



# HPSC

## हरियाणा लोक सेवा आयोग

Haryana Public Service Commission

### सामान्य अध्ययन

पेपर – 3 भाग – 2 (य)

## सांख्यिकीय विश्लेषण, ग्राफ़ और आरेख



# Haryana Public Service Commission

## पेपर - 3 भाग - 2 (य) सांख्यिकीय विश्लेषण, ग्राफ़ और आरेख

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	समंको का संकलन (Collection of Data)	1
2.	वर्गीकरण तथा सारणीयन (Classification and Tabulation)	11
3.	केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप (Measures of Central Tendency)	14
4.	अपकिरण तथा विषमता के माप (Measures of Dispersion and Skewness)	22
5.	परिघात (Moments)	46
6.	सह-संबंध (Correlation)	51
7.	प्रतीपगमन वियश्लेषण (Regression Analysis)	66
8.	सूचकांक (Index Number)	88
9.	काल श्रेणियों का विश्लेषण (Time Series Analysis)	101
10.	निदर्शन (Sampling)	110
11.	परिकल्पना परीक्षण (Hypothesis Testing)	120
12.	सांख्यिकीय संघटन (Statistics Organization)	131

# प्रिय विद्यार्थी, टॉपर्सनोट्स चुनने के लिए धन्यवाद।

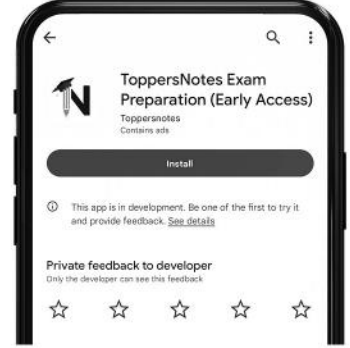
नोट्स में दिए गए QR कोड्स को स्कैन करने लिए टॉपर्स नोट्स ऐप डाउनलोड करें।  
ऐप डाउनलोड करने के लिए दिशा निर्देश देखें :-



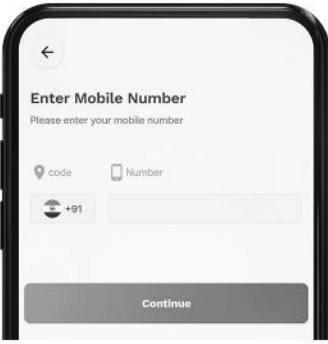
ऐप इनस्टॉल करने के लिए आप अपने मोबाइल फ़ोन के कैमरा से या गूगल लेंस से QR स्कैन करें।



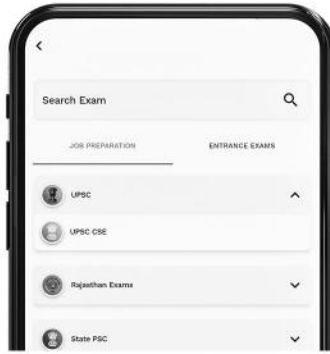
टॉपर्सनोट्स  
एग्जाम प्रिपरेशन ऐप



टॉपर्सनोट्स ऐप डाउनलोड करें गूगल प्ले स्टोर से।



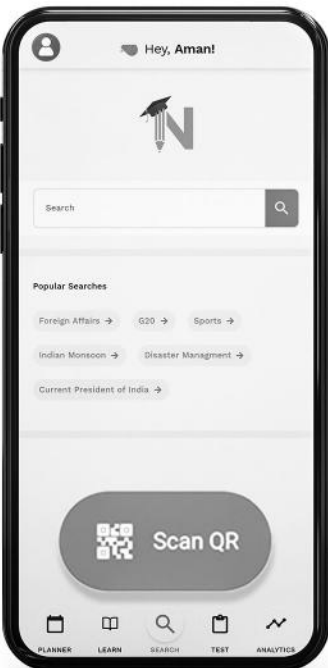
लॉग इन करने के लिए अपना मोबाइल नंबर दर्ज करें।



अपनी परीक्षा श्रेणी चुनें।



सर्च बटन पर क्लिक करें।



SCAN QR पर क्लिक करें।



किताब के QR कोड को स्कैन करें।



• सोल्युशन वीडियो  
• डाउट वीडियो  
• कॉन्सेप्ट वीडियो



• अतिरिक्त पाठ्य-सामग्री



• विषयवार अभ्यास  
• कमजोर टॉपिक विश्लेषण



• रैंक प्रेडिक्टर  
• टेस्ट प्रैक्टिस

किसी भी तकनीकी सहायता के लिए  
[hello@toppersnotes.com](mailto:hello@toppersnotes.com) पर मेल करें  
या [766 56 41 122](tel:7665641122) पर whatsapp करें।

## समंको का संग्रहण (Collection of Data)

### समंकों के प्रकार

1. प्राथमिक समंक (Primary Data)
2. द्वितीयक समंक (Secondary Data)

### प्राथमिक समंको के संग्रहण की विधियाँ

#### 1. प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान

इस विधि में अनुसंधानकर्ता स्वयं सूचना देने वालो से प्रत्यक्ष रूप से संपर्क स्थापित करता है। यह विधि निम्न अनुसंधानों के लिए उपयुक्त है।

- जिनका क्षेत्र सीमित हो और स्थानीय प्रकृति का हो।
- जहाँ समंको को गुप्त रखना हो।
- समंकों की मौलिकता पर अधिक जोर देना हो।
- जहाँ पर व्यक्तिगत रूप से उपस्थित होना आवश्यक हो।

#### 2. अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान

इस विधि के अन्तर्गत प्रत्यक्ष संबंध रखने वाले व्यक्तियों से सूचना प्राप्त नहीं की जाती, बल्कि तृतीय पक्ष के ऐसे व्यक्तियों से सूचना प्राप्त की जाती है जो अप्रत्यक्ष रूप से स्थिति से अवगत हों।

जैसे – मजदूरों के रहन सहन की स्थिति मजदूरों से स्वयं से न पूछकर श्रमिक संघो या मिल के मालिकों से पूँछना।

यह विधि निम्न परिस्थितियों में उपयुक्त है।

- अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो।
- प्रत्यक्ष सूचना देने वालो से व्यक्तिगत संपर्क न हो।
- सूचना देने वाला सूचना देने में रुचि नहीं रखता हो।
- समंक जटिल प्रकृति के हो।

#### 3. संवाददाताओं द्वारा स्थानीय स्रोतों से सूचना प्राप्ति

इस विधि में अनुसंधानकर्ता अनुसंधान के विभिन्न स्थानों पर स्थानीय संवाददाताओं की नियुक्ति करता है तथा उनको नियमित रूप से आवश्यक जानकारी भेजने के निर्देश दिये जाते हैं जिसके आधार पर ये समय-समय पर अनुसंधानकर्ताओं को सूचना देते हैं।

यह विधि निम्न स्थितियों में उपयुक्त है –

1. नियमित रूप से पर्याप्त समय तक सूचना प्राप्त करनी हो।
2. उच्च स्तर की शुद्धता की आवश्यकता नहीं हो।
3. अनुमान व प्रवृत्तियाँ ही ज्ञात करनी हो।

#### 4. सूचकों द्वारा अनुसूचियों भरवाकर सूचना प्राप्ति/डाक

इस विधि के अन्तर्गत अनुसंधानकर्ता अनुसंधान के उद्देश्य को ध्यान में रखकर संबंधित प्रश्नों की एक अनुसूची (प्रश्नावली) तैयार करता है फिर उस अनुसूची की प्रतियाँ तैयार कर डाक द्वारा सूचना देने वाले के पास भेज देता है जो उसको भरकर निर्धारित समय में अनुसंधानकर्ता को वापस लौटा देते हैं। यह विधि निम्न क्षेत्रों में काम में ली जाती है –

1. विस्तृत अनुसंधान का क्षेत्र हों।
2. जहाँ की जनता साक्षर हों।
3. उपभोक्ताओं की रुचियों का अनुसंधान, बाजार सर्वेक्षण इसके अन्तर्गत किया जाता है।
4. उद्योगों के वार्षिक सर्वेक्षण के लिए यह विधि काम में ली जाती है।

#### 5. प्रगणकों द्वारा अनुसूचियों को भरकर सूचना प्राप्ति

इस विधि के अन्तर्गत अनुसंधान के विभिन्न पहलुओं को ध्यान में रखते हुये अनुसूचियाँ तैयार की जाती हैं तथा अनुसंधान के क्षेत्र को अनेक भागों में विभक्त कर प्रत्येक भाग के लिए प्रगणको की नियुक्ति कर देता है, जो घर-घर जाकर सूचकों से पूछताछ करके स्वयं अनुसूचियों को भरते हैं।

### द्वितीयक समंकों का संग्रहण

#### 1. प्रकाशित स्रोत

- (i) अन्तर्राष्ट्रीय प्रकाशन
- (ii) सरकारी प्रकाशन
- (iii) अर्द्ध-सरकारी संस्थाओं के प्रकाशन तथा प्रतिवेदन
- (iv) समितियों एवं आयोगों के प्रतिवेदन
- (v) व्यापारिक संस्थाओं के प्रतिवेदन
- (vi) विश्वविद्यालयों का शोध कार्य
- (vii) पत्र पत्रिकाएँ
- (viii) बाजार समाचार
- (ix) व्यक्तिगत अनुसंधानकर्ता
- (x) संघो व संगठनों के प्रकाशन

#### 2. अप्रकाशित स्रोत

अप्रकाशित रूप से भी द्वितीयक समंक उपलब्ध हो जाते हैं। अनुसंधानकर्ता विभिन्न उद्देश्यों से सामग्री संकलित करते हैं जो प्रकाशित नहीं करायी जाती। अप्रकाशित सामग्री व्यक्तियों या व्यापारिक संघों के सदस्यों के निजी उपयोग के लिए ही होती है।

## संगणना एवं प्रतिदर्श अनुसंधान (Census and Sample Investigation)

### संगणना अनुसंधान – (Census Investigation)

यदि समग्र की प्रत्येक इकाई के बारे में सूचना संग्रहीत की है तो ऐसे अनुसंधान को संगणना अनुसंधान कहते हैं।

### प्रतिदर्श अनुसंधान (Sample)

यदि समग्र की सभी इकाइयों में से मात्र कुछ प्रतिनिधि इकाइयों के विषय में सूचना संग्रहीत की जाती है तो उसे प्रतिदर्श अनुसंधान कहते हैं।

### प्रतिदर्श या प्रतिचयन की विधियाँ (Method of Sampling)

#### (1) सविचार प्रतिचयन

इस विधि में अनुसंधानकर्ता अपने ज्ञान, प्रशिक्षण चातुर्य एवं अनुभव के आधार पर कुछ ऐसी इकाइयों का प्रतिदर्श छाँटता है जो उसकी राय में समस्त समग्र की विशेषताओं का उचित रूप से प्रतिनिधित्व करती हैं।

#### (2) दैव प्रतिचयन (Random Sampling)

इस विधि में समग्र की इकाइयाँ सही प्रकार से छाँटी जाती है कि प्रत्येक इकाई के प्रतिदर्श में सम्मिलित होने की संभावना बराबर होती है। प्रतिदर्श में इकाइयों का चयन पूर्णतया संभावना या संयोग (Chance) पर होता है।

#### दैव प्रतिचयन की विधियाँ

- लॉटरी विधि (Lottery Method)
- ढोल विधि (By Rotating Drum)
- दैव संख्याओं द्वारा (By Random)
- व्यवस्थित दैव प्रतिचयन विधि द्वारा (By Systematic Random Sampling)

### 3- मिश्रित प्रतिचयन – (Mixed Sampling)

इस वर्ग में ऐसी विधियों को शामिल किया जाता है जो सविचार प्रतिचयन विधि एवं दैव प्रतिचयन विधि के सम्मिश्रण पर आधारित हों।

इस विधि में निम्न को शामिल किया जाता है।

- स्तरीय प्रतिचयन – सविचार और दैव दोनों शामिल हैं।
- बहुस्तरीय प्रतिचयन – बहुत बड़े क्षेत्र में प्रतिदर्श लेने में उपयुक्त है।
- बहुचरण प्रतिचयन – दैव प्रतिचयन विधि से प्रतिदर्श लिया जाता है।
- समूह प्रतिचयन – इसमें समग्र को आकार, गुणो, क्षेत्रों से विभाजित किया जाता है।

## प्रायिकता सिद्धान्त तथा दैव प्रतिचयन

दैव प्रतिचयन प्रायिकता सिद्धान्त पर आधारित हैं। प्रायिकता किसी अनिश्चित घटना के घटित होने या न होने की संभावना पर आधारित हैं।

$$\text{घटना के घटित होने की प्रायिकता} = P = \frac{M}{M+N}$$

$$\text{घटना के घटित न होने की प्रायिकता} = q = \frac{N}{M+N}$$

प्रायिकता = अनुकूल घटनाओं की संख्या / समस्त घटनाओं की कुल संख्या

**नोट** – प्रायिकता का निश्चित स्थिति में मान (1) होता है तथा अनिश्चित में (0) होता है।

### महांक जड़ता का नियम

इस नियम को बड़े समूहों की स्थिरता का सिद्धान्त के नाम से भी जाना जाता है। यह नियम यह बताता है कि छोटे समूह की अपेक्षा बड़े समूह से अधिक स्थिरता होती है।

## समंको का संपादन एवं सांख्यिकीय विभ्रम (Editing of Collected Data & Statistical error)

### सांख्यिकीय विभ्रमों के प्रकार

1. अभिनत विभ्रम (Biased Error)
2. अनभिनत विभ्रम (Unbiased Error)

#### 1. अभिनत विभ्रम

जो विभ्रम सूचना देने वालों की पक्षपात की भावना से अथवा माप यंत्रों के त्रुटिपूर्ण होने के कारण होते हैं उन्हें अभिनत विभ्रम कहते हैं।

ये त्रुटियाँ एक ही दिशा में बढ़ती जाती हैं। अतः इन्हें संचयी विभ्रम भी कहते हैं।

**जैसे** – नवयुवतियाँ अपनी उम्र जानबूझकर कम बताती हैं।

#### अभिनत विभ्रम के कारण

- i. सूचना देने वालों का पक्षपात
- ii. प्रगणको का दोष
- iii. प्रतिदर्श की अभिनति
- iv. दोषपूर्ण मापदंड
- v. दोषपूर्ण निर्वचन

## 2. अनभिन्न विभ्रम

ये विभ्रम बिना किसी पक्षपात के उत्पन्न होते हैं। ये विभ्रम असावधानी के कारण समकों में संयोगवश उत्पन्न होते हैं। इन्हें क्षतिपूरक विभ्रम भी कहते हैं।

### सांख्यिकी विभ्रमों का माप

1. निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)
2. सापेक्ष विभ्रम (Relative Error)

#### i. निरपेक्ष विभ्रम

- वास्तविक मूल्य तथा अनुमानित मूल्य के अन्तर को निरपेक्ष विभ्रम कहते हैं।
- वास्तविक मूल्य अनुमानित मूल्य से ज्यादा तो धनात्मक नहीं ऋणात्मक विभ्रम होता है।

$$A.E = a - e$$

a = Actual Value

e = Estimated Value

#### ii. सापेक्ष विभ्रम

$$\text{सापेक्ष विभ्रम (R.E.)} = \frac{\text{Actual Error}}{\text{Estimated Value}} \text{ OR } \frac{A.E}{e} = \frac{a - e}{e}$$

प्रतिशत विभ्रम – सापेक्ष विभ्रम को 100 से गुणा करें तो प्राप्त परिणाम प्रतिशत विभ्रम कहलाता है।

$$\frac{A.E}{e} \times 100$$

Actual Value = ?

उदाहरण = सापेक्ष विभ्रम = 0.75, निरपेक्ष विभ्रम 60

$$\text{Relative error} = \frac{A.E}{e} = 0.75 = \frac{60}{e} = e = \frac{60}{75} \times 100 = 80$$

$$\text{Actual Value } 80 + 60 = 140$$

### त्रुटियों का अनुमान

- जब विभ्रम अभिन्न हो निरपेक्ष = Avg. Absolute error X N

$$\text{सापेक्ष :- } \frac{\text{Avg. Absolute error} \times N}{\text{Estimated Value}}$$



- जब विभ्रम अनभिन्न हों

$$\text{निरपेक्ष विभ्रम} = \text{Avg. Absolute error} \times \sqrt{N}$$

$$\text{सापेक्ष} = \frac{\text{Avg. Absolute error} \times \sqrt{N}}{\text{Estimated value}}$$

- बाउले के अनुसार

$$\text{कुल निरपेक्ष विभ्रम} = \frac{2}{3} \times \frac{\text{Avg. Absolute error}}{\sqrt{N}}$$

## प्रतिचयन सिद्धान्त एवं प्रतिदर्शी – बंटन (Sampling theory and Sampling Distributions)

### समष्टि एवं प्रतिदर्श (Population and Sample)

सांख्यिकी में 'समष्टि' का तात्पर्य किसी अनुसंधान क्षेत्र की सभी इकाइयों से है।  
जैसे – विश्वविद्यालय में विद्यार्थियों की कुल संख्या, पुस्तकालयों में पुस्तकों की संख्या आदि।

### समष्टि (Population) के प्रकार

- (i) परिमित – जिसकी इकाइयों सुनिश्चित होती हैं।
- (ii) अपरिमित – इकाइयों की संख्या अनिश्चित होती हैं।

### प्रतिदर्श (Sample)

समष्टि की विभिन्न इकाइयों में से प्रतिदर्श चुना जाता है प्रतिदर्श समष्टि की इकाइयों का वह अंश है जो पूर्ण समष्टि के अध्ययन हेतु चुना जाता है।

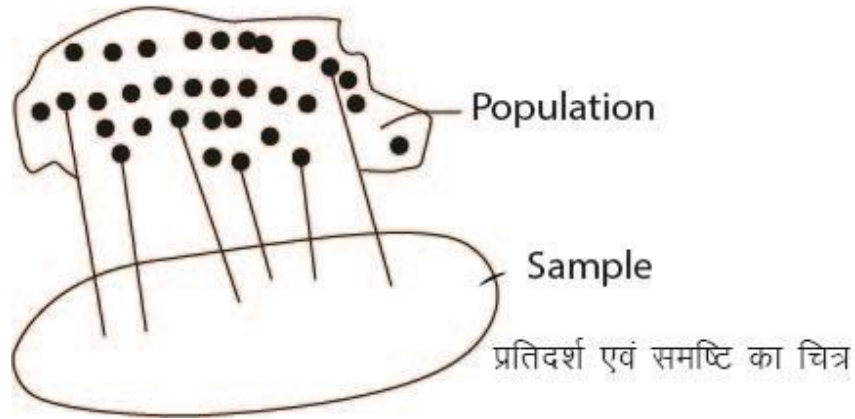
प्रतिदर्श में से चुनी गयी इकाइयों प्रतिदर्श इकाइयों कहलाती हैं।

### प्राचल एवं प्रतिदर्शज (Parameter and Statistic)

समष्टि की सभी इकाइयों के सांख्यिकीय मान प्राचल कहलाते हैं जबकि समष्टि से चुने गये प्रतिदर्श की इकाइयों के अभिलक्षणों से निकाले गये सांख्यिकी माप प्रतिदर्शज कहे जाते हैं।

प्राचल और प्रतिदर्शज के लिए निम्न संकेत प्रयोग किये जाते हैं ।

माप	समष्टि प्राचल (Parameter)	प्रतिदर्शज (Statistic)
आकार (Size)	N	n
माध्य (Mean)	$\mu$	$\bar{X}$
मानक विचलन (S. Deviation)	$\sigma$	s
अनुपात (Proportion)	P	p



## प्रतिचयन की विधियाँ (Methods of Samplings)

### 1. सरल दैव/अनियमित /प्रायिक प्रतिचयन (Simple Random Sampling)

सरल अनियमित प्रतिचयन वह विधि है जिसके अनुसार समष्टि की प्रत्येक इकाई के प्रतिदर्श में शामिल होने की संभावना रहती है तथा सभी प्रतिदर्शों के चुने जाने की प्रायिकता समान होती है।

इसके निम्न तीन तत्व होते हैं –

(i) प्रत्येक इकाई के चुने जाने की समान प्रायिकता होती है –

जैसे पहली इकाई के चयन की प्रायिकता होगी  $= 1/N$

$$\text{दूसरी} = \frac{1}{N-1}$$

$$\text{तीसरी} = \frac{1}{N-2}$$

(ii) इकाईयों चयन से परस्पर स्वतंत्र होती हैं।

(iii) सभी संभावित प्रतिदर्शों के चुने जाने की समान संभावना होती है।

### 2. स्तरित प्रतिचयन (Stratified Sampling)

स्तरीय प्रतिचयन अनियमित प्रतिचयन की वह विधि है जिसके अनुसार समष्टि की समग्र इकाईयों का चयन नहीं किया जाता बल्कि समष्टि को सजातीय स्तरों में बाँटकर प्रतिदर्श इकाई चुनी जाती है।

**सजातीयता** – आर्थिक-सामाजिक, भौगोलिक

**स्तरीय प्रतिचयन के गुण**

(i) यह समष्टि का सर्वाधिक प्रतिनिधित्व करता है।

(ii) इसके द्वारा चुने गये प्रतिदर्श में सर्वाधिक शुद्धता होती है।

(iii) इससे समय, व्यय में कमी और प्रशासनिक सुविधा भी रहती है।

### 3. क्रमबद्ध प्रतिचयन (Systematic Sampling)

इस विधि के अनुसार प्रतिदर्श की प्रथम इकाई का चयन समष्टि में से दैव/अनियमित रूप से किया जाता है तथा शेष इकाईयों एक समान अन्तराल पर स्वतः ही प्रतिदर्श में शामिल कर ली जाती है।

## उदाहरण

यदि  $N = 1000$  में से  $n = 100$  का क्रमबद्ध प्रतिदर्श चुनना हो तो

$$K = \frac{N}{n} = \frac{1000}{100} = 100$$

जहाँ समष्टि परिमित/निश्चित हो और इकाइयाँ कालानुसार, भौगोलिक या संख्यात्मक आधार पर हो तो वहाँ पर यह विधि उपयुक्त होती है।

## 4. गुच्छ/समूह/झुंड प्रतिचयन (Cluster Sampling)

इस विधि के अनुसार समष्टि को कुछ निश्चित गुच्छो या उप-वर्गों में विभाजित करके सरल प्रतिदर्श चुना जाता है। इस विधि से चयनित गुच्छों की सभी इकाइयों को प्रतिदर्श में शामिल किया जाता है।

## 5. बहुचरणी/बहुस्तरीय प्रतिचयन (Multistage Sampling)

इस विधि के अनुसार प्रतिदर्श इकाइयाँ दो या तीन चरणों से चयनित की जाती हैं। सर्वप्रथम प्रथम चरण की इकाइयों में बॉटकर दैव आधार पर प्रतिदर्श निकाला जाता है फिर दूसरे चरण के उप प्रतिदर्श चयनित किये जाते हैं।

## प्रतिदर्श और गैर प्रतिदर्शी त्रुटियाँ

### 1. प्रतिदर्शी त्रुटि – (Sampling Errors)

समष्टि में प्रतिदर्श के आधार पर निष्कर्ष निकाले जाते हैं। कुछ चुनी हुई इकाइयों की सहायता से सम्पूर्ण समष्टि के बारे में निष्कर्ष निकालने में होने वाली त्रुटि प्रतिदर्शी त्रुटि कहलाती है।

ये त्रुटियाँ दो प्रकार की होती हैं –

- (1) अभिनत
- (2) अनभिनत

- **अभिनत** – पक्षपातपूर्ण चयन, दोषपूर्ण विश्लेषण आदि से उत्पन्न होती हैं।
- **अनभिनत** – ये त्रुटियाँ संयोगवश या दैव रूप से उत्पन्न होती हैं। ये त्रुटि क्षतिपूरक प्रकृति की होती हैं।

### 2. गैर प्रतिदर्शी त्रुटियाँ (Non-Sampling Errors)

ये त्रुटियाँ समको के अवलोकन, विश्लेषण, प्रसंस्करण में होने वाली त्रुटियों या विसंगतियों के कारण उत्पन्न होती हैं।

## परिकल्पना – परीक्षण

### (Testing of Hypothesis)

सामान्यतया: किसी तथ्य के संबंध में की गयी मान्यता को परिकल्पना कहते हैं जो जाँच करने पर सही या गलत हो सकती है।

उदाहरण – एक सिक्का 100 बार उछाला जाता है। वह 60 बार चित्त 40 बार पट गिरता है। इस प्रयोग के आधार पर हम कह सकते हैं कि सिक्का सुडोल है।

## परिकल्पना – परीक्षण की प्रक्रिया

1. परिकल्पना का प्रतिपादन
2. उपयुक्त सार्थकता स्तर का निर्धारण
3. उपयुक्त परीक्षण प्रतिदर्शज का निर्धारण – इसे क्रान्तिक मान भी कहते हैं।

$$\text{परीक्षण प्रतिदर्शज} = \frac{\text{प्रतिदर्शज (Sample Statistic)} \quad \text{परिकल्पित प्राचल (Hypothesis Parameter)}}{\text{प्रतिदर्श की प्रमाप त्रुटि (Standard error of Stastic)}}$$

4. परिकल्पना-परीक्षक प्रक्रिया को 2 भागों में बाँटा जाता है – स्वीकरण क्षेत्र और अस्वीकरण क्षेत्र। यदि स्वीकरण क्षेत्र में पड़ता है तो परिकल्पना स्वीकार की जाती है और यदि अस्वीकरण क्षेत्र में पड़ता है तो  $H_0$  अस्वीकृत कर दिया जाता है।
5. आवश्यक परिकलन कार्य का निष्पादन
6. निष्कर्ष निकालना तथा निर्णय लेना

### परिकल्पना परीक्षण में त्रुटियाँ

ये चार प्रकार की होती हैं।

- (i) शून्य परिकल्पना ( $H_0$ ) सत्य है परन्तु परीक्षण उसे अस्वीकार करता है (Type I<sup>st</sup> Error  $P=a$ )
- (ii) शून्य परिकल्पना ( $H_0$ ) असत्य है परन्तु परीक्षण उसे स्वीकार करता है। (Type II<sup>nd</sup> Error  $P=B$ )
- (iii) शून्य परिकल्पना ( $H_0$ ) सत्य है परीक्षण उसे स्वीकार करता है। Correct Decision,  $P=(1-a)$
- (iv) शून्य परिकल्पना ( $H_0$ ) असत्य है और परीक्षण उसे अस्वीकार करता है।

### Correct Decision $P = (1-B)$

अतः स्पष्ट है कि प्रथम दो संभावनाओं से प्रथम कोटि तथा द्वितीय कोटि की त्रुटियाँ उत्पन्न होती हैं।

### परिकल्पना परीक्षण और Z के क्रान्तिक मूल्य

वैकल्पिक परिकल्पना का चिन्ह	परीक्षण का प्रकार	सार्थकता स्तर पर Value of Z		
		0.01 or (1%)	0.05(1%)	0.10 or (10%)
$\neq$	द्वि पुच्छ (Two Tail)	$\pm 2.58$	$\pm 1.96$	$\pm 1.645$
$>$	दायाँ पुच्छ	+ 2.33	+ 1.645	+ 1.282
$<$	वाम पुच्छ	-2.33	-1.645	-1.282

## सार्थकता परीक्षण – बड़े प्रतिदर्श (Test of Significance – Large Sample)

### सार्थकता परीक्षण की प्रक्रिया

#### 1. परिकल्पना स्थापित करना

माध्य के सार्थकता परीक्षण के लिए निम्न प्रकार शून्य तथा वैकल्पिक परिकल्पनायें प्रस्थापित की जाती हैं।

स्थिति	शून्य परिकल्पना $H_0$	वैकल्पिक परिकल्पना $H_a$
समष्टि का विनिर्दिष्ट परिकल्पित माध्य मूल्य ( $\mu_0$ ) हैं।	$H_0: \mu = \mu_0$	$H_a: \mu \neq \mu_0$ (द्विपुच्छ)
प्रतिदर्श बड़े समष्टि से चयनित बद्ध और प्रमाप विचलन $\sigma$ हैं।	$H_0: \bar{X} - \mu_0 = 0$	$H_a: \bar{X} \neq \mu_0$ (द्विपुच्छ)
समष्टि से चयनित दो बड़े प्रतिदर्शों के माध्यों में अन्तर की सार्थकता का परीक्षण	$H_0: \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = 0$	$H_a: \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \neq 0$ or $H_a: X_1 \neq X_2$ (द्विपुच्छ)

#### 2. सार्थकता स्तर निर्धारण

सार्थकता स्तर  $\alpha$  यह बताता है कि अन्तर की प्रायिकता अधिक है या कम। व्यवहार में यह स्तर 5% (0.05) या 1% (0.01%) पर पूर्व निर्धारित किया जाता है।

#### 3. परीक्षण प्रतिदर्श का निर्धारण

बड़े प्रतिदर्शों के लिए सार्थकता परीक्षण हेतु निम्न सूत्र के अनुसार क्रांतिक मान  $Z$  का निर्धारण किया जाता है।

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{N}}$$

#### 4. क्रांतिक क्षेत्र निर्धारित करना

5. आवश्यक परिकल्पना कार्य निष्पादित करना – प्रतिदर्श का मान, प्रतिदर्श की प्रमाप त्रुटि और  $z$  का मान परिकल्पित किया जाता है।

6. निर्णय लेना – यदि पूर्व निर्धारित सार्थकता स्तर पर  $|z|$  का परिकल्पित मान  $|z|$  के सारणी मान से कम है तो स्वीकरणीय क्षेत्र में पड़ता है। यदि  $|z|$  का मान क्रांतिक मान से अधिक है तो वह अस्वीकरण क्षेत्र में पड़ता है।

**नोट** – बड़ा प्रतिदर्श :- सदस्यों की संख्या 30 से ज्यादा हो ( $N > 30$ )

छोटा प्रतिदर्श :- 30 से कम हों ( $N < 30$ )

## वर्गीकरण तथा सारणीयन (Classification and Tabulation)

### वर्गीकरण

वर्गीकरण तथ्यों को उनकी समानता तथा सदृश्यता के अनुसार समूहों या वर्गों में क्रमबद्ध करने की क्रिया है।

### वर्गीकरण के उद्देश्य

#### 1. सरल एवं संक्षिप्त बनाना

वर्गीकरण का मुख्य उद्देश्य सांख्यिकी सामग्री की जटिलता को दूर करके उसको सरल व संक्षिप्त बनाना है।

#### 2. समानता व असमानता को दूर करना

वर्गीकरण से तथ्यों की समानता स्पष्ट हो जाती है, समान गुण वाले समंकों एक साथ रखे जाते हैं, जैसे – 'साक्षर' निरक्षर विवाहित – अविवाहित आदि।

#### 3. तुलना में सहायक

वर्गीकरण से समंकों का तुलनात्मक विवेचन सरल हो जाता है।

#### 4. तर्कपूर्ण व्यवस्था करना

वर्गीकरण एक तर्कसंगत क्रिया है जिसके आँकड़े नियमित और वैज्ञानिक ढंग से प्रस्तुत किये जाते हैं।

#### 5. सारणीयन का आधार प्रस्तुत करना

वर्गीकरण द्वारा सारणीयन तथा विश्लेषण की अन्य क्रियाओं का आधार प्रस्तुत किया जाता है।

### वर्गीकरण की रीतियाँ (Methods of Classification)

सांख्यिकी तथ्य दो प्रकार के होते हैं।

(i) वर्णात्मक

(ii) अंकात्मक

वर्णात्मक तथ्यों का प्रत्यक्ष माप नहीं किया जाता। केवल उपस्थिति और अनुपस्थिति के आधार पर गणना की जा सकती है।

### वर्गीकरण की विधियाँ हैं

वर्गीकरण की दो विधियाँ हैं।

#### 1. गुणात्मक वर्गीकरण

जब तथ्यों को वर्णात्मक या गुणों के आधार पर विभिन्न वर्गों में बाँटा जाता है तो वह विभाजन गुणात्मक वर्गीकरण कहलाता है।

जैसे – धर्म, व्यवसाय, जाति के आधार पर

यह दो प्रकार का होता है।

(i) **द्वन्द्व भाजन वर्गीकरण** – जब एक गुण की उपस्थिति या अनुपस्थिति के आधार पर तथ्यों को दो भागों में विभाजित किया जाता है तो ऐसे विभाजन को द्वन्द्व विभाजन वर्गीकरण कहते हैं।

(ii) **बहुगुण वर्गीकरण** – इसमें तथ्यों को एक से अधिक गुणों के आधार पर वर्गीकृत किया जाता है।

## 2. संख्यात्मक वर्गीकरण/वर्गान्तरों के अनुसार

इसमें निम्न शब्दों का प्रयोग किया जाता है।

### (i) वर्ग सीमायें

प्रत्येक वर्ग दो सीमाओं से बनता है जिन्हें वर्ग सीमायें कहते हैं— निचली सीमा तथा ऊपरी सीमा।

### (ii) वर्ग विस्तार

ऊपरी सीमा और निचली सीमा के अन्तर को वर्ग विस्तार कहते हैं  $L_2 - L_1$ ।

### (iii) मध्य मूल्य

$$= \frac{L_1 + L_2}{2}$$

### (iv) वर्ग आकृति – वर्ग की आवृत्ति होती है।

## सारणीयन (Tabulation)

- सारणीयन समंको को खानों और पंक्तियों के रूप में प्रस्तुत करने की प्रक्रिया है।
- सारणीयन वर्गीकृत आँकड़ों को सरल और संक्षिप्त करने के लिए सारणियों में प्रस्तुत करने की प्रक्रिया है।

### सारणी के मुख्य भाग

#### 1. सारणी शीर्षक

सबसे पहले सारणी का शीर्षक होता है जिससे समंको की प्रकृति क्षेत्र, समय आदि के बारे में सूचना मिलती है।

#### 2. खानों व पंक्तियों के अनुशीर्षक

लम्बवत् खानों के अनुशीर्षक तथा क्षैतिज पंक्तियों के अनुशीर्षक स्पष्ट व संक्षिप्त होते हैं।

#### 3. रेखा खींचना तथा रिक्त स्थान छोड़ना

सारणी का आकर्षण बहुत कुछ उचित रेखा खींचने तथा उपयुक्त रिक्त स्थान छोड़ने पर निर्भर करता है।

#### 4. पदों की व्यवस्था

सारणी के प्रारूप में खानों व पंक्तियों को उचित ढंग से क्रमबद्ध किया जाता है।

#### 5. टिप्पणियाँ

यह सारणी के नीचे लिखी जाती हैं।

#### 6. उदगम

प्रत्येक सारणी के अंत में समंको के संदर्भ व उदगम दिये जाते हैं।

## सारणियों के प्रकार

### 1. उद्देश्य के आधार पर

(i) सामान्य उद्देश्य वाली सारणी – इस सारणी का प्राथमिक उद्देश्य समंको को इस प्रकार प्रस्तुत करना होता है कि व्यक्तिगत इकाइयाँ पाठक द्वारा तुरन्त ढूँढ़ी जा सकें।

(ii) विशेष उद्देश्य वाली सारणी – ये किसी विशेष उद्देश्य के लिए सामान्य उद्देश्य वाली सारणियों की सहायता से तैयार की जाती हैं। ये सारणी अपेक्षाकृत छोटी होती हैं।

## 2. मौलिकता के आधार पर

(i) **मौलिक या प्राथमिक सारणी** – इस सारणी में समंक उसी मौलिक रूप में प्रस्तुत किये जाते हैं जिससे वो एकत्रित किये गये थे।

(ii) **व्युत्पन्न सारणी** – इसमें मौलिक समंको को प्रस्तुत नहीं किया जाता बल्कि उनके आधार पर निकाले गये योग, प्रतिशत, अनुपात, माध्य आदि को प्रस्तुत किया जाता है।

## 3. रचना के आधार पर

(i) **सरल या एक गुण वाली सारणी** – इस सारणी में समंकों की केवल एक ही विशेषता या गुण को शामिल किया जाता है।

(ii) **जटिल सारणी** – इसमें एक से अधिक गुणों को शामिल किया जाता है।

(a) **द्विगुण सारणी** – इसमें समंको की दो विशेषताओं का प्रदर्शन किया जाता है।

(b) **त्रिगुण सारणी** – इस सारणी में तीन गुणों को शामिल किया जाता है। जैसे विद्यार्थियों की संख्या का ज्ञान, लिंग तथा निवास

(c) **बहुगुण सारणी** – इस प्रकार की सारणी में समंको के अनेक गुणों का एक साथ प्रस्तुतीकरण किया जाता है।

## यांत्रिक सारणीयन (Mechanical Tabulation)

जब अनुसंधान का क्षेत्र बहुत बड़ा होता है तथा अधिक समंक होते हैं तो यंत्रों द्वारा सारणीयन किया जाता है।

### यांत्रिक सारणी की प्रक्रिया

(i) **संकेतांकों में बदलना** – सबसे पहले प्रश्नावली में प्रविष्ट सूचना को संकेतांकों में बदला जाता है।

(ii) **संकेतांकों को कार्डों पर लिखना** – प्रत्येक कार्ड में 0–9 तक के अंक होते हैं तथा अनेक कॉलम होते हैं। सूचना से संबंधित संकेतांको को 'की पंच' द्वारा काटकर छेद किया जाता है।

(iii) **परीक्षण** – सूचना जाँच के बाद त्रुटियों की जाँच करने के लिए एक परीक्षण पंच द्वारा यह देखा जाता है कि छेद ठीक किये गये हैं या नहीं।

(iv) **कार्डों का छाँटना** – कार्डों को उनके गुणों के अनुसार बिजली के छाँटने वाले यंत्र में डालकर अलग कर लिया जाता है।

(v) **सारणीयन** – अन्त में छटे हुये कार्डों की यंत्र द्वारा गणना करके सारणीयन यंत्रों की सहायता से सारणियाँ तैयार की जाती हैं।

### नोट - द्विचर आवृत्ति सारणी

समान पदों की संख्या को दो चर मूल्यों के माप के आधार पर जिस आवृत्ति सारणी में प्रस्तुत किया जाता है उसे द्विचर आवृत्ति सारणी कहते हैं।



## केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप (Central Tendency)

सांख्यिकी माध्यों के प्रकार

1. स्थिति संबंधी माध्य

- (i) बहुलक
- (ii) माधिका

2. गणितीय माध्य

- (i) समान्तर माध्य
- (ii) गुणोत्तर माध्य
- (iii) हरात्मक माध्य
- (iv) वर्गकरणी या द्वितीय माध्य

3. व्यापारिक माध्य

- (i) चल अथवा गतिमान माध्य
- (ii) प्रगामी या संचयी माध्य
- (iii) संग्रहीत माध्य

1. स्थिति संबंधी माध्य

(i) बहुलक (Mode)

- Mode शब्द फ्रेंच भाषा के La Mode से लिया गया है। जिसका अर्थ है रिवाज या फैशन।
- सांख्यिकी में बहुलक उस मूल्य को कहते हैं जो समंकमाला में सबसे अधिक बार आता है।

अखंडित श्रेणी में बहुलक

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_3} \times i$$

**बहुलक के गुण**

1. दैनिक प्रयोग की वस्तुओं जैसे जूते, सिले सिलाये कपड़ों आदि के संबंध में औसत आकार का तात्पर्य बहुलक से ही होता है।
2. चरम मूल्यों का न्यूनतम प्रभाव –
3. बहुलक का मूल्य रेखाचित्र बनाकर भी निर्धारित किया जा सकता है।
4. बहुलक श्रेणी का सर्वोत्तम प्रतिनिधित्व करता है।

## (ii) माधिका (Median)

किसी श्रेणी के आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर उस श्रेणी के मध्य में जो मूल्य आता है वही माधिका कहलाता है।

### माधिका का निर्धारण

- व्यक्तिगत श्रेणी – आरोही व अवरोही क्रम में व्यवस्थित करेंगे।

माधिका  $(M) = \left(\frac{N+1}{2}\right)^{th}$  संख्या (जब  $N$  विषम संख्या है।)

$(M) = \left(\frac{N}{2}\right)^{th}$  तथा  $\left(\frac{N}{2} + 1\right)^{th}$  का औसत जब  $N =$  सम संख्या हो।

सूत्र =  $M \left(\frac{N+1}{2}\right)^{th}$  Item

- खंडित श्रेणी – सबसे पहले संचयी आवृत्ति ज्ञात करेंगे।

माधिका =  $M = \frac{N+1}{2}$

- अखंडित श्रेणी

सर्वप्रथम संचयी आवृत्ति ज्ञात की जाती है।

=  $\frac{N}{2}$  वाँ मान (समावेशी श्रेणी हैं तो अपवर्जी में बदला जायेगा)

माधिका =  $(M) = L_1 + \frac{i}{F}(m - c)$

$L_1$  – निचली सीमा  $i =$  वर्ग अन्तराल

$F =$  माधिका वर्ग की बारम्बारता

$m =$  मध्यका संख्या  $(N/2)$

$c =$  माधिका वर्ग से ऊपरी वर्ग की संचयी बारम्बारता

### माधिका के लाभ

- चरम मूल्यों का न्यूनतम प्रभाव।
- रेखाचित्र खींचकर भी माधिका का निर्धारण किया जा सकता है।
- माधिका एक निश्चित एवं स्पष्ट माध्य है। बहुलक की तरह अनिश्चित नहीं है।
- ऐसे तथ्य जो प्रत्यक्ष रूप से मापनीय हो, उनमें माधिका सर्वोत्तम होती है। जैसे – बौद्धिक स्तर, स्वास्थ्य, दरिद्रता आदि।