Toppersnotes®
Unleash the topper in you

SBI P.O.

PROBATIONARY OFFICERS

PRELIMINARY & MAIN EXAMINATION

भाग – 4

संख्यात्मक अभियोग्यता एवं कंप्यूटर अध्ययन

SIERRA INNOVATIONS

SBI – PO

S.N.	Content	P.N.
	संख्यात्मक अभियोग्यता	
1.	सरलीकरण	1
2.	संख्या पद्धति	5
3.	अनुपात एवं समानुपात	12
4.	ऐकिक नियम	16
5.	समय और कार्य	18
6.	चाल, समय और दूरी	21
7.	पाईप और टंकी	25
8.	नाव और धारा	28
9.	आयु	30
10.	औसत	32
11.	साझेदारी	36
12.	मिश्रण एवं एलीगेशन	39
13.	श्रृंखला	41
14.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	44
15.	प्रतिशतता	47
16.	लाभ – हानि	51
17.	बट्टा	56
18.	साधारण ब्याज	59
19.	चक्रवृद्धि ब्याज	62
20.	क्षेत्रमिति	65
21.	द्विघात समीकरण	78
22.	प्रायिकता	81
23.	क्रमचय व संचय	88
	कम्प्यूटर	
1.	कम्प्यूटर का परिचय	93

2.	कम्प्यूटर की कार्य प्रणाली, इनपुट, आउटपुट एवं भण्ड़ारण	96
3.	कम्प्यूटर प्रणाली (बाइनरी, डेसीमल प्रणाली आस्की कोड व यूनिकोड)	100
4.	कम्प्यूटर का संगठन	103
5.	कम्प्यूटर की भाषाएँ	106
6.	कम्प्यूटर सॉफ्टवेयर	108
7.	ऑपरेटिंग सिस्टम	109
8.	माइक्रोसॉफ्ट, विण्डोज, उसके विभिन्न वर्जन व उसके मूलभूत अवयव	110
9.	वर्ड प्रोसेसिंग सॉफ्टवेयर	111
10.	माइक्रोसॉफ्ट पॉवर प्वॉइंट	113
11.	माइक्रोसॉफ्ट एक्सेल	115
12.	इंटरनेट	121
13.	कम्प्यूटर नेटवर्किंग	124
14.	नेटवर्क टोपोलॉजी	126
15.	वेबसाइट	127
16.	ब्लॉग	127
17.	वेब ब्राउजर	127
18.	सर्च इंजन	128
19.	ई – मेल	128
20.	डाटाबेस	129
21.	हैकिंग	129
22.	वायरस	132
23.	सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी • इलेक्ट्रॉनिकी • एकीकृत परिपथ **(IC)** • मइक्रोप्रोसेसर • कम्प्यूटर शब्दावली • सोशल नेटवर्किंग साइट्स	134
23.	फाइलों के एक्सटेंशन	148
24.	शब्द संक्षेप	149

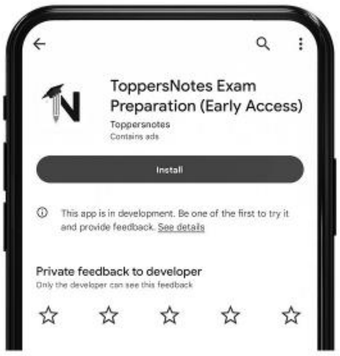
प्रिय विद्यार्थी, टॉपर्सनोट्स चुनने के लिए धन्यवाद।

नोट्स में दिए गए QR कोड्स को स्कैन करने लिए टॉपर्स नोट्स ऐप डाउनलोड करे ।

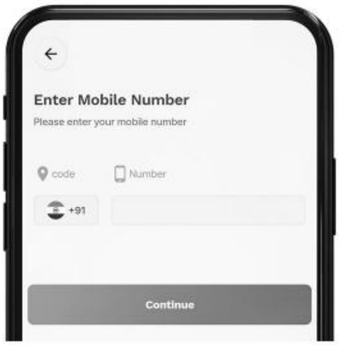
ऐप डाउनलोड करने के लिए दिशा निर्देश देखे :-

ऐप इनस्टॉल करने के लिए आप अपने मोबाइल फ़ोन के कैमरा से या गूगल लेंस से QR स्कैन करें।

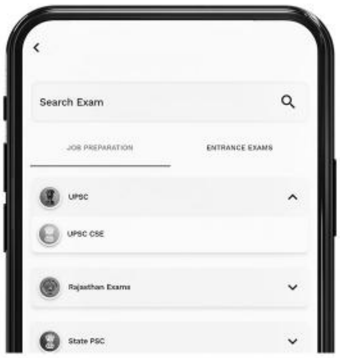
टॉपर्सनोट्स एग्जाम प्रिपरेशन ऐप



टॉपर्सनोट्स ऐप डाउनलोड करें गूगल प्ले स्टोर से ।

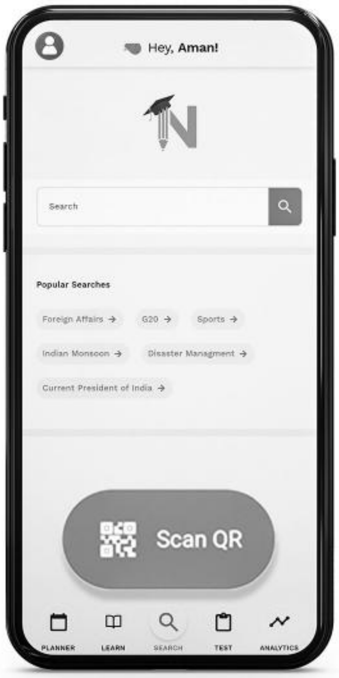


लॉग इन करने के लिए अपना **मोबाइल नंबर** दर्ज करें।



अपनी **परीक्षा श्रेणी** चुनें।

सर्च बटन पर क्लिक करें।



SCAN QR पर क्लिक करें।

किताब के **QR कोड को स्कैन** करें।

- सोल्युशन वीडियो
- डाउट वीडियो
- कॉन्सेप्ट वीडियो

- अतिरिक्त पाठ्य-सामग्री

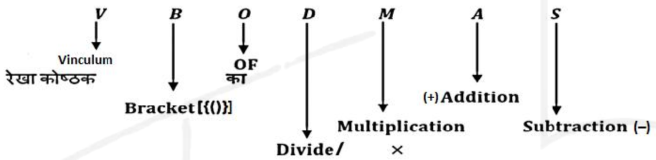
- विषयवार अभ्यास
- कमजोर टॉपिक विश्लेषण

- रैंक प्रेडिक्टर
- टेस्ट प्रैक्टिस

किसी भी तकनीकी सहायता के लिए **hello@toppersnotes.com** पर मेल करें या **766 56 41 122** पर whatsapp करें।

सरलीकरण (Simplification)

- सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आँकडों को सरल रूप में प्रदर्शित करते है जैसे कि आँकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical Operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है।
- यदि कुछ संख्या पर भिन्न-भिन्न प्रकार के Operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते है।
- हम पहले कौनसा Operation करे, यह VBODMAS का Rule तय करता है।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब Vinculum (रेखा कोष्ठक) है। यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसमें फिर (BODMAS) Rule कार्य करेगा
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते है-
  1. छोटा कोष्ठक ( )
  2. मंझला कोष्ठक { }
  3. बडा कोष्ठक [ ]
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बडा कोष्ठक हल किया जाता है।
- तृतीय स्थान पर "O" है जो कि "of" या "Order" से बना है, जिसका मतलब "गुणा" से या "का" से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर "D" है जिसका मतलब "Division" है, दिए गये व्यंजन में भिन्न-भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते है यदि दिया है तो।
- पंचम स्थान पर "M" है जिसका मतलब "Multiplication" है, दिये गए व्यंजन में "Division" के बाद "Multiplication" (गुणा) करेंगे।
- छठा स्थान "A" रखता है जो "Addition" (जोडा) से संबंधित है। Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है।
- सप्तम स्थान पर "S" है जो "Subtraction" से बना है।

प्रश्न –
सरल कीजिए।

$$\left[3\frac{1}{4}\div\left\{1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of }4\frac{1}{3}\right)$$

हल:

Step 1 – सबसे पहले सभी मिश्र भिन्नों को साधारण भिन्नों में बदलते है।

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

अब VBODMAS के अनुसार

Step 2 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{3-2}{12}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

Step 3 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 4 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{30-1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 5 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{29}{12}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 6 – $\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{30-29}{24}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$

Step 7 – $\left[\frac{13}{4}\div\frac{1}{24}\right]\div\frac{13}{6}$

Step 8 – $\left[\frac{13}{4}\times 24\right]\div\frac{13}{6}$

Step 9 – $13\times 6\times\frac{6}{13}$

= 36 Ans.

बीजगणितीय सूत्र

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
4. $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$
5. $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
6. $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$
7. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}\left[(a-b)^2 + (b+c)^2 + (c-a)^2\right]$
8. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
9. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
10. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
    $= \frac{1}{2}(a+b+c)\left\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right\}$
    यदि $a + b + c = 0$ हो तो
    $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
11. $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$
12. $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$

समान्तर श्रेणी

वह श्रेणी जिसका प्रत्येक पद अपने पूर्व पद से कोई नियत राशि जोडने अथवा घटाने से प्राप्त होता है ।

जैसे – 2, 5, 8, 11, ...

समांतर श्रेणी का n वाँ पद

$T_n = a + (n - 1)$

जहाँ a = प्रथम पद

d = सार्व अंतर (द्वितीय पद – प्रथम पद)

n = पदों की संख्या

समांतर श्रेणी के n पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

यदि प्रथम व अंतिम पद ज्ञात हो तो $S_n = \frac{n}{2}[a + \ell]$

जहाँ $\ell =$ अंतिम पद

दो राशियों के मध्य समांतर माध्य $A = \frac{a+b}{2}$ [a, b का समांतर माध्य A है ।]

गुणोत्तर श्रेणी

यदि श्रेणी के प्रत्येक पद का उससे पूर्व पद से अनुपात एक निश्चित राशि होती है तो गुणोत्तर श्रेणी होती है । इस निश्चित राशि को सार्वअनुपात कहते है ।

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पद

$T_n = a.r^{n-1}$

जहाँ a = प्रथम पद

r = सार्व अनुपात

n = पदों की संख्या

गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल

$S_n = a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$; जब $r < 1$ $S_n = a\left(\frac{r^n-1}{r-1}\right)$; जब $r > 1$

1. दो राशियों के मध्य गुणोत्तर माध्य $G = \sqrt{ab}$
2. यदि दो धनात्मक राशियों a व b के मध्य समांतर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य A व G हैं तो

   $A > G$, $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

हरात्मक श्रेणी

किसी श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम उसी क्रम में लिखने पर समांतर श्रेणी में हो तो उसे हरात्मक श्रेणी कहते है ।

हरात्मक श्रेणी का n वां पद

$T_n = \frac{1}{a + (n-1)d}$

हरात्मक माध्य (H) = $\frac{2ab}{a+b}$

समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में संबंध

माना A, G तथा H दो राशियों a व b के मध्य क्रमशः समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य है तब

$\boxed{G^2 = AH}$ तथा $\boxed{A > G > H}$

अभ्यास प्रश्न

VBODMAS – आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $24 \times 2 \div 12 + 12 \div 6$ of $2 \div (15 \div 8 \times 4)$ of $(28 \div 7$ of $5)$ का मान होगा –

(a) $4\frac{32}{75}$ (b) $4\frac{8}{75}$

(c) $4\frac{2}{3}$ (d) $4\frac{1}{6}$

उदा.2 सरल करें

$$\left[3\frac{1}{4} \div \left\{1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)\right\}\right] \div \left(\frac{1}{2} \text{ of } 4\frac{1}{3}\right)$$

उदा.3 सरल करें ।

$$2\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{6} \div \frac{7}{8} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \frac{5}{7} \div \frac{3}{4} \text{ of } \frac{3}{7}$$

(a) $\frac{56}{77}$ (b) $\frac{49}{80}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $3\frac{2}{9}$

वर्गान्तर तथा वर्गमूल आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

$$\sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + \sqrt{29 + \sqrt{49}}}}} \text{ is}$$

(a) 3 (b) 9

(c) 7 (d) 5

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $(102)^2 = 10404$ है, तो $\sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404}$ का मान किसके बराबर है ?

(a) 0.306 (b) 0.0306

(c) 11.122 (d) 11.322

उत्तर (d)

उदा.3 $33 - 4\sqrt{35}$ का वर्गमूल क्या है ?

(a) $\pm\left(2\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)$ (b) $\pm\left(\sqrt{7}+2\sqrt{5}\right)$

(c) $\pm\left(\sqrt{7}-2\sqrt{5}\right)$ (d) $\pm\left(2\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)$

घनान्तर तथा घनमूल आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(\sqrt{4^3 + 15^2}\right)^3$ का मान क्या है ?

(a) 4913 (b) 4313

(c) 4193 (d) 3943

उत्तर (a)

उदा.2 710 में कौनसी छोटी संख्या जोडी जानी चाहिए ताकि योग एक पूर्ण घन बन जाए ?

(a) 29 (b) 19

(c) 11 (d) 21

उत्तर (b)

भिन्न आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

(c) $\frac{1}{16}$ (d) $\frac{1}{32}$

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $2 = x + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}$ है तो x का मान ज्ञात करें ।

(a) $\frac{18}{17}$ (b) $\frac{21}{17}$

(c) $\frac{13}{17}$ (d) $\frac{12}{17}$

उत्तर (b)

उदा.3 $999\frac{998}{999} \times 999$ किसके बराबर है ?

(a) 998999 (b) 999899

(c) 989999 (d) 999989

उत्तर (a)

उदा.4 $\frac{1}{5} + 999\frac{494}{495} \times 99$ का मान ज्ञात करें ।

(a) 90000 (b) 99000
(c) 90900 (d) 99990

उत्तर (b)

बीजगणितीय सूत्रों पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ के बराबर है ?

(a) $2\frac{1}{2}$ (b) $3\frac{1}{2}$
(c) $4\frac{1}{2}$ (d) $5\frac{1}{2}$

उत्तर (c)

उदा.2 $\frac{0.51 \times 0.051 \times 0.051 + 0.041 \times 0.041 \times 0.041}{0.51 \times 0.051 - 0.051 \times 0.041 + 0.041 \times 0.041}$ का मान क्या है ?

(a) 0.92 (b) 0.092
(c) 0.0092 (d) 0.00092

उत्तर (b)

श्रेणी आधारित (समान्तर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी)

प्रश्नों के हल

उदा.1 50 से कम 3 के सभी गुणजों का योगफल ज्ञात करो ?

(a) 400 (b) 408
(c) 404 (d) 412

उत्तर (b)

उदा.2 निम्नलिखित समांतर श्रेणी में कितने पद हैं ?
7, 13, 19, ... , 205

उदा.3 5 के उन सभी धनात्मक गुणांकों का योग ज्ञात करें जो 100 से कम है ?

समीकरण आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक पर्यटक प्रतिदिन उतने ही रूपये खर्च करता है जितने उसके पर्यटन के दिनों की संख्या है । उसका कुल खर्च रूपये 361 है, तो ज्ञात करें कि उसका पर्यटन कितने दिनों तक चला ?

(a) 17 days (b) 19 days
(c) 21 days (d) 31 days

उत्तर (b)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योग 22 है, और उनके वर्गों का योग 404 है, तो उन संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करें ?

(a) 40 (b) 44
(c) 80 (d) 89

उत्तर (a)

उदा.3 जब एक दो अंकों की संख्या को उसके अंकों के योग से गुणा किया जाता है, तो गुणनफल 424 होता है । जब उसके अंकों को आपस में बदलने से प्राप्त संख्या को अंकों के योग से गुणा किया जाता है तो परिणाम 280 होता है । संख्या के अंकों का योग कितना है ?

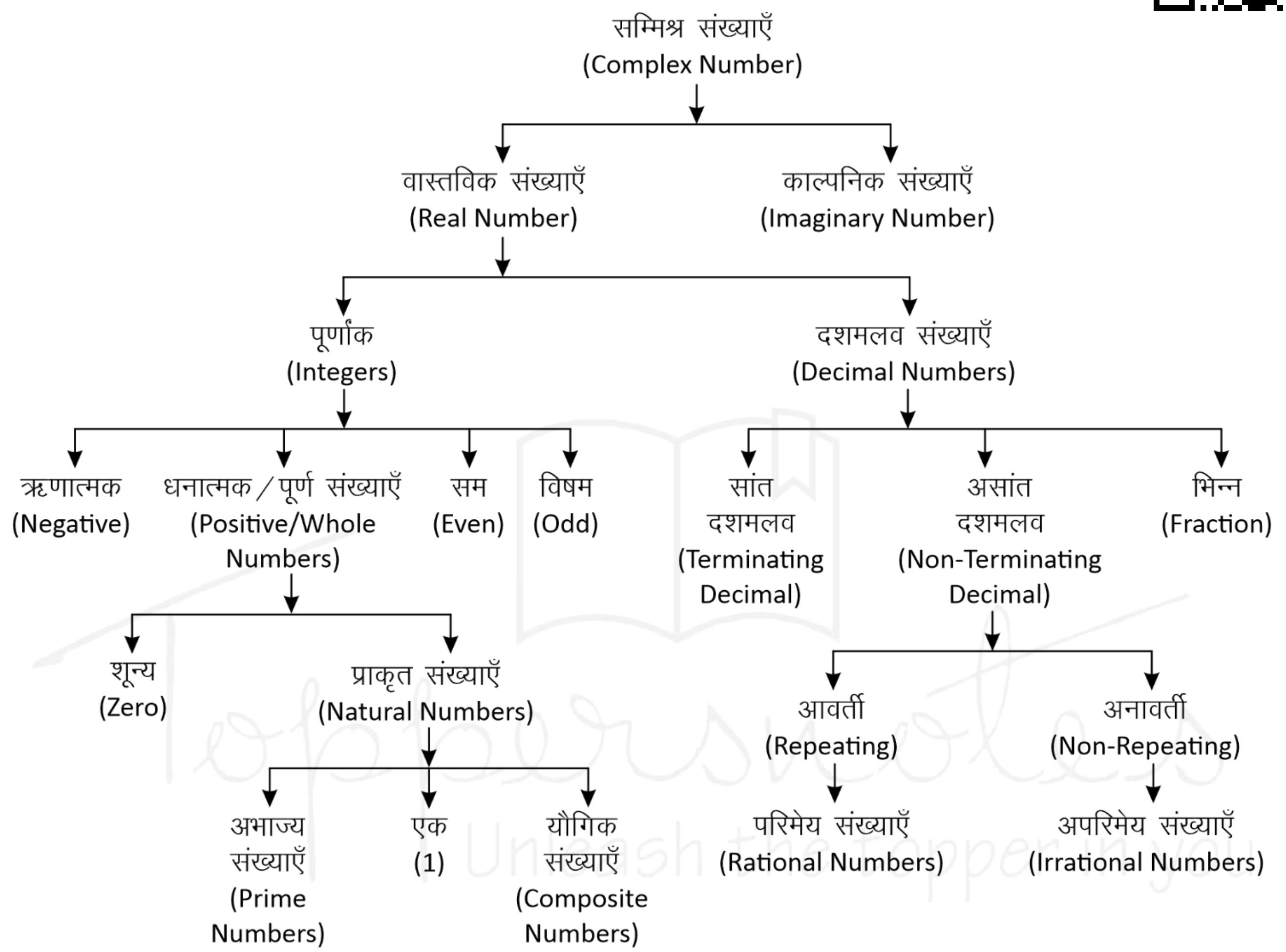
(a) 7 (b) 9
(c) 6 (d) 8

उत्तर (d)

संख्या पद्धति
(Number System)

संख्या पद्धति :– किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है –



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती है।

इन्हें (a + ib) के रूप में लिखा जाता है। जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ है तथा $i = \sqrt{-1}$ है।

Z = a (वास्तविक संख्या) + ib (काल्पनिक संख्या)

1. **वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers):** परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

I. **पूर्णांक संख्याएँ** : संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ–साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती है, इसे **I** से सूचित करते हैं।

I = {–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4,.....}

(i) **धनात्मक / पूर्ण संख्याएँ** : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते है, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती है।

W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

नोट : चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

A. **प्राकृत संख्याएँ :** जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते है।

N = {1, 2, 3, 4, 5, ...}

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है ।

उदाहरण –

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :- एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19........}

- तीन अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101
- तीन अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997

जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

☞ **अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :–** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या x है, अब x से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

उदाहरण –

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

हल –

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :- वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है।

जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

(ii) सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

n वां पद = 2n

प्रथम n सम संख्याओं का योग = n(n+1)

प्रथम n सम संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2}\right\}$

(iii) विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती है।

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2}\right\}$

II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ है जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांको के बीच आती है। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

(i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

(ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।

जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183..........

ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

जैसे – $\frac{1}{3} = 0.333...,\ \frac{22}{7} = 3.14285714.....$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

इसे बार बोलते है।

$0.333..... = 0.\overline{3}$

$\frac{22}{7} = 3.14285714.... = 3.\overline{142857}$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.\overline{P} = \frac{P}{9}$ $\quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99}$ $\quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.p\overline{q} = \frac{pq - p}{90}$ $\quad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr - pq}{900}$

$0.p\overline{qr} = \frac{pqr - p}{990}$ $\quad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs - pq}{9900}$

उदाहरण –

(i) $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii) $0.6\overline{25} = \frac{625 - 6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii) $0.35\overline{24} = \frac{3524 - 35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

- **परिमेय (Rational) संख्याएँ** – वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

उदाहरण –

$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

B. अनावर्ती (Non-Repeating)

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

जैसे – $\pi = 3.1415926535897932...$

$\sqrt{2} = 1.41421356237...$

- **अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ** – इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण –

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}......$

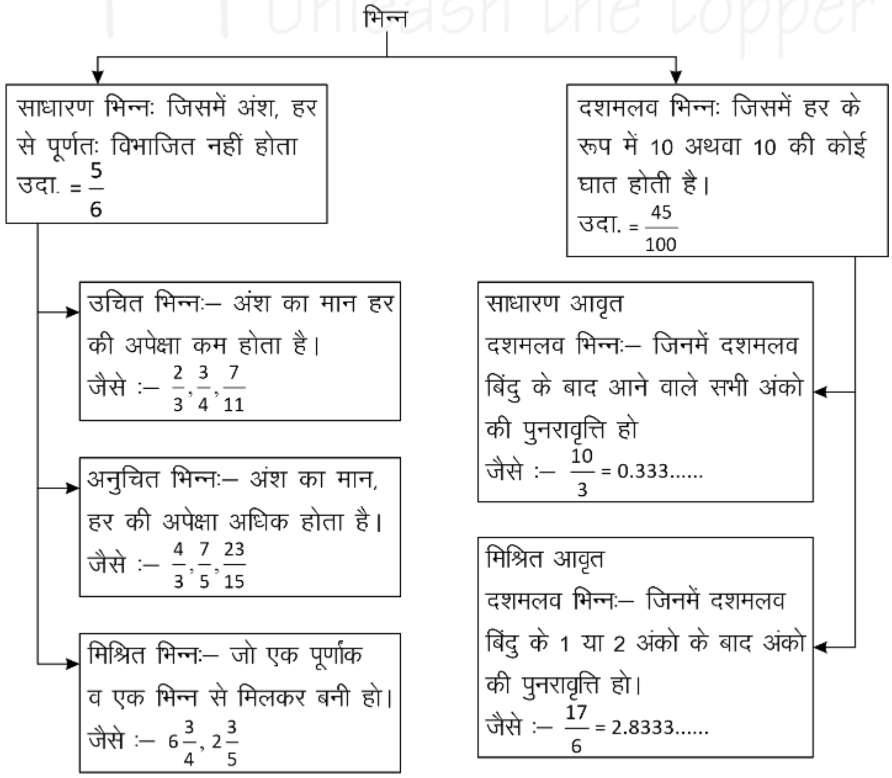
भिन्न (Fraction) :- भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।

जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते है, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे $\frac{1}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जाता है। जबकि शेष बचे भाग को $\frac{3}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जायेगा।

भिन्न दो भागों में बंटा होता है – अंश व हर

माना कोई भिन्न $= \frac{p \rightarrow \text{अंश}}{q \rightarrow \text{हर}}$

भिन्नों के प्रकार



2. **काल्पनिक संख्याएँ (Imaginary Numbers)**: जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

परफेक्ट संख्या (Perfect Number)

वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

उदाहरण –

6 → 1, 2, 3 → यहाँ 1 + 2 + 3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1 + 2 + 4 + 7 + 14 → 28

पूर्णवर्ग संख्या की पहचान

↓

इकाई अंक जो एक पूर्ण वर्ग संख्या के हो सकते है।	जो नहीं हो सकते
• 0	2 ——
• 1	3 ——
• 4	7 ——
• 5 or 25	8 ——
• 6	
• 9	

- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

<u>नोट</u> – अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवष्य याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. **Decimal संख्या को Binary में बदलना :**
   किसी डेसीमल (दस–आधारी) संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त डेसीमल (दस–आधारी) संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते है जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।
   अब सभी शेषफल को उल्टे क्रम में लिखा जाए तो परिवर्तित बाइनरी संख्या प्राप्त होती है।

उदाहरण –

2 × 44 = 88 ; 89 – 88 = 1 ↑	89
2 × 22 = 44 ; 44 – 44 = 0	44
2 × 11 = 22 ; 22 – 22 = 0	22
2 × 5 = 10 ; 11 – 10 = 1	11
2 × 2 = 4 ; 5 – 4 = 1	5
2 × 1 = 2 ; 2 – 2 = 0	2
	1

अतः 89 के समतुल्य **Binary number = $(1011001)_2$**

2. **Binary को Decimal में बदलना :**
   Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाई ओर एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दुगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण –

1	0	1	1	0	0	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

अब

$(1011001)_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 \times 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \{2^0 = 1\} = 89$

भाजकों की संख्या या गुणनखंड की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर घातो का गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण –

2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

हल –

$2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$

भाजकों की संख्या = (3+1) (1+1) (1+1) (1+1)

= 4 × 2 × 2 × 2 = 32

इकाई का अंक ज्ञात करना

1. **जब संख्या घात (Power) के रूप में हो**
   जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा।
   जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना षेश प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. **सरलीकरण के रूप में हो**
   प्रत्येक संख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

1. यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो
   n विषम होने पर (a+b) इसका भाजक होगा।

2. यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो।

n विषम होने पर भाजक ➔ $(a-b)$

n सम होने पर भाजक ➔ $(a-b)$ या $(a+b)$ या दोनों।

(i) $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।

(ii) $a^n \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा; यदि n विषम हो, तो शेषफल a होगा }

(iii) $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा

(iv) $(a^n + a) \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा। यदि n विषम हो, तो शेषफल $(a-1)$ होगा। }

रोमन पद्धति के संकेतक

1	→	I	20	→	XX
2	→	II	30	→	XXX
3	→	III	40	→	XL
4	→	IV	50	→	L
5	→	V	100	→	C
6	→	VI	500	→	D
7	→	VII	1000	→	M
8	→	VIII			
9	→	IX			
10	→	X			

विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे – 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या मे अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे – 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे – 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे – 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे – 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी। अथवा किसी संख्या में अंको की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 44444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो । जैसे – 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे – 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 17784

अभ्यास प्रश्न

संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किसी संख्या का 3/4 उस संख्या के 1/6 से 7 अधिक है, तो उस संख्या 5/3 क्या होगा?

(a) 12 (b) 18
(c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b, उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

(a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$
(c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

(a) 1350 (b) 1250
(c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का 5/16 ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का 5/6 ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये।

(a) 300 (b) 480
(c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

सम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी ।

(a) 47 (b) 48
(c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 64329 को जब किसी सख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते है तो भाज्य क्या है ?

(a) 184 (b) 224
(c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2 $(3^{25}+3^{26}+3^{27}+3^{28})$ विभाजित है।

(a) 11 (b) 16
(c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

(a) 2706
(b) 2796
(c) 2736
(d) 2826

उत्तर (c)

इकाई अंक निकालना आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $416\times333+2167\times118-114\times133$ के परिणाम का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

कितना है ?

(a) 0 (b) 2
(c) 3 (d) 5

Toppersnotes Unleash the topper in you

प्राकृतिक संख्याओं के squre/cube के योग एवं अंतर पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + ... + 20^2) = ?$

(a) 385 (b) 2485
(c) 2870 (d) 3255

उदा.2 $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 10^3 = ?$

दशमलव संख्या आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक विद्यार्थी को निम्नलिखित व्यंजक को सरल करने को कहा गया

$$\frac{0.0016\times0.025}{0.325\times0.05}\div\frac{0.1216\times0.105\times0.002}{0.08512\times0.625\times0.039}+\left(\sqrt[6]{27}-\sqrt{6\frac{3}{4}}\right)^2$$

उसका उत्तर $\frac{19}{10}$ था। उसके उत्तर में कितने प्रतिशत त्रुटि थी ?

उदा.2 $\frac{0.\overline{936}-0.\overline{568}}{0.\overline{45}+2.\overline{67}}$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

शून्य की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $(1^1\times2^2\times3^3\times4^4\times..........\times98^{98}\times99^{99}\times100^{100})$ के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की संख्या ज्ञात करें ?

(a) 1200 (b) 1300
(c) 1500 (d) 1600

उदा.2 $1 \times 2 \times 3 \times ...... \times 250$ को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे ?

सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या/भिन्न ज्ञात करने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्न मे से $\frac{2}{5}$ और $\frac{4}{9}$ के बीच उपस्थित भिन्न हैं ?

(a) $\frac{3}{7}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

उदा.2 निम्न में से बड़ी संख्या हैं।

$(3)^{\frac{1}{3}}, (2)^{\frac{1}{2}}, 1, (6)^{\frac{1}{6}}$

(a) $(2)^{\frac{1}{2}}$ (b) 1
(c) $(6)^{\frac{1}{6}}$ (d) $(3)^{\frac{1}{3}}$

आरोही/अवरोही क्रम आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ को बढ़ते क्रम में लिखने पर –

(a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ (b) $\sqrt[4]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$
(c) $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4}$

उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ –

$\sqrt{7}-\sqrt{5}, \sqrt{5}-\sqrt{3}, \sqrt{9}-\sqrt{7}, \sqrt{11}-\sqrt{9}$

उदा.3 संख्याओं $\frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{16}{19}, \frac{21}{25}$ को अवरोही क्रम में लिखिये ?

गुणनखंडों की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\{(127)^{127} + (97)^{127}\}$ तथा $\{(127)^{97} + (97)^{97}\}$ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?

(a) 127 (b) 97
(c) 30 (d) 224

उदा.2 $\frac{(18)^{15}\times(75)^{16}\times(42)^{14}}{(35)^{12}\times(12)^{16}}$ में कितने अभाज्य खंड है ?

अनुपात एवं समानुपात (Ratio & Proportion)

अनुपात

- दो संख्याओं या राशियों की विभाजन से तुलना एक अनुपात कही जाती है।
- संकेत –:
- a से b का अनुपात निम्न तरीके से लिखा जा सकता है।

$$a:b=\frac{a}{b}=a\div b$$

- अनुपात का पहला पद, पूर्व पद कहलाता है तथा दूसरे पद को अंतिम पद कहते है।

मिश्रित अनुपात

दो या दो से अधिक अनुपात के पूर्व पदों के गुणनफल तथा अंतिम पदों के गुणनफल से बने नए अनुपात को मिश्रित अनुपात कहते हैं।

जैसे – 4 : 3, 9 : 13, 26 : 5, 2 : 15 का मिश्रित अनुपात

$$\frac{4\times9\times26\times2}{3\times13\times5\times15}=\frac{16}{25}$$

विलोम या व्युत्क्रमानुपात

वह अनुपात जिसमें पहली प्रकार की राशि के बढ़ने से दूसरी प्रकार की राशि घटे, विलोमानुपात कहलाता है ।

a : b का विलोमानुपात $=\left(\frac{1}{a}:\frac{1}{b}\right)\times$(a तथा b का LCM)

सम्मिलित अनुपात

1. यदि पहली व दूसरी राशियों के बीच अनुपात = a : b
   दूसरी व तीसरी राशियों के बीच अनुपात = c : d
   तब तीनों राशियों के बीच सम्मिलित अनुपात

```
a : b
    c : d
-----------
ac : bc : bd
```

उदा. यदि A : B = 4 : 5 तथा B : C = 6 : 7 तो A : C = ?

हल

```
A  :  B  :  C
4  :  5
      6  :  7
--------------
24 : 30 : 35
```

अतः A : C = 24 : 35

2. पहली व दूसरी राशि के बीच अनुपात = a : b
   दूसरी व तीसरी राशि के बीच अनुपात = c : d
   तीसरी व चौथी राशि के बीच अनुपात = e : f

```
a : b
    c : d
        e : f
---------------------
ace : bce : bde : bdf
```

उदा. यदि A : B = 1 : 2, B : C = 3 : 4, C : D = 2 : 3 तब A : B : C : D = ?

हल

```
A  :  B  :  C  :  D
1  :  2
      3  :  4
            2  :  3
--------------------
6  : 12  : 16  : 24   या 3 : 6 : 8 : 12
```

समानुपात

समानुपात :– चार राशियाँ एक समानुपात में कही जाती है, यदि पहली और दूसरी राशियों का अनुपात तीसरी और चौथी राशियों के अनुपात के बराबर हो।

- दोनों अनुपात को बराबर बताने के लिए संकेत ': :' या '=' का प्रयोग किया जाता है।

निम्नलिखित दो अनुपातों पर विचार कीजिए :–

पहला अनुपात	दूसरा अनुपात
6 : 18	8 : 24

6 : 18 एवं 8 : 24 दोनों में ही 6, 18 का एक तिहाई व 8, 24 का एक तिहाई हैं। अनुपातों की इस समानता को ही समानुपात कहते हैं।

उदा. 6 तथा 9 का प्रथम समानुपाती क्या होगा ?

हल $a=\frac{b^2}{c}=\frac{6^2}{9}=\frac{36}{9}=4$

उदा. 0.32 तथा 0.02 का मध्य समानुपाती क्या होगा ?

हल $b=\sqrt{ac}\Rightarrow\sqrt{0.32\times0.02}=\sqrt{0.0064}\Rightarrow0.08$ उत्तर

- यदि a : b : : c : d हो, तो हम a तथा b को बाह्य पद और b तथा c को मध्य पद कहते हैं।
  बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल
  (a × d) = (b × c)

- **मध्यानुपाती (a, b)**
  माना मध्यानुपाती x है तब
  a : x : : x : b
  $x^2 = ab$
  $x=\sqrt{ab}$

- **तृतीयानुपाती (a, b)**
  माना तृतीयानुपाती x है तब
  a : b : : b : x
  $b^2 = ax$
  $x = \frac{b^2}{a}$

- **चतुर्थानुपाती (a, b, c)**
  माना चतुर्थानुपाती x है तब
  a : b : : c : x
  ax = bc
  $x = \frac{bc}{a}$

अनुपात के बारे में कुछ तथ्य

1. एकांतरानुपात (Alternendo)
यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तो $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

2. विलोमानुपात (Invertendo)
यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तो $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

3. योगानुपात (Componendo)
यदि a : b : : c : d हो
तो (a + b) : b : : (c + d) : d
अर्थात् $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
तो $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

4. अंतरानुपात (Dividendo)
यदि a : b : : c : d तो
(a – b) : b : : (c – d) : d
अर्थात् $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ तब $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

5. योगान्तरानुपात (Compendo & Dividendo)
यह योगानुपात तथा अन्तरानुपात का सम्मिलित रुप हैं।
यदि a : b : : c : d एक समानुपात हो।
तो (a + b) : (a – b) : : (c + d) (c – d)
या $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

अनुपात के गुण

(1) अनुपात के अंश व हर को समान संख्या से गुणा करने पर कोई परिवर्तन नहीं आता है।
जैसे :– $\frac{2}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{9}$ (इस $\frac{2}{3}$ व $\frac{6}{9}$ के अनुपातों का मान समान ही है)

(2) अंश व हर दोनों को समान राशि से भाग करने पर अनुपात का मान वही रहता है।
जैसे :– $\frac{3}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{2}} = \frac{\frac{3}{3}}{\frac{4}{3}}$ (ये सभी अनुपात समान है)

(3) यदि x को P तथा Q के मध्य a : b के अनुपात में बाँटा जाता हो, तो
P का भाग $= \frac{a}{a+b} \times x$
Q का भाग $= \frac{b}{a+b} \times x$
P तथा Q के भागों का अंतर $= \frac{a-b}{a+b} \times x$ (जहाँ a > b)

(4) P, Q, R के भागों में a : b : c का अनुपात होने पर यदि P का भाग x हो तो –
(i) Q का भाग = $\frac{b}{a} \times x$
(ii) R का भाग = $\frac{c}{a} \times x$
(iii) Q तथा R के भागों का अंतर = $\frac{b-c}{a} \times x$ (जहाँ b > c)
(iv) P, Q तथा R का कुल भाग $= \frac{a+b+c}{a} \times x$

(5) यदि हिस्सा में जोड़ने या घटाने के बाद अनुपात प्राप्त होता है ।
$x = \frac{\text{कुल राशि} \pm \text{अतिरिक्त राशि}}{\text{अनुपात का योग}}$

उदा. A के हिस्से में 20 रुपये मिला दिये जाए तथा B के हिस्से से 25 रुपये निकाले जाये तो उनके हिस्सों का अनुपात 4 : 5 हो जाता है। यदि कुल राशि 2165 रुपये हो तो A का हिस्सा कितना रुपया होगा।

हल $\frac{2165-5}{9} \Rightarrow \frac{2160}{9} = 240$
A + 20 = 4 × 240
A = 960 – 20 = 940
B – 25 = 5 × 240
B = 1200 + 25 = 1225

निकालने की प्रक्रिया बार–बार दोहराने पर

- एक कंटेनर जिसमें a लीटर द्रव है, b लीटर निकालकर उसकी जगह पर उतना ही पानी मिला दिया जाता है। यह प्रक्रिया 'n' बार दोहराई जाती है तो n वीं क्रिया के बार कंटेनर में बचे हुए दूध की मात्रा –
  $= a\left(1 - \frac{b}{a}\right)^n$ लीटर
- यदि दूध और पानी के x लीटर मिश्रण में दूध एवं पानी a : b के अनुपात में हो तो उस मिश्रण में दूध एवं पानी का अनुपात c : d करने के लिए उसमें $\frac{x(ad-bc)}{c(a+b)}$ लीटर पानी मिलाना होगा।

मोमबत्ती पर आधारित प्रश्न

समान ऊँचाई की दो मोमबत्तियाँ एक ही समय पर जलाई जाती हैं। पहली मोमबत्ती T_1 घंटे में पूरी जलती है तथा दूसरी मोमबत्ती T_2 घंटे में पूरी जलती है, तो $\frac{T_1T_2(a-b)}{aT_1-bT_2}$ घंटे बाद बचे हुए भाग की ऊँचाई का अनुपात a : b होगा।

अभ्यास प्रश्न

साधारण अनुपात–आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि 1000 रुपये को A तथा B में 3:2 के अनुपात में विभक्त करें, तो A को प्राप्त होंगे –

(a) 400 रुपये (b) 500 रुपये
(c) 600 रुपये (d) 800 रुपये

उत्तर (c)

उदा.2 किसी मैदान की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 5:2 है। यदि मैदान को चौड़ाई 40 मीटर हो, तब मैदान की लम्बाई ज्ञात करें ?

(a) 200 मीटर (b) 100 मीटर
(c) 50 मीटर (d) 80 मीटर

उदा.3 एक पेपर बण्डलों से भरा हुआ बक्सा 36 किलोग्राम वजनी है। यदि बक्से और पेपर बण्डल का वजन 3:22 के अनुपात में हो तो पेपर का वजन ज्ञात करें।

(a) 30680 ग्राम (b) 30710 ग्राम
(c) 31500 ग्राम (d) 31680 ग्राम

उत्तर (d)

संख्याओं के जोड़, गुणन और घटाने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 दो प्राकृत संख्याएँ 3 : 5 के अनुपात में हैं तथा इनका गुणनफल 2160 है। इनमें से छोटी संख्या क्या होगी ?

(a) 36 (b) 24
(c) 8 (d) 12

उत्तर (a)

उदा.2 तीन संख्याएँ क्रमशः 3 : 4 : 5 के अनुपात में हैं। पहली तथा तीसरी संख्या का योग दूसरी संख्या से 52 अधिक है तो सबसे बड़ी संख्या क्या है ?

(a) 65 (b) 52
(c) 79 (d) 63
(e) इनमें से कोई नही

उत्तर (a)

उदा.3 दो संख्याओं के अन्तर, योगफल तथा गुणनफल का अनुपात 1 : 7 : 24 है, इन संख्याओं का गुणनफल कितना होगा ?

(a) 36 (b) 52
(c) 48 (d) 40

उत्तर (c)

अनुपात–समानुपात पर आधार

प्रश्नों के हल

उदा.1 वह कौन–सी भिन्न है जिसका $\frac{1}{27}$ के साथ वही अनुपात है जो $\frac{3}{11}$ तथा $\frac{5}{9}$ का अनुपात है ?

(a) $\frac{1}{11}$ (b) $\frac{3}{11}$
(c) 55 (d) $\frac{1}{55}$

उत्तर (d)

उदा.2 16 तथा 24 का तृतीयानुपाती क्या है ?

(a) 20 (b) 18
(c) 36 (d) 40

उत्तर (c)

उदा.3 6 तथा 54 के बीच मध्यानुपाती क्या है ?

(a) 9 (b) 12
(c) 16 (d) 18

उत्तर (d)

सम्मिलित / मिश्र अनुपात ज्ञात करना

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि 2A = 3B = 4C, तो A: B: C

(a) 2: 3: 4 (b) 4: 3: 2
(c) 6: 4: 3 (d) 3: 4: 6

उत्तर (c)

उदा.2 यदि $a:b=\frac{2}{9}:\frac{1}{3}, b:c=\frac{2}{7}:\frac{5}{14}$ तथा $d:c=\frac{7}{10}:\frac{3}{5}$ हो तो a : b : c : d = ?

उदा.3 यदि (a + b) : (b + c) : (c + a) = 6 : 7 : 8 तथा (a + b + c) = 14, तब c का मान है -

(a) 6 (b) 7
(c) 8 (d) 14

उत्तर (a)

आय/व्यय पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 व्यक्ति के खर्च और बचत का अनुपात 26 : 3 है। यदि उसकी मासिक आय 14,500 रुपये हो, तो उसकी मासिक बचत कितनी है ?

(a) 580 (b) 700
(c) 1,500 (d) 1,560

उत्तर (c)

उदा.2 A तथा B की मासिक आय का अनुपात 5 : 4 है, मासिक खर्च का अनुपात 19 : 21 है तथा उनकी मासिक बचत का अनुपात 37 : 18 है। यदि A तथा B की कुल वार्षिक बचत 66,000 रुपये हो, तो प्रत्येक की मासिक आय कितनी है ?

उदा.3 A और B की साप्ताहिक आय का अनुपात 9 : 7 और खर्च का अनुपात 4 : 3 है। यदि प्रत्येक 200 रुपये की बचत करता है तो उसकी आय का योग कितना होगा ?

(a) 3,600 (b) 3,200
(c) 4,800 (d) 5,600

उत्तर (b)

सिक्कों पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक थैली में 1 रुपये, 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के 5 : 6 : 8 के अनुपात में हैं। यदि इस थैली में कुल 210 रुपये हो तो प्रत्येक प्रकार के सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 1 रुपये, 50 पैसे तथा 25 पैसे के 378 सिक्कों के मूल्यों 13 : 11 : 7 है, इनमें से 50 पैसे के सिक्कों की संख्या कितनी है ?

(a) 128 (b) 132
(c) 133 (d) 136

उत्तर (b)

औसत व आयु आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 दो लड़कों की आयु का वर्तमान अनुपात 5 : 6 है। 2 साल बाद यह अनुपात 7 : 8 हो जाता है। तो 12 साल बाद अनुपात क्या होगा ?

(a) $\frac{22}{24}$ (b) $\frac{15}{16}$
(c) $\frac{17}{18}$ (d) $\frac{11}{12}$

उत्तर (c)

उदा.2 दो छात्रों की आयु का अनुपात 3 : 2 है, इनमें से एक–दूसरे से 5 वर्ष बड़ा है तो छोटे छात्र की आयु कितनी होगी ?

(a) 5 वर्ष (b) $5\frac{1}{2}$ वर्ष
(c) 10 वर्ष (d) 15 वर्ष

उत्तर (c)

उदा.3 दो व्यक्तियों की वर्तमान आयु क्रमशः 36 और 50 वर्ष है । यदि n वर्ष बाद उनकी आयु का अनुपात 3 : 4 होगा, तो n का मान है ?

(a) 4 (b) 7
(c) 6 (d) 3

उत्तर (c)

अनुपात के रूप में विभाजित हिस्सों पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक व्यक्ति ने अपनी सम्पत्ति को इस प्रकार से विभक्त किया कि उसकी पुत्री तथा पत्नी के भाग और उसकी पत्नी तथा पुत्र के भाग में से प्रत्येक 3 : 1 के अनुपात में हो । यदि पुत्र को पुत्री से 10,000 रुपये कम मिले हो, तो सम्पत्ति का कुल मूल्य कितना है ?

(a) 15,250 रुपये (b) 16,250 रुपये
(c) 17,500 रुपये (d) 18,500 रुपये

उत्तर (b)

उदा.2 600 रुपये को A, B तथा C में इस प्रकार वितरित किया गया है कि A के $\frac{2}{5}$ से 40 रुपये अधिक, B के $\frac{2}{7}$ से 20 रुपये अधिक तथा C के $\frac{9}{17}$ से 10 रुपये अधिक परस्पर बराबर हैं, इनमें से A का भाग कितना है ?

(a) 150 (b) 170
(c) 200 (d) 280

उदा.3 555 को A, B और C में $\frac{1}{4}:\frac{1}{5}:\frac{1}{6}$ अनुपात में विभाजित करना था, लेकिन गलती से 4: 5: 6 में विभाजित कर दिया गया तो C द्वारा कितनी राशि अधिक प्राप्त की गई।

(a) 72 (b) 75
(c) 22 (d) 52

उत्तर (a)