



1ST - ग्रेड

स्कूल व्याख्याता

राजस्थान लोक सेवा आयोग (RPSC)

प्रथम - प्रश्न पत्र

भाग - 3

**संख्यात्मक अभियोग्यता, तार्किक
ज्ञान एवं सामान्य विज्ञान**

RPSC 1ST GRADE

संख्यात्मक अभियोग्यता, तार्किक ज्ञान एवं शामान्य विज्ञान

संख्यात्मक अभियोग्यता

1.	संख्या पद्धति	1
2.	आँकड़ों का प्रबन्धन	18
3.	शांखिकी (केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप)	23
4.	बीजगणित	35
5.	क्षेत्रमिति	51

तार्किक ज्ञान

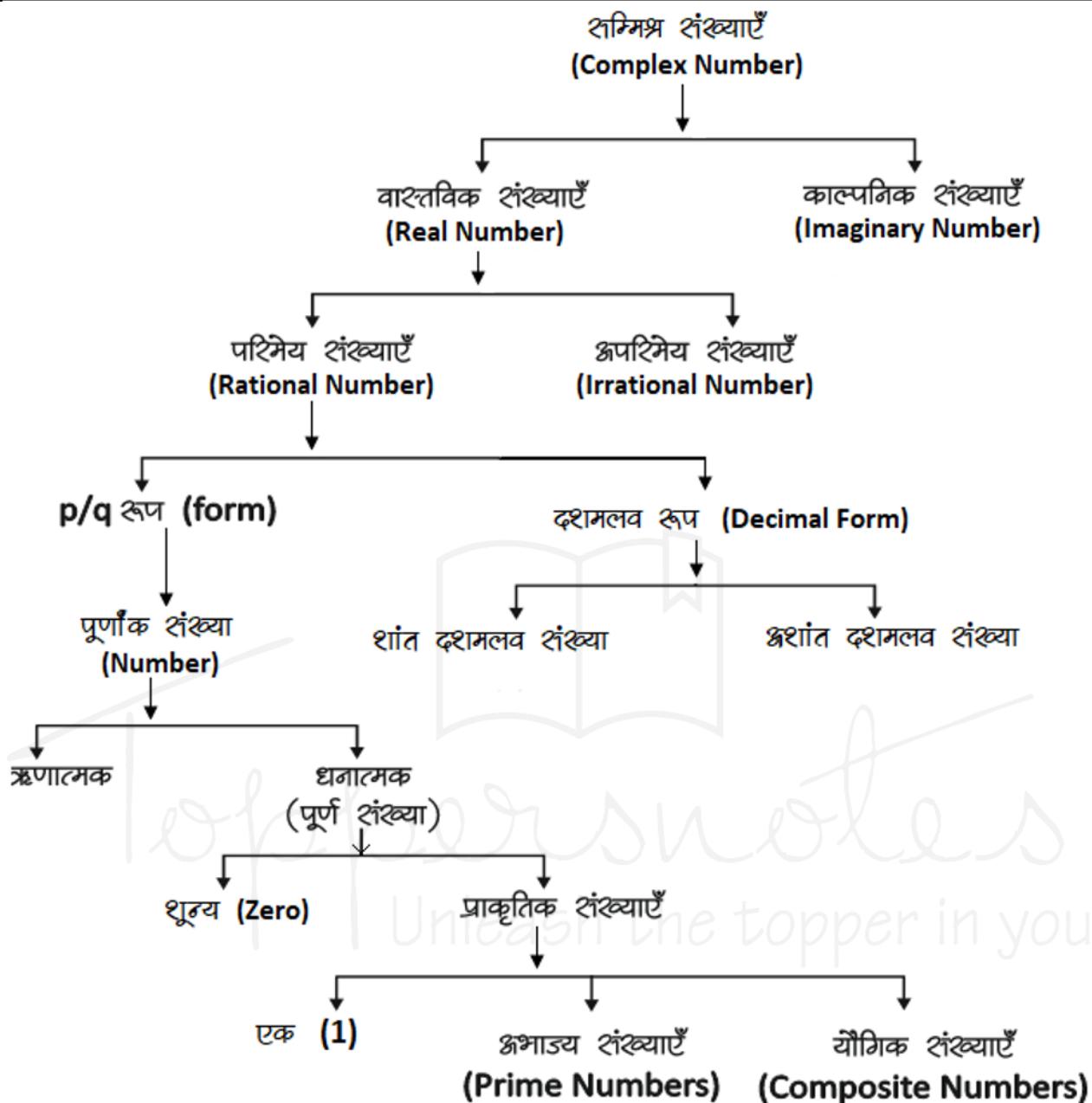
1.	श्रृंखला	85
2.	कूट-भाषा परीक्षण	92
3.	टक्ट लंबंध	100
4.	वेन आरेख	107
5.	अंगेजी वर्णमाला परीक्षण	112
6.	क्रम व्यवस्था	119
7.	गणितीय संक्रियाएं	123
8.	पासा	127
9.	घन और घनाभ	132
10.	शादृश्यता	135
11.	घड़ी	142
12.	कैलेण्डर	149
13.	आकृतियों की गणना	153

रामान्य विज्ञान

1. परमाणु शंखना	164
2. शाशायनिक अभिक्रिया एवं शमीकरण	170
3. कार्बन	176
4. हाइड्रोकार्बन	184
5. बल एवं गति	191
6. कार्य, ऊर्जा एवं शक्ति	212
7. ऊतक	221
8. नियंत्रण एवं शमनवय	
• तंत्रिका तंत्र	229
• अन्तर्राष्ट्रीय तंत्र	232
9. आनुवांशिकी	238
10. प्राकृतिक शंखाधान	247
11. पर्यावरण	254
12. आजीन क्षेत्र	258
13. हरित ग्रह प्रभाव	260
14. पारिएथिकी तंत्र एवं ऊर्जा विविधता	261

संख्यात्मक अभियोग्यता

संख्या पद्धति (Number System)



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number) (z)

$Z = \text{वास्तविक संख्या} + \text{काल्पनिक संख्या}$

$$Z = a + ib$$

जहाँ $a = \text{वास्तविक संख्या}$

$b = \text{काल्पनिक संख्या}$

वास्तविक शंख्याएँ

परिमेय एवं अपरिमेय शंख्याओं को शम्मिलित रूप से वास्तविक शंख्या कहते हैं। इन्हें शंख्या ऐक्षा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

काल्पनिक शंख्याएँ : जिन्हें शंख्या ऐक्षा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

पूर्णांक शंख्याएँ : शंख्याओं का ऐसा शमुच्चय जिसमें पूर्ण शंख्याओं के शाथ-शाथ ऋणात्मक शंख्याएँ भी शम्मिलित हो, पूर्णांक शंख्याएँ कहलाती हैं, इसे। से शुचित करते हैं।
 $I = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

प्राकृत शंख्याएँ : जिन शंख्याओं का इस्तेमाल वर्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत शंख्या कहते हैं।
 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

पूर्ण शंख्याएँ : जब प्राकृत शंख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते हैं, तब वह पूर्ण शंख्याएँ कहलाती हैं।
 $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 चार लगातार प्राकृतिक शंख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

शम शंख्याएँ : शंख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो शम शंख्या कहलाती है।
 n वां पद = $2n$

प्रथम n शम शंख्याओं का योग = $n(n+1)$

प्रथम n शम शंख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$
 $\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2} \right\}$

विषम शंख्याएँ : वह शंख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम शंख्याएँ होती है।
 प्रथम n विषम शंख्याओं का योग = n^2

$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2} \right\}$

प्राकृतिक शंख्याएँ : प्रथम n प्राकृतिक शंख्याओं का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक शंख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक शंख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

दो लगातार प्राकृतिक शंख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है।

उदाहरण - $11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) - जिनके रिफ्फ दो form हो- $1 \times \text{संख्या}$

जैसे - {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ है।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number हैं।

51-100 तक कुल 10 Prime Number हैं।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number हैं।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

यह अभाज्य संख्याएँ - वह संख्याएँ जिनका HCF रिफ्फ 1 हो।

उदाहरण - (4,9), (15, 22), (39, 40)

$$\text{HCF} = 1$$

Perfect Number (परफेक्ट संख्या) - वह संख्या जिनके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में ऐसे उस संख्या को छोड़कर)

उदाहरण - $6 \rightarrow 1, 2, 3 \rightarrow$ यहाँ $1+2+3 \rightarrow 6$

$$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14 \rightarrow 1+2+4+7+14 \rightarrow 28$$

परिमेय (Rational) संख्याएँ - वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शूद्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

उदाहरण - $2/3, 4/5, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ - इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण - $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26} \dots \dots$

पूर्णवर्ग संख्या

Unit Digit जो वर्ग के हो सकते हैं

- 0
- 1
- 4
- 5 or 25
- 6
- 9

जो नहीं हो सकते

- | | |
|---|---|
| 2 | — |
| 3 | — |
| 7 | — |
| 8 | — |

- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोट - इसको 1-25 के वर्ग श्वेत याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. Decimal संख्या को Binary में बदलना

किसी दशमलव संख्या के उम्रुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त दशमलव संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते हैं जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।

उदाहरण -

2	89	$2 \times 44 = 88 ; 89 - 88 = 1$
	44	$2 \times 22 = 44 ; 44 - 44 = 0$
	22	$2 \times 11 = 22 ; 22 - 22 = 0$
	11	$2 \times 5 = 10 ; 11 - 10 = 1$
	5	$2 \times 2 = 4 ; 5 - 4 = 1$
	2	$2 \times 1 = 2 ; 2 - 2 = 0$
	1	अंतिम भागफल

अतः 89 के उम्रुल्य Binary number = $(1011001)_2$

2. Binary को Decimal में बदलना

Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाई और एक स्थान खिसकता है, स्वयं का द्विगुण हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण -

1	0	1	1	0	0	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

Now

$$\begin{aligned}
 (1011001)_2 &= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 \times 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
 &= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \quad \{2^0 = 1\} \\
 &= 89
 \end{aligned}$$

भाजकों की संख्या या गुणनसंख्या की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण - 2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

हल - $2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$

भाजकों की संख्या = $(3+1)(1+1)(1+1)(1+1)$

$$= 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

इकाई का अंक द्वात करना

- जब शंख्या घात (power) के रूप में हो

जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही होगा।

जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना शेष प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः कर जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

- शरलीकरण के रूप में हो

प्रत्येक शंख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार शरल करेंगे तो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली शंख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

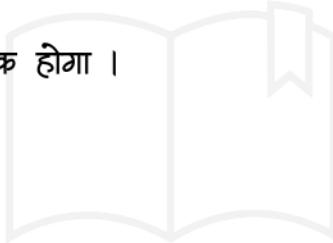
- यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो

n विषम होने पर $(a+b)$ इसका भाजक होगा।

- यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो ।

n विषम होने पर भाजक $\rightarrow (a-b)$

n शम होने पर भाजक $\rightarrow (a-b)$ या $(a+b)$ या दोनों ।



1. $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।

2. $a^n \div (a+1)$ यदि n शम हो, तो हमेशा 1 बचेगा।

यदि n विषम हो, तो शेषफल a होगा

3. $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा

4. $(a^n + a) \div (a+1)$ यदि n शम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा।

यदि n विषम हो, तो शेषफल $(a-1)$ होगा।

शांत दशमलव

वह शंख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे - 0.25, 0.15, 0.375 इसी भिन्न शंख्या में लिखा जा सकता है।

अशांत दशमलव

वह शंख्याएँ जो दशमलव के बाद अलगे रहते हैं और ये को तरह के हो सकते हैं।

0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

पुनरावृति Repeating	जो शंख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृति करती है, अनंत तक। इसी भिन्न में लिखा जा सकता है।
------------------------	--

Non Repeating Decimal

जो शंख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये उपरी शंख्याओं की निश्चित पुनरावृति (Repeat) नहीं करती।

आवर्ती दशमलव भिन्न

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृति होती हैं तो बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृति होती है।

जैसे - $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$, $\frac{22}{7} = 3.\overline{14285714}....$ ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक

के ऊपर एक ट्रैका खीच देते हैं।

$$0.333.... = 0.\overline{3}$$

$$\frac{22}{7} = 3.14285714.... = 3.\overline{142857}$$

इसी बार बोलते हैं।

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से लाधारण भिन्न में बदले -

$$0.\overline{P} = \frac{P}{9}$$

$$0.\overline{pq} = \frac{pq}{99}$$

$$0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से लाधारण भिन्न में बदले -

$$0.\overline{p\bar{q}} = \frac{pq-p}{90}$$

$$0.\overline{pq\bar{r}} = \frac{pqr-pr}{900}$$

$$0.\overline{p\bar{q}\bar{r}} = \frac{pqr-p}{990}$$

$$0.\overline{pqrs} = \frac{pqrs-pq}{9900}$$

उदाहरण - (i) $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii) $0.\overline{625} = \frac{625-6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii) $0.3\overline{524} = \frac{3524-35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

रोमन पञ्चति के अंकेतक

1	→	I
2	→	II
3	→	III
4	→	IV
5	→	V
6	→	VI
7	→	VII
8	→	VIII
9	→	IX
10	→	X
20	→	XX
30	→	XXX
40	→	XL
50	→	L
100	→	C
500	→	D
1000	→	M



विभाजकता के नियम

2 से	अनितम अंक लम अंख्या या शून्य (0) हो जैसे - 236, 150, 1000004
3 से	किसी अंख्या मे अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण अंख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे - 729, 12342, 5631
4 से	अनितम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे - 1024, 58764, 567800
5 से	अनितम अंक शून्य या 5 हो जैसे - 3125, 625, 1250
6 से	कोई अंख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी जैसे - 3060, 42462, 10242
7 से	किसी अंख्या के अनितम अंक को 2 से गुणा करके शेष अंख्या से घटाने पर यदि अंख्या 0 या 7 का गुणज हो तो अथवा किसी भी अंक का 6 के गुणज में दोहराए तो अंख्या 7 से विभाज्य होगी। जैसे - 222222, 4444444444, 7854
8 से	यदि किसी अंख्या के अनितम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अनितम तीन अंक '000' (शून्य) हो।

	डैसे - 9872, 347000
9 दै	किसी शंख्या के अंकों का योग इगर 9 दै विभाज्य हो तो पूर्ण शंख्या 9 दै विभक्त होगी ।
10 दै	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 दै	विषम १००ाँ पर अंकों का योग व सम १००ाँ पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 या 11 का गुणज हो तो डैसे - 1331, 5643, 8172659
12 दै	3 व 4 के विभाज्य का अंयुक्त रूप
13 दै	अंक का 6 बार दोहराए तो, या अन्तिम अंक का 4 दै गुणा करके शेष शंख्या में डोडने पर शंख्या इगर 13 दै विभाजित हो तो पूर्ण शंख्या 13 दै विभाजित होगी । डैसे - 222222, 17784

Type 1 – शंख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित

उदा.1 यदि किसी शंख्या का $\frac{3}{4}$ उस शंख्या के $\frac{1}{6}$ से 7 अधिक है, तो उस शंख्या $\frac{5}{3}$ क्या होगा ?

(a) 12 (b) 18

(c) 15

(d) 20

उत्तर (d)

हल माना कि शंख्या = x

प्रश्नानुसार,

$$\Rightarrow \frac{9x - 2x}{12} = 7$$

$$\Rightarrow 7x = 7 \times 12$$

$$\Rightarrow x = 12$$

\Rightarrow शंख्या का $\frac{5}{3}$ भाग

$$= \frac{x - 5}{3} \Rightarrow \frac{12 \times 5}{3} = 20$$

उदा.2 यदि दो शंख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा ।

(a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

(b) $\frac{b}{a}$

(c) $\frac{a}{b}$

(d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c)

हल माना दो शंख्याएँ P तथा Q हैं ।

$$P + Q = a$$

$$PQ = b$$

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} \Rightarrow \frac{Q + P}{PQ} = \frac{a}{b}$$

उदा.3 एक विद्यार्थी ने किसी संख्या का $\frac{5}{16}$ छात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का $\frac{5}{6}$ छात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर उही उत्तर से 250 अधिक था तो वही हुई संख्या छात कीजिये ।

- (a) 300 (b) 480 (c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

हल let the number be x

According to question

$$\frac{5}{6}x - \frac{5}{16}x = 250$$

$$\frac{40x - 15x}{48} = 250$$

$$25x = 250 \times 48$$

$$x = \frac{250 \times 48}{25} = 480 \text{ उत्तर}$$

उदा.4 150 को दो हिस्सों में विभाजित करें, जिससे कि उन दोनों के पारपथरिक (reciprocal) का योग $\frac{3}{112}$ हो तो दोनों हिस्सों की गणना करें -

- (a) 50, 90 (b) 70, 80
 (c) 60, 90 (d) 50, 100

उत्तर (b)

हल माना पहला हिस्सा x है, तो दूसरा हिस्सा $(150 - x)$ होगा ।

प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{(150 - x)} = \frac{3}{112}$$

$$\frac{150-x+x}{x(150-x)} = \frac{3}{112}$$

$$3x(150 - x) = 150 \times 112$$

$$150x - x^2 = \frac{150 \times 112}{3}$$

$$x^2 - 150x + 5600 = 0$$

$$x^2 - 70x - 80x + 5600 = 0$$

$$x(x - 70) - 80(x - 70) = 0$$

$$(x - 80)(x - 70) = 0$$

$$x = 80 \text{ या } 70$$

यदि पहला हिस्सा = 80 तथा दूसरा हिस्सा = $150 - 80 \Rightarrow 70$

यदि पहला हिस्सा = 70 तब दूसरा हिस्सा = $150 - 70 \Rightarrow 80$

Type 2 – तम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित

उदा.1 यदि किनहीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी ।

- (a) 47 (b) 48 (c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

हल x = कोई विषम संख्या है ।

प्रश्नानुसार,

$$(x) + (x + 2) + (x + 4) = 147$$

$$3x + 6 = 147$$

$$x = \frac{141}{3} = 47$$

$$\text{Middle Number } (x + 2) = 47 + 2 = 49$$

उदा.2 4 लगातार अभाज्य संख्याओं में से प्रथम तीन एवं अंतिम तीन का गुणनफल 385 एवं 1001 हो तो बड़ी अभाज्य संख्या इतनी है ।

हल a, b, c, d चार लगातार प्राकृतिक संख्या हैं ।

$$abc = 385 \quad (i)$$

$$bcd = 1001 \quad (ii)$$

$$\frac{abc}{bcd} = \frac{385}{1001} = \frac{5}{13}$$

$$\text{इसकी बड़ी अभाज्य संख्या} = 13$$

Trick:

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

$$1 + 3 + 5 + \dots + 99 = ?$$

$$? = \left(\frac{99+1}{2} \right)^2 = 2500 \text{ उत्तर}$$

उदा.3 50 एवं 100 के बीच आगे वाले तम संख्याओं का योग कितना होगा ?

हल $52 + 54 + 56 + \dots + 98$

$$= (2 + 4 + 6 + \dots + 98) - (2 + 4 + 6 + \dots + 50)$$

$$n = \frac{98}{2} = 49, n = \frac{50}{2} = 25$$

$$= 49 \times 50 = 2450, 25 \times 25 = 625$$

$$\therefore ? = 2450 - 625 = 1800 \text{ उत्तर}$$

Type 3 – भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित

उदा. 1 64329 को जब किसी अस्वी द्वे भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते हैं तो भाड़य क्या है ?

- (a) 184 (b) 224 (c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

हल

$$\begin{array}{r} \text{xxx} \\ \overline{)64329} \\ \text{xxx} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{xxx} \\ \overline{1752} \\ \text{xxx} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{xxx} \\ \overline{1149} \\ \text{xxx} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{xxx} \\ \overline{213} \\ \text{xxx} \end{array}$$

$$\text{Number at (1)} = 643 - 175 = 468$$

$$\text{Number at (2)} = 1752 = 114 - 1638$$

$$\text{Number at (3)} = 1149 - 213 = 936$$

$$\text{H.C.F. of } 468, 1638, 936 = 234$$

The divisor is 234. उत्तर

उदा. 2 $(3^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28})$ विभाजित है।

- (a) 11 (b) 16 (c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

$$\text{हल } (35^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28})$$

$$3^{25} (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3)$$

$$3^{25} \times 40 = 3^{24} \times 120$$

(अब विकल्प चेक करें इसे केवल 30 ही विभाजित कर सकता है)

उदा. 3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाड़य कितना होगा ?

- (a) 2706 (b) 2796
 (c) 2736 (d) 2826

उत्तर (c)

$$\text{हल शेषफल} = 36$$

$$\therefore \text{विभाजक} = 5 \times 36 = 180$$

$$\therefore \text{भागफल} = \frac{180}{12} = 15$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{भाड़य} &= \text{विभाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल} \\ &= 180 \times 15 + 36 \\ &= 2700 + 36 \\ &= 2736 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

Type - 4 इकाई अंक निकालना आधारित

उदा. 1 $313 \times 172 \times 447 \times 114$ के गुणनफल का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

हल प्रत्येक संख्या के इकाई अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा 32 का इकाई अंक 5 तरह होगा ।

$$\therefore 3 \times 2 \times 7 \times 4 = 168$$

$$= 8 \text{ तरह}$$

उदा. 2 $(3694)^{1739} \times (615)^{317} \times (841)^{491}$ में इकाई अंक कितना है ?

(a) 0

(b) 2

(c) 3

(d) 5

हल $(3694)^{1793}$ में इकाई अंक = $(4)^{1793}$ में इकाई = $\left\{ \left(4^2 \right)^{896} \times 4 \right\}$ में इकाई अंक
 $= (6 \times 4)$ में इकाई अंक = 4

$(615)^{317}$ में इकाई अंक = $(5)^{317}$ में इकाई अंक = 5

$(841)^{491}$ में इकाई अंक = $(1)^{491}$ में इकाई अंक = 1

$5 \times 4 \times 1 = 20$ इकाई अंक = 0

उदा. 3 $\left[\frac{(12)^{55}}{(3)^{11}} + \frac{(8)^{48}}{(16)^{18}} \right]$ का इकाई अंक ज्ञात करें ।

(a) 4

(b) 6

(c) 8

(d) 0

$$\frac{(12)^{55}}{(3)^{11}} + \frac{(8)^{48}}{(16)^{18}}$$

$$= \frac{\left(2^2 \times 3 \right)^{55}}{(3)^{11}} + \frac{\left(2^3 \right)^{48}}{\left(2^4 \right)^{18}}$$

$$= \frac{2^{110} \times 3^{55}}{(3)^{11}} + \frac{2^{144}}{2^{72}}$$

$$= 2^{110} \times 3^{44} + 2^{72}$$

प्रत्येक पद का इकाई अंक निकालने पर

$$2^2 \times 3^4 + 2^4$$

$$4 \times 81 + 16 \Rightarrow 4 + 6 = 10$$

$$\therefore = 0$$

Type-5 प्राकृतिक संख्याओं के square एवं cube तथा उनके योग एवं अंतर - आधारित

उदा. 1 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2) = ?$

- | | |
|----------|----------|
| (a) 385 | (b) 2485 |
| (c) 2870 | (d) 3255 |

हल हम जानते हैं कि : $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$$\begin{aligned}\therefore \text{दिया गया व्यंजक} &= (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2 + 11^2 + \dots + 20^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2) \\ &= \left(\frac{1}{6} \times 20 \times 21 \times 41\right) - \left(\frac{1}{6} \times 10 \times 11 \times 21\right) = (2870 - 385) = 2485.\end{aligned}$$

उदा. 2 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = ?$

हल $n = 10$

$$\begin{aligned}\because \sum N^3 &= \left\{\frac{N(N+1)}{2}\right\}^2 \\ \therefore ? &= \left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2 = \left(\frac{11 \times 10}{2}\right)^2 \\ &= 55^2 = 3025\end{aligned}$$

Type-6 दशमलव संख्या आधारित

उदा. 1 $18.484848\dots$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में निरूपित करने पर क्या लिखेंगे ?

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (a) $\frac{462}{25}$ | (b) $\frac{610}{33}$ |
| (c) $\frac{200}{11}$ | (d) $\frac{609}{33}$ |

हल माना $x = 18.484848\dots$ तब,

$$100x = 1848.484848\dots$$

$$\text{घटाने पर, } 99x = 1830 \Rightarrow x = \frac{1830}{99} = \frac{610}{33}$$

$$\text{अतः } 18.484848\dots \text{ का शूष्टि रूप} = \frac{610}{33}$$

उदा. 2 $\frac{0.\overline{936} - 0.\overline{568}}{0.\overline{45} + 2.\overline{67}}$ की परिमेय शंख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

हल $0.\overline{936} = \frac{936}{999}, 0.\overline{568} = \frac{568}{999}.$

$$\therefore (0.\overline{936} - 0.\overline{568}) = \left(\frac{936}{999} - \frac{568}{999} \right) = \frac{(936 - 568)}{999} = \frac{368}{998}$$

$$0.\overline{45} = \frac{45}{99}, 2.\overline{67} = 2 + 0.\overline{67} = 2 + \frac{67}{99} = \frac{198 + 67}{99} = \frac{265}{99}$$

$$\therefore (0.\overline{45} + 2.\overline{67}) = \left(\frac{45}{99} + \frac{265}{99} \right) = \frac{(45 + 265)}{99} = \frac{310}{99}$$

दिया गया व्यंजक $= \left(\frac{\frac{184}{368}}{999} \times \frac{\frac{11}{99}}{310} \right) = \frac{2024}{17205}$

Type-7 शून्य की शंख्या पर आधारित

उदा. 1 $(1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times \dots \times 98^{98} \times 99^{99} \times 100^{100})$ के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की शंख्या ज्ञात करें ?

- | | |
|----------|----------|
| (a) 1200 | (b) 1300 |
| (c) 1500 | (d) 1600 |

हल (b) शून्यों की शंख्या 5 की शंख्या तथा 2 की शंख्या पर निर्भर करता है।

$$\begin{aligned}
 5 \text{ की शंख्या } &= (5+10+15+\dots+100)+(25+50+75+100) \\
 &= 5(1+2+\dots+20)+250 \\
 &= 5 \times \frac{20 \times 21}{2} + 250 \\
 &= 1050 + 250 = 1300
 \end{aligned}$$

उदा. 2 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 250$ को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे ?

हल $\frac{250}{5} = 50$

$$\frac{50}{5} = 10$$

$$\frac{10}{5} = 2$$

\therefore शून्यों की शंख्या $= 50 + 10 + 2 = 62$