Toppersnotes

Unleash the topper in you

DSSSB

LDC, JUNIOR ASSISTANT & STENOGRAPHER

भाग – 2

संख्यात्मक एवं तार्किक योग्यता

SIERRA INNOVATIONS

S.N.	Content	P.N.
	गणित	
1.	प्रतिशत्ता	1
2.	लाभ–हानि	5
3.	औसत	10
4.	संख्या पद्धति	14
5.	सरलीकरण	21
6.	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	25
7.	अनुपात तथा समानुपात	28
8.	समय और कार्य	32
9.	पाईप और टंकी	35
10.	चाल, समय और दूरी	38
11.	नाव और धारा	42
12.	साधारण ब्याज	44
13.	चक्रवृद्धि ब्याज	47
14.	बीजगणित	50
15.	क्षेत्रमिति	55
16.	ज्यामिति	68
17.	त्रिकोणमिती	85
18.	सांख्यिकी (केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप)	92
19.	डाटा इंटरप्रिटेशन	98
	रीजनिंग VERBAL	
1.	श्रृंखला	110
2.	सादृश्यता	113
3.	वर्गीकरण	117
4.	कूट – भाषा परीक्षण	121
5.	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	125

6.	दिशा और दूरी	129
7.	क्रम और रैकिंग	135
8.	रक्त संबंध	138
9.	गणितीय संक्रियाएँ	144
10.	आव्यूह	146
11.	बैठक व्यवस्था	150
12.	वेन आरेख	155
13.	न्याय निगमन	160
14.	पहेली परीक्षण	166
15.	शब्दो का तार्किक क्रम	171
16.	कथन और निर्ष्कष	175
	NON – VERBAL	
17.	आकृति श्रृंखला	179
18.	आकृति सादृश्य	184
19.	आकृति वर्गीकरण	188
20.	दर्पण प्रतिबिम्ब	191
21.	आकृति निर्माण	195
22.	अपूर्ण आकृति को पूरा करना	198
23.	आकृति आव्यूह	203
24.	सन्निहित आकृतियाँ	208
25.	आकृतियों की गणना	212
26.	कागज मोडना एवं काटना	219

प्रतिशतता (Percentage)

- प्रतिशत का अर्थ है 'प्रति सैकडा' ।
- जिस भिन्न का हर 100 हो, उसे प्रतिशत कहते है और उस भिन्न का अंश प्रतिशत दर कहलाता है ।
- 100 में से 5 $= \frac{5}{100} = 5\%$
- 100 में से 10 $= \frac{10}{100} = 10\%$
- अर्थात् जब किसी राशि की तुलना 100 से की जाती है, तो वह प्रतिशत कहलाती है । जिससे तुलना की जाती है, वह आधार होता है । भिन्न में आधार हर को कहेंगे ।

प्रतिशत से भिन्न में रूपांतरण

$100\% = 1$	$10\% = \frac{1}{10}$	$5\frac{5}{19}\% = \frac{1}{19}$
$50\% = \frac{1}{2}$	$9\frac{1}{11}\% = \frac{1}{11}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$
$25\% = \frac{1}{4}$	$7\frac{9}{13}\% = \frac{1}{13}$	$4\% = \frac{1}{25}$
$20\% = \frac{1}{5}$	$7\frac{1}{7}\% = \frac{1}{14}$	$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$
$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$
$14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$	$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$5\frac{15}{17}\% = \frac{1}{17}$	$57\frac{1}{7}\% = \frac{4}{7}$
$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$	$5\frac{5}{9}\% = \frac{1}{18}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$
$80\% = \frac{4}{5}$	$75\% = \frac{3}{4}$	

नोट –

(i) किसी भिन्न या दशमलव भिन्न या पूर्णांक को प्रतिशत में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा करते है ।

(ii) प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग देते हैं ।

- एक संख्या, दूसरी संख्या का कितना प्रतिशत है –

$$\text{राशि}\% = \frac{\text{दी गई संख्या}}{\text{मूल (दूसरी संख्या)}} \times 100$$

प्रश्नों के हल

उदा.1 6, 48 का कितना प्रतिशत है ?

उदा.2 जब किसी संख्या के 60% में से 60 घटाया जाता है, तो परिणाम 60 प्राप्त होता है । संख्या है–

(a) 120 (b) 150
(c) 180 (d) 200

- किसी राशि में दो बार लगातार प्रतिशत परिवर्तन होता हो –

Case I – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की वृद्धि हो, तो

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = x_1 + x_2 + \frac{x_1.x_2}{100}$$

Case II – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की कमी हो, तो –

$$\text{प्रतिशत कमी} = x_1 + x_2 - \frac{x_1.x_2}{100}$$

Case III – यदि $x_1\%$ की वृद्धि तथा $x_2\%$ की कमी हो, तो

प्रतिशत परिवर्तन =

$$x_1 - x_2 - \frac{x_1.x_2}{100}\begin{bmatrix} x_1 = \text{हमेशा प्रतिशत वृद्धि} \\ x_2 = \text{हमेशा प्रतिशत कमी} \end{bmatrix}$$

[नोट – खर्च, बिक्री से प्राप्त आय, राजस्व, क्षेत्रफल इत्यादि में प्रतिशत परिवर्तन निकालना हो, तो Same Rule का प्रयोग करेंगे ।]

उदा.1 किसी वस्तु की 10% तथा 10% की दो क्रमवार मूल्य वृद्धियाँ किस एकमात्र मूल्य–वृद्धि के समतुल्य हैं ?

(a) 19% (b) 20%
(c) 21% (d) 22%

उदा.2 लैपटॉप की कीमत में 25% की वृद्धि हुई । अब दूसरी बार कीमत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई कि कुल वृद्धि 35% हो गई ?

(a) 7.5 (b) 9

(c) 8 (d) 10

जनसंख्या से संबंधित सूत्र

प्रश्नों के हल

- यदि किसी शहर की जनसंख्या P हो एवं यह x% प्रतिवर्ष की दर से बढ रही हो, तो n वर्षों के बाद जनसंख्या

$$= P\left(1+\frac{x}{100}\right)^n$$

- यदि कम हो रही हो, तो जनसंख्या

$$= P\left(1-\frac{x}{100}\right)^n$$

उदा.1 यदि किसी शहर की जनसंख्या 4% प्रति वर्ष की दर से बढ रही हो तथा लोगों की वर्तमान संख्या 15625 हो, तो 3 वर्ष बाद जनसंख्या क्या होगी ?

उदा.2 किसी शहर की जनसंख्या 8000 है । यदि पुरूषो की संख्या 6 प्रतिशत की दर से बढे एवं महिलाओं की संख्या में वृद्धि की रफ्तार 10 प्रतिशत हो, तो जनसंख्या 8600 हो जाएगी । शहर में महिलाओं की संख्या ज्ञात करें ।

उदा.3 1988 में किसी शहर की जनसंख्या 12% कम हो गई । 1989 में इसमें 15% की वृद्धि हुई । 1990 के आरम्भ में शहर की जनसंख्या पर कुल मिलाकर कितना प्रभाव पडा था ?

- यदि किसी राशि का x प्रतिशत पहले व्यक्ति ने ले लिया हो, शेष का y प्रतिशत दूसरे व्यक्ति ने लिया हो तथा जो शेष बचे उसका z प्रतिशत तीसरे व्यक्ति द्वारा लेने के उपरान्त यदि A राशि बच जाएं, तो आरंभ में कुल राशि

$$= \frac{A \times 100 \times 100 \times 100}{(100 - x)(100 - y)(100 - z)}$$

- वस्तुओं के भाव में वृद्धि या कमी हो जाने पर उसके उपभोग में कमी अथवा वृद्धि

(a) उपभोग मे वृद्धि % $= \frac{100 \times \text{कमी}}{100 - \text{कमी}}$

(b) उपभोग में कमी % $= \frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}}$

चीनी के भाव – खपत में कमी

प्रश्नों के हल

उदा.1 चीनी के भाव में 40% वृद्धि होने पर किसी परिवार को चीनी की वार्षिक खपत कितने प्रतिशत कम करनी होगी जिससे परिवार का खर्च न बढे ?

(a) $24\frac{4}{7}\%$ (b) $28\frac{4}{7}\%$

(c) $29\frac{4}{7}\%$ (d) $30\frac{4}{7}\%$

उदा.2 चीनी के मूल्य में 10% कमी होने पर कोई गृहिणी ₹ 1116 में 6.2 किग्रा. चीनी अधिक खरीद सकती है । चीनी का घटा हुआ मूल्य प्रति किग्रा. कितना है ?

(a) ₹ 12 (b) ₹ 14

(c) ₹ 16 (d) ₹ 18

किसी त्रिभुज – विकर्ण आदि

सिद्धांत प्रश्नों के हल

- यदि किसी समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक भुजा या शीर्षलम्ब, वर्ग के प्रत्येक भुजा या विकर्ण या परिमिती, वृत्त की त्रिज्या, व्यास या परिधि, घन या घनाभ के प्रत्येक भुजा, किसी गोला या अर्द्धगोला के त्रिज्या या व्यास इत्यादि में x प्रतिशत की वृद्धि या कमी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी या वृद्धि

$$= 2x \pm \frac{x^2}{100} \begin{matrix} +\text{वृद्धि} \\ -\text{कमी} \end{matrix}$$

उदा.1 जब त्रिज्या में 25% की वृद्धि की जाती है, तो वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए ?

(a) 50% (b) 56.25%

(c) 56% (d) 56.15%

उदा.2 यदि एक लम्ब वृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई में से प्रत्येक में 20% की वृद्धि की जाती है, तो बेलन का आयतन कितना बढ जाएगा ?

(a) 40% (b) 60%
(c) 72.80% (d) 96%

समुच्चय पर आधारित प्रश्न

प्रश्नों के हल

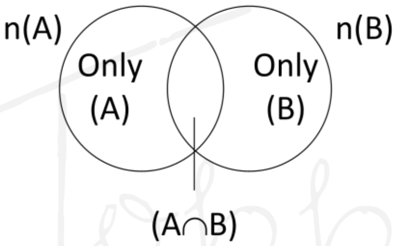
- $n(A\cup B)$ = A व B मिलकर या कम से कम एक हो ।

$n(A\cap B)$ = दोनो में शामिल हो ।

$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

केवल $A = n(A) - n(A\cap B)$

केवल $B = n(B) - n(A\cap B)$

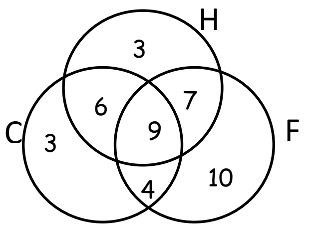


उदा.1 किसी विद्यालय में क्रिकेट टीम में 22, हॉकी टीम में 25 तथा फुटबॉल टीम में 30 लडके है । अब यदि 15 लडके हॉकी और क्रिकेट, 16 लडके हॉकी और फुटबॉल, 13 लडके फुटबॉल और क्रिकेट तथा 9 लडके हॉकी, फुटबॉल और क्रिकेट खेलते है, तो खेलने वाले कुल लडको की संख्या ज्ञात कीजिए ?

हल माना C, H और H क्रमशः क्रिकेट, हॉकी तथा फुटबॉल खेलने वाले लडको का समुच्चय है ।

दिया है = n(C) = 22, n(H) = 25, n(F) = 30, $n(C \cap H \cap F) = 9$

$n(C\cap H) = 15$ $n(H\cap F) = 16$ तथा $n(C\cap F) = 13$



अब केवल C व H, खेलने वाले खिलाडियों की संख्या $= n(C\cap H) - n(C\cap H\cap F)$

= 15 – 9 = 6

केवल H व F खेलने वाले खिलाडियों की संख्या $= n(H\cap F) - n(C\cap H\cap F)$

केवल C व F खेलने वाले खिलाडियों की संख्या $= n(C\cap F) - n(C\cap H\cap F)$

= 13 – 9 = 4

केवल C खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = 22 – 6 – 9 – 4 = 3

केवल H खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = 25 – 6 – 9 – 4 = 10

तथा केवल F खेलने वाले खिलाडियों की संख्या = 30 – 7 – 9 – 4 = 10

अतः खिलाडियों की कुल संख्या = 3 + 6 + 3 + 9 + 7 + 10 + 4 = 42

उदा.2 एक दफ्तर में 72% कर्मचारी चाय पीना पसंद करते है तथा 44% कॉफी पीना पसंद करते है । यदि प्रत्येक कर्मचारी दोनों में से एक अवश्य पसंद करें तथा 40 दोनों को पसंद करें, तो दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या कितनी है ?

(a) 200 (b) 240
(c) 250 (d) 320

हलः (c)

उदा.3 एक परीक्षा में 34% विद्यार्थी गणित में फेल हुए तथा 41% अंग्रेजी में । यदि 20% विद्यार्थी दोनों विषयों में फेल हुए हो, तब दोनों विषयों में उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत कितना है?

(a) 44% (b) 50%
(c) 54% (d) 56%

उदाहरण

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक भिन्न के अंश में 220% वृद्धि तथा हर में 150% वृद्धि करने पर परिणामी भिन्न 4/5 है । मूल भिन्न क्या है ?

(a) 5/8 (b) 3/5
(c) 4/5 (d) 5/6
(e) इनमें से कोई नहीं

उदा.2 यदि x,y से 10% अधिक हो, तो y, x से कितने प्रतिशत कम है ?

(a) $9\frac{1}{11}\%$ (b) $8\frac{1}{11}\%$ (c) $7\frac{1}{11}\%$ (d) $10\frac{1}{11}\%$

उदा.3 एक व्यक्ति अपनी आय का 75% खर्च करता है । उसकी आय में 20% की वृद्धि होती है तथा साथ ही उसके खर्च में भी 10% की वृद्धि होती है । उसके बचत में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात करें ?

उदा.4 एक आदमी अपनी आय का 20% भोजन पर, 15% बच्चों की शिक्षा पर खर्च करता है । बची हुई आय का 40% मनोरंजन और परिवार पर, 30% मेडिकल पर खर्च करता है । इन सबके बाद उसके पास 8775 रू. बच जाते हैं । उसकी मासिक आय ज्ञात करो ?

उदा.5 चीनी तथा पानी के 12 लीटर घोल में 4% चीनी है । घोल को गर्म करके वाष्प द्वारा 2 लीटर पानी उडा दिये जाने पर शेष घोल में कितने प्रतिशत चीनी है ?

(a) 1.4% (b) 5.2%
(c) 4.8% (d) 3.4%

उदा.6 एक परीक्षा में 900 लडकियाँ तथा 1100 लडके बैठे । इनमें से 40% लडकियाँ तथा 50% लडके उत्तीर्ण हुये । कुल कितने प्रतिशत विद्यार्थी अनुत्तीर्ण रहे ?

(a) 45% (b) 45.5%
(c) 54.5 % (d) 59.2%

उदा.7 किसी परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 40% अंक चाहिए । A ने उत्तीर्णांक से 10% कम अंक प्राप्त किये तथा B ने A से $11\frac{1}{9}\%$ कम अंक प्राप्त किये, कम अंक प्राप्त किये । ज्ञात कीजिए कि C इस परीक्षा में उत्तीर्ण हुआ अथवा नहीं ।

उदा.8 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे । एक उम्मीदार 30% मत लेकर 16000 मतों से हार गया । कुल कितने मत पडे ?

(a) 24000 (b) 28000 (c) 30000 (d) 40000

उदा.9 दो उम्मीदवार के बीच हुए एक चुनाव में एक उम्मीदवार को कुल वैध मतों के 52% मत मिले तथा कुल मतों के 25% मत अवैध है । यदि कुल मतों की संख्या 8400 हो, तो दूसरे उम्मीदवार को कितने वैध मत मिले ?

(a) 3276
(b) 3196
(c) 3024
(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

उदा.10 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे । इसमें 75% मतदाताओं ने अपनी मताधिकार का प्रयोग किया तथा इनमें से 2% मतों को अवैध घोषित कर दिया गया । एक उम्मीदवार ने 9261 मत प्राप्त किये जो वैध मतों के 75% थे । मतदाता सूची में कुल कितने मतदाता थे ?

लाभ – हानि
(Profit & Loss)

- क्रय मूल्य CP (Cost Price) – वस्तु का खरीद मूल्य ।
- विक्रय मूल्य SP (Selling Price)–जितने रुपये में वस्तु बेची जाती है ।
- अंकित मूल्य (MRP) - एक वस्तु के MRP को अंकित मूल्य या छपा मूल्य या सूची मूल्य कहते हैं ।
- छूट (Discount) सदैव अंकित मूल्य (MRP) पर दिया जाता है ।
- छूट (Discount) की दशा में MRP सदैव 100 % होता है । $(SP = MRP)$
- यदि S.P. > C. P. हो तो लाभ होगा ।

  लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य (Profit = SP – CP)
- यदि S.P. < C.P. हो तो हानि होगी ।

  हानि= क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य (Loss = SP – CP)

$$\text{लाभ}\ \% = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

- लाभ व हानि हमेशा क्रय मूल्य पर निकाली जाती है ।

$$\text{हानि}\ \% = \frac{\text{हानि}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100$$

$$\text{विक्रय मूल्य (SP)} = \frac{100 + \text{लाभ}\ \%}{100} \times \text{क्रय मूल्य (CP)}$$

$$\text{विक्रय मूल्य (SP)} = \frac{100 - \text{हानि}\ \%}{100} \times \text{क्रय मूल्य (CP)}$$

$$\text{क्रय मूल्य (CP)} = \frac{100}{100 + \text{लाभ}\ \%} \times \text{विक्रय मूल्य (SP)}$$

$$\text{क्रय मूल्य (CP)} = \frac{100}{100 - \text{हानि}\ \%} \times \text{विक्रय मूल्य (SP)}$$

- यदि किसी वस्तु की संख्या के रूप में क्रय मूल्य या विक्रय मूल्य दिया हो तो

  x वस्तु का क्रय मूल्य y वस्तु के विक्रय मूल्य के बराबर है ।

  विक्रय मूल्य = x, क्रय मूल्य = y

$$\frac{\text{विक्रय मूल्य}}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{x}{y}$$

  लाभ या हानि प्रतिशत =

$$\frac{(x-y)\times 100}{y} \quad \begin{matrix} + = \%\ \text{लाभ} \\ - = \%\ \text{हानि} \end{matrix}$$

- यदि वस्तु खरीदने का Rate दिया हो तो बेचने का Rate निकालना

  n रुपये में a की दर से वस्तु खरीदी जाती है, तो एक वस्तु का क्रय मूल्य = n/a

$$\text{विक्रय मूल्य} = \frac{n}{a}\left(\frac{100 \pm r}{100}\right)$$

$$\frac{\text{अंश – रूपया}}{\text{हर – वस्तु}}$$

- यदि बेचना वाला मूल्य दिया हो तो खरीदने वाला मूल्य निकालना

$$CP = \frac{n}{a} \times \left(\frac{100}{100 \pm r}\right)$$

  जब लाभ और हानि दोनों समान हो तो क्रय मूल्य

$$\text{(CP)} = \frac{\text{विक्रय मूल्य का योग}}{2}$$

प्रश्न 1. एक विक्रेता किसी वस्तु को 1040 रुपये में बेचकर जितना लाभ प्राप्त करता है उतनी ही हानि होती है जब उसे 928 रुपये में बेचा जाता है तो बताइए वस्तु का क्रय मूल्य कितना रुपये है ।

हल हम जानते है कि

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ

क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य + हानि

प्रश्नानुसार,

1040 – लाभ = 928 + लाभ

∵ हानि = लाभ (दिया है)

2 (लाभ) = 1040 – 920

2 (लाभ) = 112

लाभ = 56

वस्तु का क्रय मूल्य = 928 + 56

= 984

- यदि विक्रय मूल्य प्रतिशत लाभ या हानि दिया हुआ हो ।

  विक्रय मूल्य पर x % लाभ होता है ।

  विक्रय मूल्य = 100, लाभ = x, CP = $100 - x$

  वास्तविक प्रतिशत लाभ = $\frac{x \times 100}{100 - x}$

  विक्रय मूल्य पर x% हानि होती हो तो हानि प्रतिशत = $\frac{x \times 100}{100 + x}$

प्रश्न 2. एक विक्रेता दो समान मूल्य वाले घड़ियों को 20% लाभ पर बेचने का दावा करता है लेकिन एक के विक्रय मूल्य पर लाभ लेता है यदि दोनों घड़ियों के विक्रय मूल्य का अंतर 48 रुपये हो तो प्रत्येक घडी का क्रय मूल्य क्या है ?

हल प्रथम का % लाभ = $\frac{20 \times 100}{80} = 25\%$

प्रश्नानुसार, $25\% - 20\% = 48 \Rightarrow 5\% = 48$

$100\% = \frac{48}{5} \times 100 = 96$ रूपये

- यदि दो वस्तुओं को x% लाभ एवं x% हानि पर बेचा जाए और उनके विक्रय मूल्य समान हो जाए तो हमेशा हानि होगी $\Rightarrow$ हानि प्रतिशत = $\frac{x^2}{100}$
- जब एक बेईमान व्यापारी खोटे बाट का इस्तेमाल करता हो – यदि कोई बेईमान दुकानदार अपनी वस्तुओं को क्रय मूल्य पर बेचता है परन्तु सही वजन की जगह कम वजन का प्रयोग करता है तो उसका लाभ प्रतिशत = $\frac{\text{सही वजन} - \text{कम वजन}}{\text{कम वजन}} \times 100$
- भाव में गिरावट होने पर वस्तु की मात्रा में कमी वृद्धि

  वर्तमान मूल्य (Present Price): रुपये × %

  Change = कम/अधिक (वस्तु / मात्रा)

अभ्यास प्रश्न

क्रय मूल्य व विक्रय मूल्य से लाभ/हानि की गणना आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 150 रुपये से 300 रुपये के बीच के मूल्यों पर किताबें खरीदी जाती है और 250 रुपये से 350 रुपये के बीच के मूल्यों पर उन्हें बेचा जाता है, तो 15 किताबों को बेचने पर अधिकतम लाभ क्या होगा ?

(a) निर्धारित नहीं किया जा सकता है ।

(b) ₹ 750

(c) ₹ 4,250

(d) ₹ 3,000

उत्तर (d)

उदा.2 एक साईकिल को 1960 रुपये में खरीद कर 1862 रुपये में बेचे जाने पर कितने प्रतिशत हानि होगी ?

लाभ / हानि प्रतिशत आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक व्यक्ति कुछ वस्तुएँ P रुपये प्रति दर्जन के भाव से खरीदता है तथा (P/8) रुपये प्रति वस्तु के भाव से बेच देता है, उसका लाभ प्रतिशत कितना है ?

(a) 30%

(b) 40%

(c) 50%

(d) 60%

उत्तर (c)

उदा.2 यदि एक वस्तु का विक्रय मूल्य क्रय मूल्य का $1\frac{1}{3}$ है, लाभ % ज्ञात कीजिये ।

(a) 25%

(b) $33\frac{1}{3}\%$

(c) 1.33%

(d) $66\frac{2}{3}\%$

उत्तर (b)

क्रय मूल्य व विक्रय मूल्य ज्ञात करना

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि एक वस्तु का विक्रय मूल्य 432 रुपये है और लाभ 35% है, तो वस्तु का क्रय मूल्य क्या होगा ?

(a) 480.40 रूपये (b) 320 /रूपये
(c) 583.20 रूपये (d) 368 रूपये

उत्तर (b)

उदा.2 3 रुपये में 7 संतरे की दर से संतरे खरीदे गये 33% लाभ कमाने के लिये प्रति सैकडा उन्हें किस दर से बेचना पडेगा ।

(a) Rs. 56 (b) Rs. 60
(c) Rs. 58 (d) Rs. 57

उत्तर (d)

उदा.3 एक व्यक्ति ने 720 रुपये में 20 दर्जन अंडे खरीदे । यदि वह 20% लाभ कमाना चाहते है तो प्रति अंडे का विक्रय मूल्य ज्ञात करें ।

(a) 3.25 रुपये (b) 3.30 रुपये
(c) 3.50 रुपये (d) 3.60 रुपये

कोई वस्तु जब कई बार खरीदी/बेचीं जाये

प्रश्नों के हल

उदा.1 A ने एक वस्तु को 2000 रुपये में खरीदा और B को इसे 20% के लाभ पर बेच दिया । B ने फिर से इसे C को 10% लाभ पर बेच दिया तो C द्वारा भुगतान की गयी राशि ज्ञात कीजिये ।

(a) 2540 रुपये (b) 2400 रुपये
(c) 2580 रुपये (d) 2640 रुपये

उत्तर (d)

उदा.2 A ने B को 4860 रुपये में 19% हानि पर एक टेप रिकॉर्डर बेची । B ने C को टेप रिकॉर्डर उस कीमत पर बेची, जिससे A को 17% लाभ हो, तो B का प्रतिशत लाभ ज्ञात करें ।

(a) $22\frac{2}{9}\%$ (b) $33\frac{1}{3}\%$
(c) $44\frac{4}{9}\%$ (d) $66\frac{2}{3}\%$

उत्तर (c)

कोई वस्तु कम या अधिक में खरीदने/बेचने पर लाभ/हानि में परिवर्तन आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 कोई मशीन 10% मुनाफा लेकर 5060 रुपये में बेची जाती है । यदि इसे 4370 रुपये में बेचा गया होता तो कितने प्रतिशत का लाभ या हानि होती है ?

उदा.2 एक वस्तु को 10% हानि पर बेचा जाता है । यदि उसे 9 रुपये अधिक में बेचा जाता तो $12\frac{1}{2}\%$ का लाभ होता, तो वस्तु का लागत मूल्य ज्ञात करें ।

(a) 40 रुपये (b) 45 रुपये
(c) 50 रुपये (d) 35 रुपये

उदा.3 व्यापारी ने एक सामान खरीदा और उसे 5% हानि पर बेच दिया । यदि वह सामान को 10% कम मूल्य पर, खरीदता और 33 रुपये अधिक मूल्य पर बेचता तो उसे 30% लाभ होता, तो वस्तु का लागत मूल्य ज्ञात करें ।

(a) 330 रुपये (b) 155 रुपये
(c) 150 रुपये (d) 300 रुपये

दो वस्तुए समान मूल्य पर बेचने आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक व्यक्ति ने 375 रुपये प्रति वस्तु की दर से दो वस्तुएँ बेची । एक वस्तु पर उसे 25% लाभ हुआ तथा दूसरी वस्तु पर उसे 25% हानि हुई, तो पूरे सौदे में प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात करें ।

(a) 6% हानि (b) $4\frac{1}{6}\%$ लाभ
(c) Rs. 50 लाभ (d) $6\frac{1}{4}\%$ हानि

उत्तर (d)

उदा.2 एक व्यक्ति 99 रुपये प्रति वस्तु की दर से दो वस्तुएँ बेचता है । एक वस्तु पर उसे 10% का लाभ हुआ तथा दूसरी वस्तु पर उसे 10% की हानि हुई, तो पूरे सौदे में उसका प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात करें ।

(a) हानि, 1% (b) हानि, 1.5%
(c) लाभ, 1% (d) लाभ, 1.5%

उत्तर (a)

उदा.4 X ने दो वस्तुओं को 4000 रुपये प्रति वस्तु की दर से बेचा। इससे उसे न तो लाभ हुआ और न ही हानि हुई। यदि पहली वस्तु को 25% के लाभ पर बेचा गया तो दूसरी वस्तु को कितने प्रतिशत हानि पर बेचा गया ?

(a) 25% (b) $18\frac{2}{9}\%$

(c) $16\frac{2}{3}\%$ (d) 20%

उत्तर (c)

कुछ वस्तुओ का क्रय मूल्य अन्य कुछ वस्तुओ के विक्रय मूल्य/ लाभ/हानि के बराबर होने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 36 किताबों की लागत मूल्य 30 किताबों के विक्रय मूल्य के बराबर है, तो प्रतिशत लाभ ज्ञात करें।

(a) 20% (b) $16\frac{4}{6}\%$

(c) 18% (d) $82\frac{2}{6}\%$

उत्तर (a)

उदा.2 1 दर्जन बॉल पेन बेचने पर एक दुकानदार को 4 बॉल पेन के विक्रय मूल्य के बराबर लाभ होता है, तो उसका प्रतिशत लाभ ज्ञात करें।

(a) 50 (b) 40

(c) $33\frac{1}{3}$ (d) $31\frac{1}{4}$

उत्तर (a)

किसी एक दर में वस्तुएँ खरीद कर उसके व्युत्क्रम दर या अन्य किसी दर में बेचने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि मैंनें 10 रुपये में 11 वस्तुएँ खरीदी तथा उन्हें 11 रुपये में 10 वस्तुएँ की दर से बेच दिया तो मेरा प्रतिशत लाभ ज्ञात करें।

(a) 10% (b) 11%

(c) 21% (d) 100%

उत्तर (c)

उदा.2 25 रुपये में 10 संतरे की दर से संतरे खरीदे गये और इन्हें 25 रुपये में 9 संतरे की दर से बेच दिया गया, तो कितना लाभ होगा ?

(a) $9\frac{1}{11}\%$ (b) 10%

(c) $11\frac{1}{9}\%$ (d) $12\frac{1}{2}\%$

उत्तर (c)

उदा.3 एक व्यक्ति कुछ वस्तुओं को 5 वस्तु/रुपये की दर से खरीदा तथा उतनी ही वस्तु को 4 वस्तु/रुपये की दर से खरीदा। उसने दोनों वस्तुओं को मिला दिया और उन्हें 2 रुपये में 9 वस्तु की दर से बेच दिया। इस सौंदे में उसे 3 रुपये की हानि हुई, तो उसने कुल कितनी वस्तुएँ खरीदी थी।

(a) 1090 (b) 1080

(c) 540 (d) 545

उत्तर (b)

अंकित मूल्य पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक वस्तु का विक्रय मूल्य 4290 रुपये है। यदि 34% छूट दी जाती है, तो अंकित मूल्य (रुपये में) क्या है ?

(a) 6800 रुपये
(b) 7200 रुपये
(c) 6300 रुपये
(d) 6500 रुपये

उत्तर (d)

उदा.2 यदि कोई व्यवसायी एक वस्तु को इसके क्रय मूल्य से 20% अधिक मूल्य पर अंकित करता है और 30% की छूट देता है, तो उसका लाभ या हानि प्रतिशत क्या है ?

(a) 10%, लाभ
(b) 16%, हानि
(c) 16%, लाभ
(d) 25%, लाभ

उत्तर (b)

Toppersnotes Unleash the topper in you

अनुपात आधारित लाभ/हानि

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक वस्तु के लागत मूल्य तथा विक्रय मूल्य का अनुपात 20 : 21 है, तो प्रतिशत लाभ ज्ञात करें ।

(a) 5% (b) 5.5%
(c) 6% (d) 6.25%

उत्तर (a)

उदा.2 एक दुकानदार एक किताब को मुद्रित मूल्य पर 10% की छूट पर बेचने पर 12% का लाभ अर्जित करता है । पुस्तक के क्रय मूल्य और मुद्रित मूल्य का अनुपात है ?

(a) 99 : 125 (b) 25 : 37
(c) 50 : 61 (d) 45 : 56

उत्तर (d)

बेईमान दुकानदार/व्यापारी आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक हलवाई अपने सामान को क्रय मूल्य पर ही बेचता है, परन्तु वह 1 किग्रा. के स्थान पर 900 ग्राम तौलता है, तो उसका लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 एक दुकानदार चावल को 56 रुपये प्रति किग्रा की दर से बेचता है जिसे उसने 48 रुपये प्रति किग्रा में खरीदा था और वह 1000 ग्राम की जगह 950 ग्राम देता है, तो उसका लाभ प्रतिशत ज्ञात करें ।

(a) 18
(b) 20
(c) 22
(d) 24

उत्तर (c)

कुछ वस्तुएँ खरीदने पर समान कुछ और वस्तुएँ उपहार स्वरुप दी जाती हो, पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक दुकानदार "दो खरीद पर तीन मुफ्त पायें" का ऑफर देता है । यदि वह क्रय मूल्य पर बेचता है तो उसका हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिये ।

(a) 50% (b) 200%
(c) 150% (d) 60%

उत्तर (d)

उदा.2 एक दुकानदार 5 वस्तुओं की खरीद पर 3 वस्तुएँ फ्री देता है वह 20% बट्टा और देता है और फिर भी 25% लाभ कमाता है क्रय मूल्य और अंकित मूल्य का अनुपात ज्ञात करो ।

औसत (Average)

$$औसत = \frac{परीक्षणों\ का\ योग}{परीक्षणों\ की\ संख्या}$$

संख्या आधारित औसत (सूत्र)

1. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का औसत $= \frac{(n+1)}{2}$
2. प्रथम n क्रमागत सम संख्याओं का औसत = (n+1)
3. प्रथम n क्रमागत विशम संख्याओं का औसत = n
4. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गो का औसत $= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$
5. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के घनों का औसत $= \frac{\{n(n+1)^2\}}{4}$
6. 1 से लेकर n तक की विशम संख्याओं का औसत $= \frac{(n+1)}{2}$, (जहाँ n = अन्तिम विषम संख्या)
7. 1 से लेकर n तक की सम संख्याओं का औसत $= \frac{(n+2)}{2}$, (n जहाँ = अन्तिम सम संख्या)
8. यदि समान दूरी तय करने में क्रमशः चाल a किमी./घंटा और b किमी./घंटा हो, तो औसत चाल $= \frac{2ab}{(a+b)}$ होगी।
9. यदि समान दूरी के लिए औसत चाल a किमी./घंटा, b किमी./घंटा तथा c किमी./घंटा हो, तो औसत चाल $= \frac{3abc}{(ab+bc+ca)}$ किमी./घंटा होगी ।
10. P व्यक्तियों में से एक व्यक्ति, जिसका औसत भार x किग्रा. है, चला जाता है के स्थान पर एक नया व्यक्ति आ जाता है, जिससे व्यक्तियों का औसत भार y किग्रा. बढ़ जाता है, तो नये व्यक्ति का भार = (x + P + y) किग्रा.
11. P व्यक्तियों की औसत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के और सम्मिलित हो जाने पर औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो नये व्यक्तियों की औसत आयु $x+(y-x)\times\frac{(P+Q)}{Q}$ वर्ष
12. P व्यक्तियों की औसत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के बाहर चले जाने से व्यक्तियों की औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले व्यक्तियों की औसत आयु $= x-\left[(y-x)\times\frac{(P-Q)}{Q}\right]$ वर्ष
13. x बच्चों की औसत आयु y वर्ष है। यदि बच्चों की आयु में पिता की आयु जोड़ दी जाती है, तो उनकी औसत आयु z वर्ष हो जाती है। पिता की आयु $= z \times (x + 1) - y \times z$ वर्ष
14. P छात्रों की औसत आयु x वर्ष है। एक छात्र के बाहर चले जाने पर छात्रों की औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले छात्र की औसत आयु $= P \times x - (P - 1)y$ वर्ष
15. किसी संस्थान में कुल P कर्मचारियों व अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह ₹ x हो तथा अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह ₹ y तथा कर्मचारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह ₹ z है तो, संस्था में कुल कर्मचारियों की संख्या $= \frac{(x-y)\times P}{(z-y)}$
16. यदि प्रत्येक राशि को x गुना कर दिया जाए तो औसत भी x गुना हो जाता है।
17. गेंदबाज का औसत निकालना :-

$$गेंदबाज\ का\ औसत = \frac{कुल\ रन}{विकेटो\ की\ संख्या}$$

कुल रन = औसत × विकेटो की संख्या

18. एक बल्लेबाज ने अपनी n^{th} पारी में 's' रन बनाए जिससे उसके औसत में 't' वृद्धि हो गई, तो 'n' पारियों के बाद औसत $[x - t(n - 1)]$ होगा।

संख्या के मान में परिवर्तन	औसत में परिवर्तन
(1) प्रत्येक मान में 'x' की वृद्धि	(1) औसत में 'x' की वृद्धि
(2) प्रत्येक मान में 'x' की कमी	(2) औसत में 'x' की कमी
(3) प्रत्येक मान में 'x' से गुणा	(3) औसत में भी 'x' का गुणा
(4) प्रत्येक मान में 'x' से भाग	(4) औसत में भी 'x' का भाग

भारित औसत (Weighted Average)

यदि सदस्यों के दो या दो से अधिक समूह है जिनका व्यक्तिगत औसत ज्ञात है, तो सभी समूहों के सभी सदस्यों का संयुक्त औसत भारित औसत के रूप में जाना जाता है।

- यदि $n_1, n_2, n_3, ... n_k$ के सदस्य वाले k समूह है जिनका औसत क्रमशः $A_1, A_2, A_3 .... A_k$ है तो

$$भारित\ औसत\ (A_w) = \frac{n_1A_1+n_2A_2+n_3A_3+.....n_kA_k}{n_1+n_2+n_3+.....n_k}$$

अभ्यास प्रश्न

संख्या आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 18 संख्याओं का औसत 42 है। यदि प्रत्येक संख्या को $1\frac{1}{2}$ गुना कर दिया जाए, तो परिणामी संख्या का औसत कितना होगा ?

उदा.2 प्रथम 50 प्राकृत संख्याओं का औसत कितना है ?

उदा.3 प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गो का औसत कितना है ?
(a) 35.5 (b) 36
(c) 37.5 (d) 38.5

उदा.4 5 संख्याओं का योग 240 है। इनमें से पहली दो संख्याओं का औसत 30 है तथा अन्तिम दो संख्याओ का औसत 70 है, तीसरी संख्या क्या है ?
(a) 40
(b) 60
(c) 75
(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

उदा.5 दो संख्याओं A तथा B का औसत 20, B तथा C का औसत 19 और C तथा A का औसत 21 है, A का मान कितना है ?
(a) 24 (b) 2
(c) 20 (d) 18

बल्लेबाजी/ गेंदबाजी आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 किसी बल्लेबाज ने बारहवीं पारी में 63 रन बनाये जिससे उसके रनों की औसत में 2 रन की वृद्धि हो जाती है, बारहवीं पारी के बाद उसके रनों का औसत कितना है ?
(a) 41 (b) 42
(c) 34 (d) 35

उदा.2 एक क्रिकेट मैच में पहले 10 ओवर में रन रेट केवल 3.2 थी। 282 रन के लक्ष्य को पूरा करने हेतु शेष 40 ओवर के लिए रन रेट क्या होनी चाहिए ?
(a) 6.25 (b) 6.50
(c) 6.75 (d) 7.0

उदा.3 एक क्रिकेटर का गेंदबाजी औसत 12.4 था। अपने अन्तिम मैच में 26 रन देकर 5 विकेट लेने पर उन्होंने अपने गेंदबाजी औसत में 0.2 अंको का सुधार किया। पिछले मैच से पहले उनके द्वारा लिए गए विकेटों की सख्या कितनी थी ?
(a) 125 (b) 150
(c) 175 (d) 200

चाल संबंधी औसत

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक स्थान A से B तक एक मोटरसाईकिल की औसत चाल 65 किमी/घण्टा रही तथा B से A तक आने में इसकी औसत चाल 60 किमी/घण्टा थी। पूरी यात्रा में मोटरसाईकिल की औसत चाल कितनी थी ?
(a) 62.5 किमी/घण्टा
(b) 72.2 किमी/घण्टा
(c) 62.4 किमी/घण्टा
(d) 60.8 किमी/घण्टा

उदा.2 एक हवाई जहाज किसी वर्गाकार खेत के चारों भुजाओं के ऊपर 200, 400, 600 एवं 800 किमी. प्रति घण्टा की रफ्तार से चलता है। तो पूरी यात्रा के लिए हवाई जहाज की औसत चाल ज्ञात करें ? (किमी/घण्टा में)
(a) 600 किमी./घंटा
(b) 400 किमी./घंटा
(c) 500 किमी./घंटा
(d) 384 किमी./घंटा

किसी समूह में व्यक्तियों के आने जाने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 तीन आदमियों A, B एवं C का औसत भार 84 किग्रा. है। एक दूसरा आदमी D इस समूह में शामिल हो जाता है और अब औसत भार 80 किग्रा. हो जाता है। यदि एक और आदमी E जिसका भार D के भार से 3 किग्रा. ज्यादा है A की जगह पर समूह में आता है, तो B. C, D एवं E का औसत भार 79 किग्रा. हो जाता है। A का भार ज्ञात करें ?
(a) 70 किग्रा. (b) 72 किग्रा.
(c) 75 किग्रा. (d) 80 किग्रा.

उदा.2 25 लडकों की औसत ऊँचाई 1.4 मीटर है, इस ग्रुप में से 5 लडकों के कैम्प छोड जाने के बाद शेष लडकों की औसत ऊँचाई में 0.15 मीटर की वृद्धि हो जाती है, जाने वाले 5 लडकों की औसत ऊँचाई कितनी है ?

(a) 0.8 मीटर (b) 0.9 मीटर
(c) 0.95 मीटर (d) 1.05 मीटर

आय तथा व्यय आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 A तथा B की औसत मासिक आय ₹14,000 B तथा C की औसत मासिक आय ₹ 15,600 और A तथा C की औसत मासिक आय ₹ 14,400 है। B की मासिक आय कितनी है ?

(a) 12,400 रुपये
(b) 12,800 रुपये
(c) 15,200 रुपये
(d) 16,000 रुपये

उदा.2 एक परिवार का औसत मासिक व्यय प्रथम तीन माह ₹ 2,200 है, अगले चार माह का ₹ 2,550 है, और अंतिम पाँच का ₹ 3,120 है। यदि पूरे वर्ष की बचत ₹ 1,260 हो, तो औसत मासिक आय ज्ञात करें ?

(a) 1,260 रुपये (b) 1,280 रुपये
(c) 2,805 रुपये (d) 2,850 रुपये

आयु आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 3 वर्ष पहले, 5 सदस्यों वाले परिवार की औसत आयु 17 वर्ष है। एक बच्चे का जन्म होता है फिर भी परिवार की वर्तमान औसत आयु 3 वर्ष पहले की औसत आयु के समान है। बच्चे की वर्तमान आयु ज्ञात करें ?

(a) 2 वर्ष (b) 2.4 वर्ष
(c) 3 वर्ष (d) 1.5 वर्ष

उदा.2 एक परिवार में पिता तथा माता की औसत आयु 35 वर्ष है। पिता, माता तथा उनके एकमात्र पुत्र की औसत आयु 27 वर्ष है। पुत्र की आयु कितनी है ?

(a) 12 वर्ष (b) 11 वर्ष
(c) 10.5 वर्ष (d) 10 वर्ष

तापमान आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 सोमवार, मंगलवार एवं बुधवार का औसत ताप 75°C था। मंगलवार, बुधवार एवं गुरूवार का औसत ताप 77°C था। यदि गुरूवार का ताप 76°C था, तो सोमवार का ताप ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 एक नगर के एक महीने के चार दिनों का औसत ताप 58°C था। यदि दूसरे तथा तीसरे दिन का औसत ताप 44°C है तथा पहले तथा चौथे दिन के ताप में अनुपात 7 : 11 है, तो पहले तथा चौथे दिन का ताप ज्ञात करो ?

(a) 50°C,100°C (b) 54°C, 88°C
(c) 46°C, 76°C (d) 56°C, 88°C

व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करना

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक प्राथमिक विद्यालय में, छात्रों की औसत आयु 8 वर्ष और 12 शिक्षकों की औसत आयु 45 वर्ष है। यदि सभी की औसत आयु 9 साल है, तो छात्रों की संख्या क्या है ?

(a) 432 (b) 540
(c) 408 (d) 416

उदा.2 12000 सिपाहियों की एक सेना में भारतीय तथा अंग्रेज हैं। एक अंग्रेज की औसत ऊँचाई 5 फुट 10 इंच है और भारतीय की औसत ऊँचाई 5 फुट 9 इंच हैं। पूरी सेना की औसत ऊँचाई 5 फुट $9\frac{3}{4}$ इंच हैं। सेना में भारतीयों की संख्या ज्ञात करो ?

(a) 2500 (b) 3000
(c) 2800 (d) 2200

सही–गलत अंक आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 35 बच्चों की एक कक्षा के औसत अंक 35 है। 35 अंक प्राप्त करने वाले एक विद्यार्थी के अंक गलती से 65 लिखे गए। कक्षा की सही औसत क्या है ?

(a) 33.76 (b) 4.14
(c) 35.24 (d) 36.50

Toppersnotes Unleash the topper in you

उदा.2 512 पृष्ठों वाली एक पुस्तक में छपाई की त्रुटियों की औसत संख्या 4 प्रति पृष्ठ है, यदि प्रथम 302 पृष्ठों में इन त्रुटियों की संख्या 998 हो, तो शेष पृष्ठों में त्रुटियों की औसत संख्या प्रति पृष्ठ कितनी है ?

(a) 4 (b) 5
(c) 5.5 (d) 6.5

परीक्षा अंक आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक परीक्षा में छात्रों के एक समूह के प्राप्तांकों का समान्तर माध्य 52 था। उनमें सबसे अच्छे 20 प्रतिशत छात्रों को औसतन 80 अंक मिले और सबसे खराब 25 प्रतिशत छात्रों को औसतन 31 अंक, तब शेष 55 प्रतिशत छात्रों के प्राप्तांकों का औसत क्या था ?

(a) 45 (b) 50
(c) 51.4 लगभग (d) 54.6 लगभग

उदा.2 एक समूह में विद्यार्थियों के औसत अंक 63 है। इनमें से 3 के प्राप्तांक 78, 69 तथा 48 है, शेष 6 विद्यार्थियों के औसत अंक कितने है ?

(a) 63.5 (b) 64
(c) 63 (d) 62.5
(e) इनमें से कोई नहीं

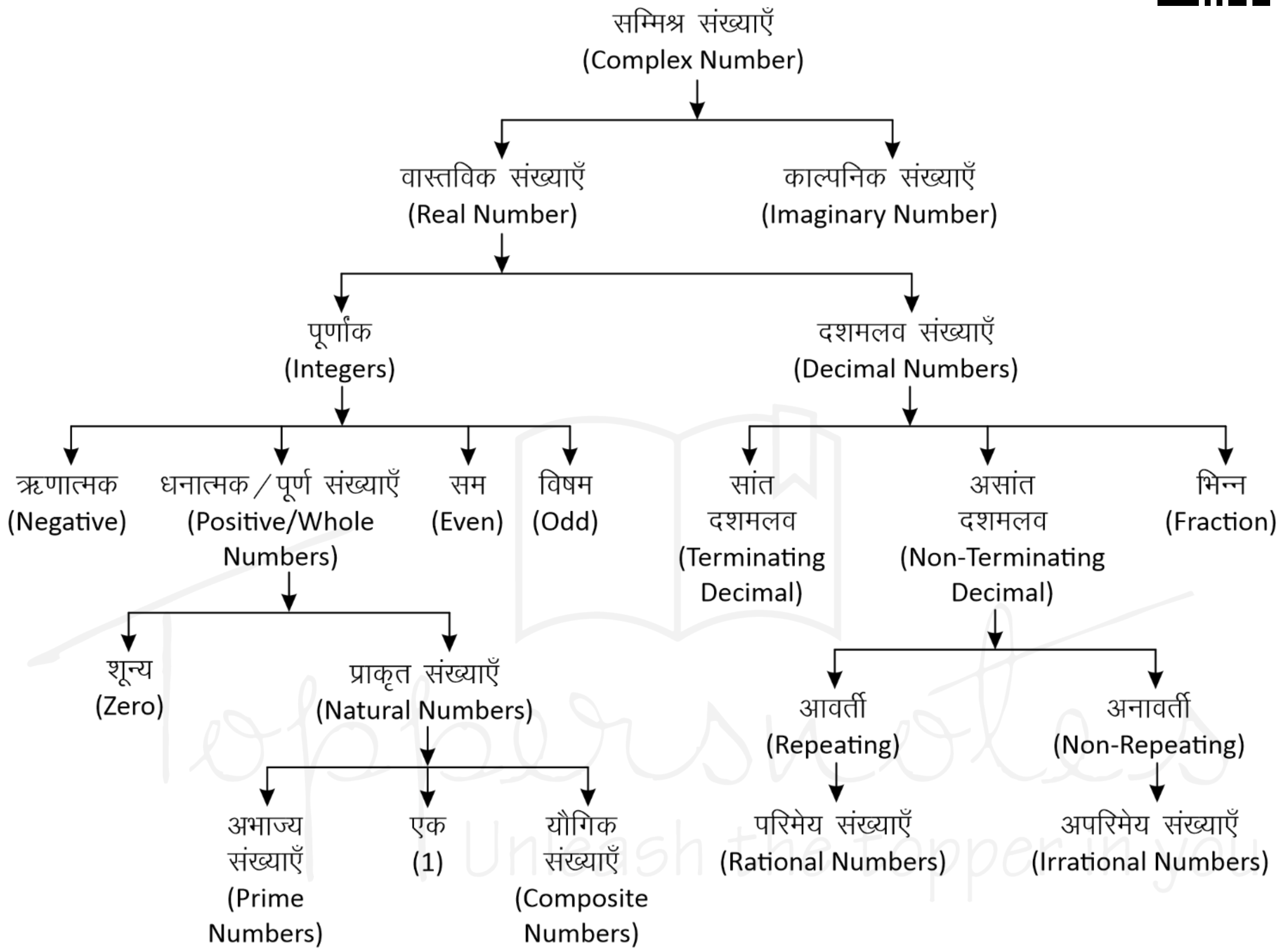
Toppersnotes
Unleash the topper in you

Toppersnotes
Unleash the topper in you

संख्या पद्धति
(Number System)

संख्या पद्धति :– किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है –



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती है।

इन्हें (a + ib) के रूप में लिखा जाता है। जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ है तथा $i = \sqrt{-1}$ है।

Z = a (वास्तविक संख्या) + ib (काल्पनिक संख्या)

1. वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers): परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

I. पूर्णांक संख्याएँ : संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ–साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती है, इसे **I** से सूचित करते हैं।

I = {–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4,.....}

(i) धनात्मक / पूर्ण संख्याएँ : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते है, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती है।

W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

नोट : चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

A. प्राकृत संख्याएँ : जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते है।

N = {1, 2, 3, 4, 5, ...}

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है ।

उदाहरण –

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :- एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19........}

- तीन अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101
- तीन अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997
  जहाँ 1 Prime Number नहीं है।
  2 एकमात्र सम Prime संख्या है।
  3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।
  1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9
  25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6
  1-50 तक कुल 15 Prime Number है।
  51-100 तक कुल 10 Prime Number है।
  अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।
  1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46
  1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62
  1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78
  1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

☞ **अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :–** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या x है, अब x से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

उदाहरण –

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

हल –

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)
HCF = 1

(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :- वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है।
जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

(ii) सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

n वां पद = 2n

प्रथम n सम संख्याओं का योग = n(n+1)

प्रथम n सम संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2}\right\}$

(iii) विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती है।

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2}\right\}$

II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ है जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांको के बीच आती है। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

(i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

(ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।
जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183..........
ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

जैसे – $\frac{1}{3} = 0.333...,\frac{22}{7} = 3.14285714.....$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।