर्ष है। यदि बच्चों की आयु में पिता की आयु जोड़ दी जाती है, तो उनकी औसत आयु z वर्ष हो जाती है। पिता की आयु $= z \times (x+1) - y \times z$ वर्ष
14. P छात्रों की औसत आयु x वर्ष है। एक छात्र के बाहर चले जाने पर छात्रों की औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले छात्र की औसत आयु $= P \times x - (P-1)y$ वर्ष
15. किसी संस्थान में कुल P कर्मचारियों व अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह $\text{₹} x$ हो तथा अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह $\text{₹} y$ तथा कर्मचारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह $\text{₹} z$ है तो, संस्था में कुल कर्मचारियों की संख्या $= \frac{(x-y) \times P}{(z-y)}$
16. यदि प्रत्येक राशि को x गुना कर दिया जाए तो औसत भी x गुना हो जाता है।
17. गेंदबाज का औसत निकालना :-
 गेंदबाज का औसत $= \frac{\text{कुल रन}}{\text{विकेटों की संख्या}}$
 कुल रन $=$ औसत \times विकेटों की संख्या
18. एक बल्लेबाज ने अपनी n^{th} पारी में 's' रन बनाए जिससे उसके औसत में 't' वृद्धि हो गई, तो 'n' पारियों के बाद औसत $[x - t(n-1)]$ होगा।

संख्या के मान में परिवर्तन	औसत में परिवर्तन
(1) प्रत्येक मान में 'x' की वृद्धि	(1) औसत में 'x' की वृद्धि
(2) प्रत्येक मान में 'x' की कमी	(2) औसत में 'x' की कमी
(3) प्रत्येक मान में 'x' से गुणा	(3) औसत में भी 'x' का गुणा
(4) प्रत्येक मान में 'x' से भाग	(4) औसत में भी 'x' का भाग

भारित औसत (Weighted Average)

यदि सदस्यों के दो या दो से अधिक समूह है जिनका व्यक्तिगत औसत ज्ञात है, तो सभी समूहों के सभी सदस्यों का संयुक्त औसत भारित औसत के रूप में जाना जाता है।

- यदि $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ के सदस्य वाले k समूह है जिनका औसत क्रमशः $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ है तो

$$\text{भारित औसत } (A_w) = \frac{n_1 A_1 + n_2 A_2 + n_3 A_3 + \dots + n_k A_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k}$$

अभ्यास प्रश्न

संख्या आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 18 संख्याओं का औसत 42 है। यदि प्रत्येक संख्या को $1\frac{1}{2}$ गुना कर दिया जाए, तो परिणामी संख्या का औसत कितना होगा ?
- उदा.2 प्रथम 50 प्राकृत संख्याओं का औसत कितना है ?
- उदा.3 प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गों का औसत कितना है ?
- (a) 35.5 (b) 36
(c) 37.5 (d) 38.5
- उदा.4 5 संख्याओं का योग 240 है। इनमें से पहली दो संख्याओं का औसत 30 है तथा अन्तिम दो संख्याओं का औसत 70 है, तीसरी संख्या क्या है ?
- (a) 40
(b) 60
(c) 75
(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता
- उदा.5 दो संख्याओं A तथा B का औसत 20, B तथा C का औसत 19 और C तथा A का औसत 21 है, A का मान कितना है ?
- (a) 24 (b) 2
(c) 20 (d) 18

बल्लेबाजी / गेंदबाजी आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 किसी बल्लेबाज ने बारहवीं पारी में 63 रन बनाये जिससे उसके रनों की औसत में 2 रन की वृद्धि हो जाती है, बारहवीं पारी के बाद उसके रनों का औसत कितना है ?
- (a) 41 (b) 42
(c) 34 (d) 35
- उदा.2 एक क्रिकेट मैच में पहले 10 ओवर में रन रेट केवल 3.2 थी। 282 रन के लक्ष्य को पूरा करने हेतु शेष 40 ओवर के लिए रन रेट क्या होनी चाहिए ?
- (a) 6.25 (b) 6.50
(c) 6.75 (d) 7.0

उदा.3 एक क्रिकेटर का गेंदबाजी औसत 12.4 था। अपने अन्तिम मैच में 26 रन देकर 5 विकेट लेने पर उन्होंने अपने गेंदबाजी औसत में 0.2 अंको का सुधार किया। पिछले मैच से पहले उनके द्वारा लिए गए विकेटों की संख्या कितनी थी ?

- (a) 125 (b) 150
(c) 175 (d) 200

चाल संबंधी औसत



प्रश्नों के हल



- उदा.1 एक स्थान A से B तक एक मोटरसाईकिल की औसत चाल 65 किमी/घण्टा रही तथा B से A तक आने में इसकी औसत चाल 60 किमी/घण्टा थी। पूरी यात्रा में मोटरसाईकिल की औसत चाल कितनी थी ?
- (a) 62.5 किमी/घण्टा
(b) 72.2 किमी/घण्टा
(c) 62.4 किमी/घण्टा
(d) 60.8 किमी/घण्टा
- उदा.2 एक हवाई जहाज किसी वर्गाकार खेत के चारों भुजाओं के ऊपर 200, 400, 600 एवं 800 किमी. प्रति घण्टा की रफ्तार से चलता है। तो पूरी यात्रा के लिए हवाई जहाज की औसत चाल ज्ञात करें ? (किमी/घण्टा में)
- (a) 600 किमी./घंटा
(b) 400 किमी./घंटा
(c) 500 किमी./घंटा
(d) 384 किमी./घंटा

किसी समूह में व्यक्तियों के आने जाने पर आधारित



प्रश्नों के हल



- उदा.1 तीन आदमियों A, B एवं C का औसत भार 84 किग्रा. है। एक दूसरा आदमी D इस समूह में शामिल हो जाता है और अब औसत भार 80 किग्रा. हो जाता है। यदि एक और आदमी E जिसका भार D के भार से 3 किग्रा. ज्यादा है A की जगह पर समूह में आता है, तो B, C, D एवं E का औसत भार 79 किग्रा. हो जाता है। A का भार ज्ञात करें ?
- (a) 70 किग्रा. (b) 72 किग्रा.
(c) 75 किग्रा. (d) 80 किग्रा.

उदा.2 25 लडकों की औसत ऊँचाई 1.4 मीटर है, इस ग्रुप में से 5 लडकों के कैम्प छोड़ जाने के बाद शेष लडकों की औसत ऊँचाई में 0.15 मीटर की वृद्धि हो जाती है, जाने वाले 5 लडकों की औसत ऊँचाई कितनी है ?

- (a) 0.8 मीटर (b) 0.9 मीटर
(c) 0.95 मीटर (d) 1.05 मीटर

आय तथा व्यय आधारित



उदा.1 A तथा B की औसत मासिक आय ₹14,000 B तथा C की औसत मासिक आय ₹ 15,600 और A तथा C की औसत मासिक आय ₹ 14,400 है। B की मासिक आय कितनी है ?

- (a) 12,400 रुपये
(b) 12,800 रुपये
(c) 15,200 रुपये
(d) 16,000 रुपये

उदा.2 एक परिवार का औसत मासिक व्यय प्रथम तीन माह ₹ 2,200 है, अगले चार माह का ₹ 2,550 है, और अंतिम पाँच का ₹ 3,120 है। यदि पूरे वर्ष की बचत ₹ 1,260 हो, तो औसत मासिक आय ज्ञात करें ?

- (a) 1,260 रुपये (b) 1,280 रुपये
(c) 2,805 रुपये (d) 2,850 रुपये

आयु आधारित



उदा.1 3 वर्ष पहले, 5 सदस्यों वाले परिवार की औसत आयु 17 वर्ष है। एक बच्चे का जन्म होता है फिर भी परिवार की वर्तमान औसत आयु 3 वर्ष पहले की औसत आयु के समान है। बच्चे की वर्तमान आयु ज्ञात करें ?

- (a) 2 वर्ष (b) 2.4 वर्ष
(c) 3 वर्ष (d) 1.5 वर्ष

उदा.2 एक परिवार में पिता तथा माता की औसत आयु 35 वर्ष है। पिता, माता तथा उनके एकमात्र पुत्र की औसत आयु 27 वर्ष है। पुत्र की आयु कितनी है ?

- (a) 12 वर्ष (b) 11 वर्ष
(c) 10.5 वर्ष (d) 10 वर्ष

तापमान आधारित



उदा.1 सोमवार, मंगलवार एवं बुधवार का औसत ताप 75°C था। मंगलवार, बुधवार एवं गुरुवार का औसत ताप 77°C था। यदि गुरुवार का ताप 76°C था, तो सोमवार का ताप ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 एक नगर के एक महीने के चार दिनों का औसत ताप 58°C था। यदि दूसरे तथा तीसरे दिन का औसत ताप 44°C है तथा पहले तथा चौथे दिन के ताप में अनुपात 7 : 11 है, तो पहले तथा चौथे दिन का ताप ज्ञात करो ?

- (a) 50°C, 100°C (b) 54°C, 88°C
(c) 46°C, 76°C (d) 56°C, 88°C

व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करना



उदा.1 एक प्राथमिक विद्यालय में, छात्रों की औसत आयु 8 वर्ष और 12 शिक्षकों की औसत आयु 45 वर्ष है। यदि सभी की औसत आयु 9 साल है, तो छात्रों की संख्या क्या है ?

- (a) 432 (b) 540
(c) 408 (d) 416

उदा.2 12000 सिपाहियों की एक सेना में भारतीय तथा अंग्रेज हैं। एक अंग्रेज की औसत ऊँचाई 5 फुट 10 इंच है और भारतीय की औसत ऊँचाई 5 फुट 9 इंच है। पूरी सेना की औसत ऊँचाई 5 फुट $9\frac{3}{4}$ इंच है। सेना में भारतीयों की संख्या ज्ञात करो ?

- (a) 2500 (b) 3000
(c) 2800 (d) 2200

सही-गलत अंक आधारित



उदा.1 35 बच्चों की एक कक्षा के औसत अंक 35 है। 35 अंक प्राप्त करने वाले एक विद्यार्थी के अंक गलती से 65 लिखे गए। कक्षा की सही औसत क्या है ?

- (a) 33.76 (b) 4.14
(c) 35.24 (d) 36.50