Toppersnotes®
Unleash the topper in you

HARYANA – CET

समान पात्रता परीक्षा

हरियाणा कर्मचारी चयन आयोग (HSSC)

भाग - 4

गणित एवं सामान्य विज्ञान

SIERRA INNOVATIONS

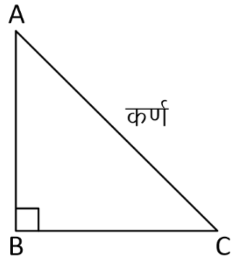
विषयसूची

18 CHAPTER

त्रिकोणमिती (Trigonometry)

समकोण त्रिभुज

1. ऐसा त्रिभुज जिसमें एक कोण 90° का हो, वह समकोण त्रिभुज कहलाता है।



2. समकोण के सम्मुख भुजा को कर्ण कहते है।
   - ABC एक समकोण त्रिभुज है जहाँ B पर समकोण है। AC कर्ण है।
   - $\angle C$ के लिए BC आधार व AB लम्ब होगा।
   - $\angle A$ के लिए AB आधार व BC लम्ब होगा।

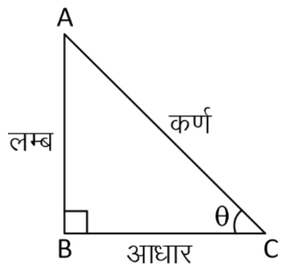
पाइथागोरस प्रमेय,
किसी समकोण त्रिभुज के कर्ण का वर्ग त्रिभुज की शेष दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

$(\text{कर्ण})^2 = (\text{आधार})^2 + (\text{लम्ब})^2$

$(AC)^2 = (AB^2) + (BC)^2$

न्यूनकोणो के त्रिकोणमितीय अनुपात

1. किसी समकोण त्रिभुज में किन्ही दो भुजाओ के अनुपात को त्रिकोणमितीय अनुपात कहते है।



2. θ के लिए यहाँ लम्ब AB व आधार BC होगा।

$\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC}$	$\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{BC}{AC}$
$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BC}$	$\cot\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = \frac{BC}{AB}$
$\sec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{AC}{BC}$	$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{AC}{AB}$

Trick:-

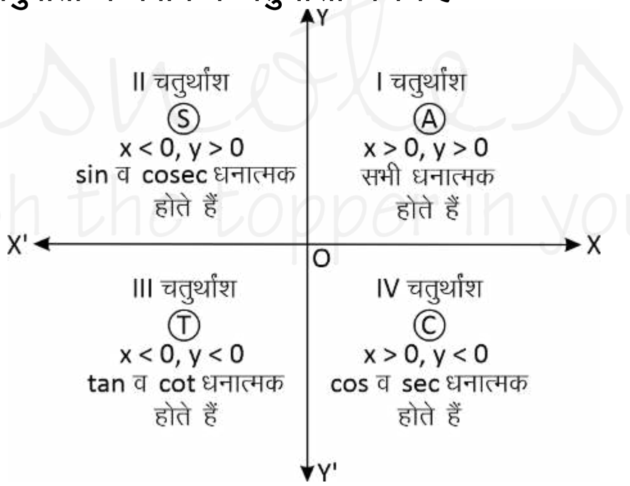
	sin ↑	cos ↑	tan ↑
लाल	L	A	L
कक्का	K	K	A
	↓ cosec	↓ sec	↓ cot

L = लम्ब
A = आधार
K = कर्ण

अनुपातों के मध्य संबंध

(i) $\sin\theta.\text{cosec}\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta = 1/\text{cosec}\theta$
(ii) $\tan\theta.\cot\theta = 1 \Rightarrow \tan\theta = 1/\cot\theta$
(iii) $\cos\theta.\sec\theta = 1 \Rightarrow \cos\theta = 1/\sec\theta$
(iv) $\tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$
(v) $\cot\theta = \cos\theta / \sin\theta$

अनुपातों के विभिन्न चतुर्थांशो में चिन्ह



Trick – ASTC (After School to College) or ASTC (Add Sugar to Coffee)

(90° – θ) के त्रिकोणमितीय अनुपात	(90° + θ) के त्रिकोणमितीय अनुपात	(180 + θ) के त्रिकोणमितीय अनुपात
$\sin(90-\theta) = \cos\theta$	$\sin(90+\theta) = \cos\theta$	$\sin(180+\theta) = -\sin\theta$
$\cos(90-\theta) = \sin\theta$	$\cos(90+\theta) = -\sin\theta$	$\cos(180+\theta) = -\cos\theta$
$\tan(90-\theta) = \cot\theta$	$\tan(90+\theta) = -\cot\theta$	$\tan(180+\theta) = \tan\theta$
$\cot(90-\theta) = \tan\theta$	$\cot(90+\theta) = -\tan\theta$	$\cot(180+\theta) = \cot\theta$
$\sec(90-\theta) = \text{cosec}\theta$	$\sec(90+\theta) = -\text{cosec}\theta$	$\sec(180+\theta) = -\sec\theta$
$\text{cosec}(90-\theta) = \sec\theta$	$\text{cosec}(90+\theta) = \sec\theta$	$\text{cosec}(180+\theta) = -\text{cosec}\theta$

Note :

$(90° \pm \theta)$ की स्थित में अनुपात change होगा।

$(270 \pm \theta)$ की स्थिति में अनुपात change होगा।

$(180 \pm \theta)$ व $(360 + \theta)$ की स्थिति में अनुपात change नहीं होगा।

रेडियन व डिग्री में संबंध

$180° = \pi$ रेडियन

$1° = (\pi/180)$ रेडियन

1 रेडियन $= (180/\pi)$ डिग्री

पूरक व संपूरक कोण

यदि दो कोण a व b है तब

$a + b = 90°$ (पूरक कोण युग्म)

$a + b = 180°$ (संपूरक कोण युग्म)

विशेष कोणो के त्रिकोणमितीय अनुपात

कोण / अनुपात	**0°**	$30° = \frac{\pi}{6}$	$45° = \frac{\pi}{4}$	$60° = \frac{\pi}{3}$	$90° = \frac{\pi}{2}$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	$\frac{\sin 0}{\cos 0} = \frac{0}{1} = 0$	$\frac{\sin 30}{\cos 30} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sin 45}{\cos 45} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 1$	$\frac{\sin 60}{\cos 60} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{3}$	$\frac{\sin 90}{\cos 90} = \frac{1}{0} = \infty$ (अपरिभाषित)
$\cot\theta$	$\frac{1}{0} = \infty$ (अपरिभाषित)	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞ (अपरिभाषित)
$\text{cosec}\theta$	∞ (अपरिभाषित)	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

कुछ महत्वपूर्ण कोणो के त्रिकोणमितीय अनुपात

θ	15°	18°	$22\frac{1}{2}°$	36°	75°
$\sin\theta$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$
$\tan\theta$	$2-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt{15}}}{5}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$	$\sqrt{5-2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

एक त्रिकोणमिति अनुपात, दूसरे त्रिकोणमिति अनुपात के रूप में

	sin θ	**cos θ**	**tan θ**	**cot θ**	**sec θ**	**cosec θ**
sin θ	sin θ	$\sqrt{1-\cos^2\theta}$	$\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\frac{\sqrt{\sec^2\theta-1}}{\sec\theta}$	$\frac{1}{\text{cosec }\theta}$
cos θ	$\sqrt{1-\sin^2\theta}$	cos θ	$\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\frac{\cot\theta}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\frac{1}{\sec\theta}$	$\frac{\sqrt{\text{cosec}^2\theta-1}}{\text{cosec }\theta}$
tan θ	$\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}$	tan θ	$\frac{1}{\cot\theta}$	$\sqrt{\sec^2\theta-1}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{cosec}^2\theta-1}}$
cot θ	$\frac{\sqrt{1-\sin^2\theta}}{\sin\theta}$	$\frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\frac{1}{\tan\theta}$	cot θ	$\frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	$\text{cosec}^2\theta-1$
sec θ	$\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\frac{1}{\cos\theta}$	$\sqrt{1+\tan^2\theta}$	$\frac{\sqrt{1+\cot^2\theta}}{\cot\theta}$	sec θ	$\frac{\text{cosec}^2\theta}{\sqrt{\text{cosec}^2-1}}$
cosec θ	$\frac{1}{\sin\theta}$	$\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\frac{\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\tan\theta}$	$\sqrt{1+\cot^2\theta}$	$\frac{\sec\theta}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	cosec θ

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

(1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(2) $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

(3) $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

त्रिकोणमितीय अनुपातों का परिसर

(i) sinθ तथा cosθ का मान हमेशा +1 और – 1 के बीच होता है अतः $-1 \le \sin\theta, \cos\theta \le 1$

(ii) $1 \le \text{cosec}\theta \le -1$

$1 \le \sec\theta \le -1$

(iii) tanθ व cotθ $-\infty$ से $+\infty$ तक कुछ भी हो सकता है।

त्रिकोणमितीय फलनो के महत्तम (Maximum) व न्यूनतम (Minimum) मान

त्रिकोणमितीय फलन	**Minimum**	**Maximum**
sinθ	–1	1
cosθ	–1	1
K sin nθ	–K	K
K cos nθ	– K	K
a sinθ + b cosθ	$-\sqrt{a^2+b^2}$	$\sqrt{a^2+b^2}$
b sinθ + a cosθ	$-\sqrt{a^2+b^2}$	$\sqrt{a^2+b^2}$

a sinθ – b cosθ	$-\sqrt{a^2+b^2}$	$\sqrt{a^2+b^2}$
$a\sin^2\theta + b\,\text{cosec}^2\theta$	$2\sqrt{ab}$	नहीं निकाला जा सकता
$a\cos^2\theta + b\sec^2\theta$	$2\sqrt{ab}$	–
$a\tan^2\theta + b\cot^2\theta$	$2\sqrt{ab}$	–
sinθ . cosθ	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
sinθ + cosθ	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$a\sin^2\theta + b\cos^2\theta$ (a > b)	b	a
$a\sin^2\theta + b\cos^2\theta$ (a < b)	a	b

Maximum एवं Minimum मान ज्ञात करने के लिए समान्तर माध्य (A.M.) व गुणोत्तर माध्य (G.M.) के सम्बन्ध का प्रयोग करते है।

A.M. $\ge$ G.M.

$$\frac{x+y}{2} \ge \sqrt{xy}$$

$$\frac{x+y+z}{3} \ge \sqrt[3]{xyz}$$

कुछ महत्वपूर्ण त्रिकोणमितीय सूत्र

(1) sin (A + B) = sinA cos B + cos A sin B

(2) sin (A – B) = Sin A cos B – cos A sin B

(3) cos (A + B) = cos A cos B – sin A sin B

(4) cos (A – B) = cos A cos B + sin A sin B

(5) $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

(6) $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

(7) $\cot(A+B) = \dfrac{\cot A.\cot B - 1}{\cot A + \cot B}$

(8) $\cot(A-B) = \dfrac{\cot A.\cot B + 1}{\cot B - \cot A}$

(9) 2 sin A cos B = sin (A + B) + sin (A – B)

(10) 2 cos A sin B = sin (A + B) – sin (A – B)

(11) 2 cos A cos B = cos (A + B) + cos (A – B)

(12) 2 sin A sin B = cos (A – B) – cos (A + B)

(13) $\sin(A+B) . \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$

(14) $\cos(A+B) . \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A$

(15) $\sin C + \sin D = 2\sin\left(\dfrac{(C+D)}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{(C-D)}{2}\right)$

(16) $\sin C - \sin D = 2\cos\left(\dfrac{(C+D)}{2}\right)\cdot\sin\left(\dfrac{(C-D)}{2}\right)$

(17) $\cos C + \cos D = 2\cos\left(\dfrac{(C+D)}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{(C-D)}{2}\right)$

(18) $\cos C - \cos D = 2\sin\left(\dfrac{C+D}{2}\right)\sin\left(\dfrac{D-C}{2}\right)$

(19) $\sin 2A = 2\sin A \cos A = \dfrac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$

(20) $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = \dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$

(21) $\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

(22) $\cot 2A = \left(\dfrac{\cot^2 A - 1}{2\cot A}\right)$

(23) $2\sin^2\theta = 1 - \cos 2\theta$

(24) $2\cos^2\theta = 1 + \cos 2\theta$

(25) sin(–x) = – sin x; cos (–x) = cos x; tan(–x) = – tan x

किसी भी त्रिभुज के संदर्भ में cos व sin के सूत्र

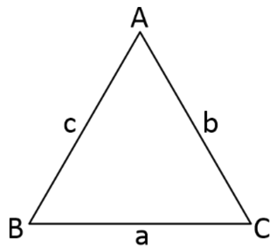
ABC एक त्रिभुज है जिसमें a, b व c इसकी भुजाओं की माप है।

Cosine Formula

(i) $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

(ii) $\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

(iii) $\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$



Sine Rule

$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$ (जहाँ R = परिवृत्त की त्रिज्या)

❖ **प्रश्नों को जल्दी हल करने में मददगार साबित होने वाले कुछ महत्वपूर्ण तथ्य जिन्हें याद किया जा सकता है।**

(1) $\sin^6\theta + \cos^6\theta = 1 - 3\sin^2\theta\cos^2\theta$

(2) $\sin^4\theta + \cos^4\theta = 1 - 2\sin^2\theta\cos^2\theta$

(3) $(\sin\theta + \cos\theta + 1)(\sin\theta + \cos\theta - 1) = 2\sin\theta\cos\theta$

(4) $(1 + \tan\theta + \sec\theta)(1 + \cot\theta - \mathrm{cosec}\theta) = 2$

(5) $1 + (\cot\theta + \sec\theta)(1 + \tan\theta - \mathrm{cosec}\theta) = 2$

(6) यदि $\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$
तब $\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = 4$

(7) यदि $\cos\theta + \cos^2\theta + \cos^3\theta = 1$
तब $\sin^6\theta - 4\sin^4\theta + 8\sin^2\theta = 4$

(8) $\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 2\sec\theta$

(9) $\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$

(10) $\dfrac{\sec\theta+\tan\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1} = \sec\theta+\tan\theta = \dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$

(11) $\dfrac{\sin\theta-\cos\theta+1}{\sin\theta+\cos\theta-1} = \dfrac{1}{\sec\theta-\tan\theta} = \sec\theta+\tan\theta$

(12) $\dfrac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta-\sin\theta} = \dfrac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta} = \tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\theta\right)$

(13) यदि $a\cos\theta - b\sin\theta = x$
$a\sin\theta + b\cos\theta = c$

(14) यदि $a\sec\theta + b\tan\theta = c$
$a\tan\theta + b\sec\theta = x$
तो $x = \pm\sqrt{c^2 + b^2 - a^2}$

(15) यदि $a\sec\theta - b\tan\theta = c$
$a\tan\theta + b\sec\theta = x$
तो $x = \pm\sqrt{c^2 + b^2 - a^2}$

(16) sin 1°, sin 2°, sin 3° .... sin 180° = 0

(17) cos 1°, cos 2°, cos 3° .... cos 90° = 0

(18) tan 1°, tan 2°, tan 3° .... tan 89° = 1

अभ्यास प्रश्न

पाइथागोरस प्रमेय

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि एक समकोण त्रिभुज ABC में, $\angle B$ एक समकोण है तथा AC = $2\sqrt{5}$ सेमी है । तदनुसार, यदि AB – BC = 2 सेमी हो, तो $(cos^2A - cos^2C)$ का मान क्या होगा ?

(a) 2/5 (b) 8/5
(c) 6/5 (d) 3/10

उदा.2 यदि **cosθ = $\frac{m}{n}$** हो, तो **tan θ = ?**

(a) $\frac{8\sqrt{2}}{2}$ (b) 3.5
(c) 3.75 (d) 4

उदा.3 **Δxyz में ∠y = 90^0, xy =$2\sqrt{6}$ तथा xz – yx = 2 तो secx + tanx =?**

(a) Rs. 22.50 (b) Rs. 27.30
(c) Rs. 28.80 (d) Rs. 29

उदा.4 यदि **cosec A = $\sqrt{10}$** हो तो **cotA. sinA. cosA** का मान कितना होगा ? **θ** न्यूनकोण है ।

रेडियन तथा डिग्री में संबंध

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किसी कोण का मान $\frac{3\pi}{5}$ रेडियन हो तो उस कोण का मान डिग्री में ज्ञात करें ?

उदा.2 63° 14’ 51” यदि का रेडियन माप है ?

(a) $\left(\frac{2811\pi}{8000}\right)^c$ (b) $\left(\frac{3811\pi}{8000}\right)^c$
(c) $\left(\frac{4811\pi}{8000}\right)^c$ (d) $\left(\frac{5811\pi}{8000}\right)^c$

हल (a)

उदा.3 त्रिभुज **ABC** में, **∠ABC = 75° तथा ∠ ACB = $\frac{\pi}{4}$. ∠ BAC** कर वृत्तीय माप ज्ञात करो ?

(a) $\frac{5\pi}{12}$ radian (b) $\frac{\pi}{3}$ radian
(c) $\frac{5\pi}{6}$ radian (d) $\frac{5\pi}{2}$ radian

हल (b)

$\frac{\pi^c}{4}$ तो ∠BAC का वृत्तीय माप ज्ञात करें ।

(a) $\frac{5\pi}{12}$ radian (b) $\frac{\pi}{3}$ radian
(c) $\frac{\pi}{6}$ radian (d) $\frac{\pi}{2}$ radian

हल (b)

उदा.5 **एक त्रिभुज के दो कोणों का योग 135° है और उनका अंतर $\frac{\pi}{12}$ है तो सबसे बडा कोण कितना होगा ?**

(a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{3\pi}{5}$
(c) $\frac{5\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi}{5}$

हल (c)

न्यून कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

प्रश्नों के हल

उदा.1 **यदि θ एक न्यूनकोण है और tan (4θ - 50°) = cot (50° - θ), है तो θ का मान डिग्री में क्या होगा ?**

(a) 30 (b) 40
(c) 50 (d) 20

हल (a)

उदा.2 **यदि tan (2θ + 45°) = cot 3θ जहाँ (2θ + 45°)**

(a) 5° (b) 9°
(c) 12° (d) 15°

हल (b)

उदा.3 **यदि sin(60-θ) = cos (– 30°) है, तो tan (– θ) है (मान ले कि θ और .. दोनों धनात्मक न्यून कोण है,) θ < 60° और .. > 30° के साथ)**

(a) $\frac{1}{3}$ (b) 0
(c) $\sqrt{3}$ (d) 1

हल (c)

अनुपातों के विभिन्न चतुर्थांशो में चिन्ह

प्रश्नों के हल

उदा.1 **$\cot 12^\circ . \cot 38^\circ \cot 52^\circ \cot 60^\circ \cot 78^\circ = ?$**

उदा.2 यदि **$\cos(\alpha + \beta) = 0$** हो तो **$\sin(\alpha - \beta) = ?$**

उदा.3 **$2\,\mathrm{cosec}^2 23^\circ \cot^2 67^\circ - \sin^2 23^\circ - \sin^2 67^\circ - \cot^2 67^\circ$** किसके बराबर है ?

(a) 1 (b) $\sec^2 23^\circ$

(c) $\tan^2 23^\circ$ (d) 0

हल (b) According to question,

अनुपातों के मध्य संबंध

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि **$3\tan\theta = 4$** हो तो $\dfrac{3\sin\theta + 2\cos\theta}{3\sin\theta - 2\cos\theta}$ का मान ज्ञात करें ?

उदा.2 $\sqrt{\dfrac{\sec\theta - 1}{\sec\theta + 1}} + \sqrt{\dfrac{\sec\theta + 1}{\sec\theta - 1}} = ?$

उदा.3 यदि **$\mathrm{cosec}\theta - \cot\theta = \dfrac{7}{2}$**, तो **$\mathrm{cosec}\theta$** का मान है ?

(a) $\dfrac{47}{28}$ (b) $\dfrac{51}{28}$

(c) $\dfrac{53}{28}$ (d) $\dfrac{49}{28}$

हल (c)

उदा.4 यदि **$\cos\theta + \sec\theta = 2$** हो, तो **$\cos^6\theta + \sec^6\theta$** का मान है ?

(a) 4 (b) 8

(c) 1 (d) 2

हल (d)

विशेष कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के मान

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि **$x \sin^2 60^\circ - \frac{3}{2}\sec 60^\circ \tan^2 30^\circ + \frac{4}{5}\sin^2 45^\circ \tan^2 60^\circ = 0$** तब x होगा ?

(a) $-\dfrac{1}{15}$ (b) -4

(c) $-\dfrac{4}{15}$ (d) 2

हल (c)

उदा.2 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\dfrac{\pi}{6}\cos\dfrac{\pi}{4} - \cot\dfrac{\pi}{3}\sec\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{5\tan\frac{\pi}{4}}{12\sin\frac{\pi}{2}}$ का मान बराबर है ?

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3/2

हल (a)

उदा.3 **$\dfrac{\sin 39^\circ}{\cos 51^\circ} + 2\tan 11^\circ \tan 31^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ - 3(\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ)$** का मान है –

(a) 2 (b) –1

(c) 1 (d) 0

हल (d)

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि **$\cos^4\theta - \sin^4 = \frac{2}{3}$**, तब **$1 - 2\sin^2\theta$** का मान है–

(a) 4/3 (b) 0

(c) 2/3 (d) 1/3

हल (c)

उदा.2 **$(\mathrm{cosec}\theta + \sin\theta)(\mathrm{cosec}\theta - \sin\theta)$** बराबर होगा ?

(a) $\cot\theta + \cos\theta$ (b) $\cos^2\theta + \tan^2\theta$

(c) $\cot^2\theta + \cos^2\theta$ (d) $\cot^2\theta + \cos\theta$

हल (c)

उदा.3 यदि **$\cos A + \cos^2 A = 1$ gks rks $\sin^2 A + \sin^4 A$** का मान ज्ञात कीजिए ?

त्रिकोणमितीय अनुपातों का परिसर

प्रश्नों के हल

उदा.1 **$\sin^2\theta - 3\sin\theta + 2 = 0$** का वास्तविक मान क्या होगा –

(a) $0° \le \theta < 90°$ (b) $0° < \theta < 90°$

(c) $\theta = 0°$ (d) $\theta = 90°$

हल (d)

उदा.2 यदि **$\sin(A + B) = 1$**, जहाँ **$0 < B < 45°$**, तो **$\cos(A - B)$** का मान क्या होगा ?

(a) sin2B (b) sinB

(c) cos2B (d) cosB

हल (a)

त्रिकोणमितीय फलनों के महत्तम व न्यूनतम मान

प्रश्नों के हल

उदा.1 **$2\sin^2\theta + 3\cos^2\theta$** का न्यूनतम मान क्या होगा ?

उदा.2 **$4\tan^2\theta + 9\cot^2\theta$** का न्यूनतम मान होगा ?

(a) 13 (b) 12

(c) 1 (d) 6

हल (b)

उदा.3 $5\cos\theta + 3\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + 3$ का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा ?

महत्वपूर्ण त्रिकोणमितीय सूत्रों पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि **A + B + C = 180° gks rks tanA + tan B + tanC =**

(a) 2tan A tanB tanC

(b) tanA tanB tanC

(c) cotA cotB cotC

(d) 3 tanA tanB tanC

हल (b)

उदा.2 **$\tan\theta(1 + \sec2\theta)(1 + \sec4\theta)(1 + \sec8\theta)$** का मान ज्ञात करो ?

(a) $\tan 10\theta$ (b) $\tan 8\theta$

हल (b)

उदा.3 **tan 56°** का मान क्या होगा ?

(a) $\frac{\cos11° - \sin11°}{\cos11° + \sin11°}$ (b) $\frac{\cos11° + \sin11°}{\cos11° - \sin11°}$

(c) $\frac{\cos11° + \sin11°}{\sin11° - \cos11°}$ (d) $\frac{\sin11° - \cos11°}{\cos11° - \sin11°}$

हल (b)

बीजगणितीय सूत्रों पर आधारित

उदा.1 यदि $\sin A + \sin B = -\frac{21}{65}$, $\cos A + \cos B = -\frac{27}{65}$ और $\pi < (A - B) < 3\pi$ है, तब $\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{-3}{\sqrt{130}}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{130}}$

(c) $\frac{6}{65}$ (d) $\frac{-6}{65}$

हल (b)

उदा.2 अगर **$c.\cos^3\theta + 3c.\cos\theta\sin^2\theta = m$, $c.\sin^3\theta + 3c.\cos^2\theta\sin\theta = n$** है तब **$[(m + n)^{2/3}]$** का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 1 (b) $2c^{\frac{3}{2}}$

(c) $2c^{\frac{2}{3}}$ (d) c

हल (c)

20 CHAPTER भौतिक विज्ञान

गति (Motion)

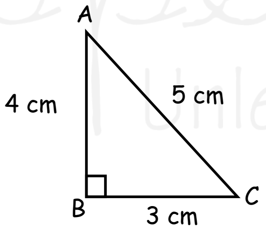
- किसी वस्तु, कण अथवा पिण्ड की स्थिति में समय के साथ परिवर्तन होना गति कहलाता है।
- कोई एक वस्तु एक व्यक्ति के लिए स्थिर अवस्था में तथा दूसरे व्यक्ति के लिए गति की अवस्था में हो सकती है।
- गति की अवस्था का मापन सदैव मूल बिंदू से किया जाता है।

गति के प्रकार

- सरल रेखीय गति
  उदाहरण – वाहनो का रोड़ पर चलना
- वृत्ताकार/वर्तुल गति
  उदाहरण – वृत्त, इसमें वस्तु एक निश्चित वृत्ताकार पथ में गति करती है।
- दोलनी गति
  उदाहरण – पेण्डुलम

विस्थापन

- प्रारंभिक बिंदु से अंतिम बिंदु की/के मध्य सरल रेखीय दूरी
- विस्थापन धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य हो सकता है।
- इस आकृति के अनुसार तय की गई दूरी 7 cm है परन्तु विस्थापन 5 cm है।



चाल एवं वेग

कोई वस्तु एकांक समय मे जितनी दूरी तय करती हैं, वह उसकी चाल है और कोई वस्तु एकांक समय में किसी निश्चित दिशा में जितनी दूरी तय करती हैं या विस्थापित होती हैं, उसे उस वस्तु का वेग कहते हैं। अत:

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}\, y = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समयांतराल}}$$

SI पद्वति में दोनो का मात्रक मीटर/सेकण्ड होता हैं।

चाल एवं वेग में अंतर

चाल	वेग
यह अदिश राशि है	यह सदिश राशि है
किसी भी वस्तु की चाल सर्दव धनात्मक होती है।	किसी वस्तु का वेग धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य हो सकता है।

त्वरण

यदि किसी वस्तु के वेग में समय के साथ परिवर्तन हो, तो इसके वेग–परिवर्तन की दर को इसका त्वरण (Acceleration) कहा जाता हैं तथा वस्तु की गति को त्वरित गति कहा जाता हैं।

$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग परिवर्तन}}{\text{समयांतराल}}$$

त्वरण एकसमान या असमान हो सकते हैं। यह एक सदिश राशि हैं। इसका मात्रक मीटर/सेकण्ड^2 होता हैं अर्थात् यदि समय के किसी बिन्दु पर वस्तु का त्वरण समान हो, तो वह एकसमान त्वरण को व्यक्त करता हैं, लेकिन ऐसा नहीं हैं, तो त्वरण असमान हो सकता हैं।

एक समान गति से गतिशील वस्तु के लिए त्वतण का मान शून्य होता हैं। ऋणात्मक त्वरण, मन्दन (Retardation) कहलाता हैं।

एक समान त्वरण गति

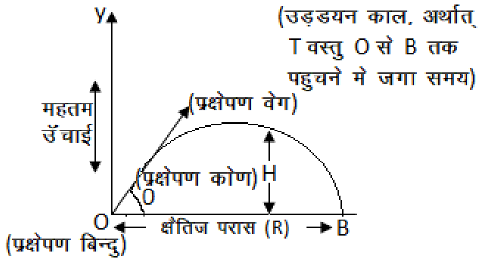
- एक समान त्वरण गति से आगे बढ रही वस्तु के बारे में व्याख्या निम्न समीकरणों के माध्यम से की जाती है।
  $v = u + At$
  $S = ut + ½ At^2$
  $v^2 = u^2 + 2aS$
  जहाँ u = प्रारम्भिक वेग
  v = अंतिम वेग
  S = t समय में तय की गई दूरी
  a = त्वरण
- एक समान गति का तात्पर्य है कि वस्तु समान समय अंतराल में समान दूरी तय करती है।

प्रक्षेप्य गति

जब किसी पिण्ड को एक प्रारम्भिक वेग (प्रक्षेपण वेग) से, उर्ध्वाधर दिशा से भिन्न दिशा मे फेंका जाता है, तो वह गुरूत्वीय त्वरण के अन्तर्गत उर्ध्वाधर तल मे वक्र पथ पर गति करता है, जिसे प्रक्षेप्य गति (Projectile Motion) कहते है; जैसे– तोप से छूटे गोले की गति, ईधन समाप्त होने पर रॉकेट की गति तथा हवाई जहाज से गिराए गए बम की गति आदि।

Note:

- प्रक्षेप्य को अधिकतम दूरी तक फेंकने के लिए उसे क्षैतिज से 45 डिग्री कोण पर ऊपर की ओर प्रेक्षिपत करना चाहिए।
- प्रक्षेप्य कण के उच्चतम पिंड पर वेग एवं त्वरण के बीच 90° का कोण बनता है।
- यदि एक प्रक्षेपक का क्षैतिज परास उसकी अधिकतम ऊंचाई का चार गुना हैं तो प्रक्षेपण कोण का मान होगा– 45°



प्रक्षेप्य पथ

उसके अनुसार, उर्ध्वाधर दिशा से भिन्न दिशा मे फेका गया पिण्ड एक वक्र पथ पर गति करता है, जिसे प्रक्षेपण पथ (Projectile Path) कहते हैं। प्रक्षेप्य का पथ परवलयाकार होता हैं। प्रक्षेप्य का पथ तभी परवलयाकार होता है, जब तक कि इसका वेग बहुत अधिक न हो।

प्रक्षेप्य गति से सम्बन्धित उदाहरण

- एक गेंद को छत से नीचे गिराएँ तथा ठीक उसी समय दूसरी गेंद को क्षैतिज दिशा मे फेके, तो दोनो गेदें पृथ्वी पर अलग–अलग स्थानो पर परन्तु एक साथ पहुँचेगी।
- पेड़ पर बैठे बन्दर के ठीक सामने की ओर एक शिकारी निशाना लगाकर गोली छोड़ता है उसी समय बन्दर पेड से नीचे कूद जाए तो गोली बन्दर को ही लगती है। यदि बन्दर पेड़ पर ही बैठा रहे तो गोलीय गुरूत्व के कारण कुछ नीची होने के कारण बन्दर को नहीं लगती हैं।
- यदि किसी तोप से 5 किग्रा तथा 10 किग्रा के दो गोले समान वेग से एक ही दिशा में फंके जाते हैं, तो दोनों पृथ्वी पर एक साथ पहुँचेगे, क्योकि गोलों के उड़ान का समय (उड्डयन काल) उनके द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता हैं।

न्यूटन की गति के नियम

1. गति का पहला नियम

- कोई वस्तु यदि आराम की अवस्था में है तो वह उसी अवस्था में रहती है और यदि वह गति की अवस्था में है। तो वह गतिशील ही रहती है जब तक कोई बाह्य बल उस पर आरोपित नहीं किया जाता है अर्थात् प्रत्येक वस्तु अपनी प्राथमिक स्थिति में ही रहना चाहती है।
- वस्तु द्वारा अपनी अवस्था में परिवर्तन के विरोध के गुण को जड़त्व कहते है।
- इसलिए इस नियम को जड़त्व का नियम भी कहते है। जड़त्व 2 प्रकार का होता है –

  (1) आराम की अवस्था का जड़त्व

  उदाहरण – गाड़ी के अचानक चलने पर उसमें बैठा व्यक्ति पीछे की ओर धक्का महसूस करता है। पेड को हिलाने पर फलो का नीचे गिरना इत्यादि।

  (2) गति की अवस्था का जड़त्व

  उदाहरण – लम्बी कूद में खिलाड़ी कूदने से पहले कुछ समय तक दौडता है।

  चलती हुई गाड़ी में अचानक ब्रेक लगने पर यात्री आगे की ओर धक्का महसूस करता है।

- इसे 'गैलिलियो का नियम' भी कहते है।
- गति के पहले नियम से बल को परिभाषित किया जाता है।

2. गति का द्वितीय नियम

- किसी वस्तु के संवेग के परिवर्तन की दर उस पर आरोपित बल के समानुपाती होती है।
- संवेग की दिशा वस्तु पर आरोपित बल की दिशा के समान ही होती है।
- इसे आवेग संवेग का नियम भी कहते है।
- यह नियम हमें बल का सूत्र प्रदान करता है।

  संवेग – किसी वस्तु के द्रव्यमान और उसके वेग का गुणनफल संवेग कहलाता है।

  यह एक सदिश राशि है जिसे $\vec{p}$ द्वारा दर्शाया जाता है।

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

गति के दूसरे नियम के उदाहरण

- कैच लपकते समय खिलाड़ी द्वारा हाथो को पीछे की ओर ले जाना।
- खिलाड़ी यदि रेतीली और पानी की सतह पर गिरता है तो उसे कम चोट लगती है परन्तु सख्त पर गिरने से अधिक चोट लगती है।

3. गति का तृतीय नियम

यह नियम 2 वस्तुओ पर एक साथ लगने वाले पारस्परिक बल क्रिया व प्रतिक्रिया पर निर्भर है जो भिन्न–भिन्न वस्तुओ पर कार्य करते है।

उदाहरण

- रॉकेट प्रक्षेपण
- गोली/बंदूक : बंदूक से गोली चलने पर पीछे की तरफ झटका लगना।
- तैराक द्वारा हाथों व पैरो को पानी को पीछे छोडते हुए आगे बढना।

बल

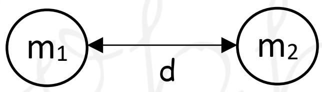
- बल वह भौतिक राशि है जो वस्तु की गति या आराम की अवस्था में परिवर्तन लाता है या परिवर्तन लाने का प्रयास करता है।
- यह एक सदिश राशि है जिसका मान वस्तु के द्रव्यमान और त्वरण के गुणनफल के बराबर होता है।
- किसी वस्तु पर लग रहे बल के बारे में पूर्ण जानकारी के लिए निम्न शर्तें आवश्यक है।
    - बल का परिमाण
    - बल के कार्य करने की दिशा
    - वह बिंदु जिस पर बल कार्य कर रहा है।

बल के मात्रक

- S. I. मात्रक = न्यूटन
- C.G.S. मात्रक = डाईन
- F.P.S. मात्रक = पाउण्डल

प्रकृति में चार मूल बल पाए जाते है –

1. **गुरूत्वाकर्षण बल**
    - ब्रह्माण्ड में कोई 2 वस्तुओ के मध्य उनके द्रव्यमान के कारण उत्पन्न बल।
    - यह बल वस्तुओ के मध्य की दूरी पर निर्भर करता है।
    - यह प्रकृति में पाए जाने वाले सबसे कमजोर बलों में से है।



$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2} \qquad \Rightarrow F = \frac{G m_1 m_2}{d^2}$$

जहाँ G = गुरूत्वाकर्षण नियतांक

$= 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$

    - इस बल के माध्यम से विभिन्न घटनाओं की व्याख्या की जाती है।
        (1) हमें पृथ्वी से बाँधे रखने वाला बल
        (2) चन्द्रमा का पृथ्वी के चारो ओर चक्कर लगाना
        (3) पृथ्वी का सूर्य के चारो ओर चक्कर लगाना

2. **दुर्बल नाभिकीय बल**
    - रेडियो सक्रिय पदार्थो से निकलने वाले α, β कणो के मध्य लगने वाला बल।

3. **विद्युत चुम्बकीय बल**
    - यह बल दो आवेशो के मध्य लगता है।
    - समान आवेश एक–दूसरे को विकर्शित तथा असमान आवेश एक दूसरे को आकर्शित करते है।
    - इसे 'कूलाम का नियम' कहते है।
    - यह बल गुरूत्वाकर्षण तथा दुर्बल नाभिकीय बल से अधिक होता है। (10^{36})

4. **प्रबल नाभिकीय बल**
    - यह बल प्रोटॉन–प्रोटॉन तथा प्रोटॉन–न्यूट्रॉन के मध्य लगता है।
    - इस बल के कारण ही नाभिक कभी टूटता नहीं है।
    - यह प्रकृति में पाया जाने वाला सबसे शक्तिशाली बल है।

अभिकेन्द्र बल

जब कोई पिण्ड (वस्तु) किसी निश्चित बिन्दु के परित: वृतीय पथ पर अचर वेग से गति करता है तब वृतीय गति (Circular Motion) करती प्रत्येक वस्तु पर एक बल केन्द्र की ओर लगता हैं जिसे अभिकेन्द्र बल (Centripetal Force) कहते हैं।

- इस बल का मान $F = mv^2/r$ होता है।
- अधिकतर सडके बाहर की तरफ से ऊँची उठी हुई रहती है जो इसी बल के सिद्धान्त पर आधारित है।

अभिकेद्री बल के उदाहरण

- इलेक्ट्रान का नाभिक के चारो ओर चक्कर लगाना।
- पृथ्वी का सूर्य के चारो ओर चक्कर लगाना
- वृतीय पक्ष में गतिमान वस्तु पर अभिकेंद्री बल लगता है।

अपकेन्द्रीय बल (Centrifugal Force)

- जब वस्तु एक वृत्ताकार मार्ग में गति करती है तो उस पर बाहर की तरफ बल लगता है जिसे अपकेन्द्रीय बल कहते है। यह एक आभासी (छद्म) बल होता हैं
- यह एक आभासी बल (Pseudo force) है।
  उदाहरण
    - Washing Machine में कपडो का साफ होना।
    - दूध से क्रीम अलग करने की मशीन इसी सिद्धान्त पर आधारित है।

ससंजक बल (Cohesive Force)

- एक ही पदार्थ के विभिन्न अणुओ के मध्य लगने वाला बल ससंजक बल कहलाता है।
- पृष्ठ तनाव इसी बल पर आधारित होता है।

आसंजक बल (Adhesive Force)

- विभिन्न पदार्थो के अणुओ के मध्य लगने वाला बल आसंजक बल कहलाता है।

घर्षण बल

- वह बल जो वस्तुओ के मध्य परस्पर गति का विरोध करता है।

- घर्षण बल सदैव गति की दिशा के विपरीत दिशा में लगता है।
- यह बल वस्तु की प्रकृति पर निर्भर करता है। चिकनी सतह पर वस्तुओ में घर्षण बल कम तथा खुरदरी सतह की वस्तुओ पर अधिक होता है।

घर्षण से लाभ व हानियाँ

लाभ

- घर्षण की अनुपस्थिति में पैदल चलना भी सम्भव नहीं है।
- घिरनियों (Pulleys), पट्टों (Belts), क्लचों (Clutches) तथा ब्रेको (Brakes), के संचालन के लिए घर्षण का विघमान होना परमावष्यक है।।
- घर्षण के कारण ही कील व पेंच (Nails And Screws) उन आवरन मे जिनमें उनको कसा जाता है, स्थिर रह पाते हैं।
- यदि घर्षण न हो तो एक दीवार व फर्श के बीच एक सीढी भी तिरछी नहीं खडी की जा सकती।
- घर्षण की अनुपस्थिति में पन्नों पर पेन की सहायता से लिखना भी सम्भव नही हो सकता।

हानियाँ

- घर्षण द्वारा दो वस्तुओं के मध्य सापेक्ष गति का विरोध होता हैं, जिस कारण अतिरिक्त उर्जा व्यय होती है।
- घर्षण के कारण मशीनों की दक्षता कम होती है, क्योकि घर्षण के विरूद्व कार्य करने में उर्जा का व्यय होता हैं।
- घूर्णन करने वाली मशीनों के पुर्जे घर्षण के कारण घिस जाते है तथा अधिक ध्वनि उत्पन्न करते है।

आवेग

किसी वस्तु पर आरोपित बल और उसके समय अंतराल के गुणनफल को आवेग कहते है।

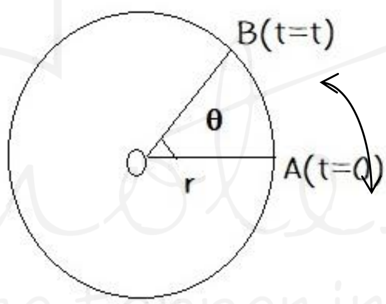
- **आवेग एक सदिश राशि है जिसका मात्रक न्यूटन–सेकण्ड या किग्रा–मी/सेकण्ड होता है**
- आवेग और संवेग दोनो का मात्रक समान होता है।
- **उदाहरण – चीनी मिट्टी के बर्तनों को कागज या घास–फूस में टुकडों में पैक करते है, जिससे गिरने की स्थिति में घास फूस के कारण आवेग, चीनी मिट्टी के बर्तनों तक पहुँचने में अधिक समय लगता है।**
- **रेलगाडी के डिब्बों की शंटिग के दौरान गंभीर झटको से बचने के लिए Buffers (प्रतिरोधों) का प्रयोग किया जाता है, जिससे झटको के दौरान ढाल को ढाब कम हो जाता है।**
- बल $\propto$ संवेग में परिवर्तन की दर

$$F = \frac{d(mv)}{dt} \Rightarrow \boxed{F = ma}$$

वृत्तीय गति (Circular Motion)

यदि कोई वस्तु वृत्तीय पथ पर एकसमान चाल से चलती है तो उसकी गति एक समान वृत्तीय गति कहलाती है। ऐसी वृत्तीय गति भी त्वरित होती है तथा त्वरण की दिशा सदैव वृत्त के केन्द्र की ओर होती है। वृत्तीय गति संबंधी कुछ पद निम्न प्रकार हैं –

1. आवर्तकाल (Time Period):- वृत्तीय गति में, कोई कण वृत्तीय पथ पर एक चक्कर पूरा करने में जितना समय लेता है, वह उस कण का आवर्तकाल कहलाता है। इसे T से प्रदर्शित करते है तथा इसका मात्रक सेकण्ड होता है।
2. आवृत्ति (Frequency):- वृत्तीय गति में कोई कण वृत्तीय पथ पर 1 सेकण्ड में जितने चक्कर लगाता है, वह कण की आवृत्ति कहलाती है। इसे ν से प्रदर्शित करते है, इसका मात्रक हर्ट्ज है।
3. कोणीय विस्थापन (Angular Displacement):- वस्तु के वृत्ताकार पथ के केन्द्र व वस्तु को मिलाने वाली रेखा द्वारा केन्द्र पर बनाए गए कोण को कोणीय विस्थापन कहते है। कोणीय विस्थापन का मात्रक रेडियन है व इसे $\Delta\theta$ से प्रदर्शित करते है।
   अतः कोणीय विस्थापन = चाप / त्रिज्या



4. कोणीय वेग (Angular Velocity) :- वृत्तीय गति करते हुए कण के कोणीय विस्थापन के समय के साथ परिवर्तन की दर को कण का कोणीय वेग कहते है। इसे ω से प्रदर्शित करते है, इसका मात्रक रेडियन से है।
   अर्थात्
   $$\omega = \frac{\text{कोणीय विस्थापन}}{\text{समयान्तराल}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$
5. कोणीय त्वरण (Angular Acceleration) :- कोणीय वेग परिवर्तन की दर को कोणीय त्वरण कहते है। इसे (α) से प्रदर्शित करते है। इसका मात्रक रेडियन/से^{2} होता है।
   अतः कोणीय त्वरण = ω/t
6. अभिकेन्द्रीय त्वरण (Centripetal Acceleration) :- जब कोई वस्तु एकसमान वृत्तीय गति करती है, तो उसकी

चाल तो नियत रहती है, परन्तु उसकी दिशा लगातार बदलती रहती है अर्थात् वस्तु का वेग बदलता रहता है अर्थात् एकसमान वृत्तीय गति में त्वरण होता है, इस त्वरण को ही अभिकेन्द्रीय त्वरण कहते है।

अभिकेन्द्रीय त्वरण = $a = \frac{v^2}{r}$ **या** $| = r\omega^2$

यहाँ r = वृत्तीय पथ की त्रिज्या,

v = वस्तु का रेखीय वेग तथा

ω = वस्तु का कोणीय वेग

संवेग संरक्षण का सिद्धांत (Law of Conservation of Momentum)

न्यूटन की गति के द्वितीय और तृतीय दोनों नियमों के सम्मिलित प्रभावों से संवेग संरक्षण के नियम की प्राप्ति होती है। इसके अनुसार, ''यदि कणों के किसी समूह या निकाय पर बाह्य बल न लग रहा हो तो, उस निकाय का कुल संवेग नियत रहता है।''

संवेग संरक्षण के नियम के उदाहरण

- रॉकेट प्रणोदन :– रॉकेट का उडना क्रिया–प्रतिक्रिया एवं संवेग संरक्षण के सिद्धान्तों पर आधारित है। रॉकेट का ईंधन जब जलता है तो तीव्र गति से गैसीय निकास होता है, जो प्रतिक्रिया स्वरूप रॉकेट को ऊपर धकेलता है।
- रॉकेट ईंधन का नियत वेग से दहन होने पर संवेग परिवर्तन की दर भी नियत रहती है, पर जैसे–जैसे रॉकेट उडता है उसमें ईंधन का दहन होने से रॉकेट का द्रव्यमान कम हो जाता है, जिसके कारण संवेग संरक्षण के नियमानुसार रॉकेट के वेग व त्वरण में वृद्धि होती है।
- संवेग संरक्षण के कारण ही जब कोई व्यक्ति नाव से कूदता है तो नाव पीछे खिसकती है।

गुरूत्वाकर्षण

न्यूटन का गुरूत्वाकर्षण का नियम

इस नियम के अनुसार, किन्हीं दो पिण्डों के मध्य कार्य करने वाला बल उनके द्रव्यमानों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। अर्थात्

बल, $F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$; k $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

जहॉं m_1 तथा m_2 पिण्डों के द्रव्यमान, r पिण्डों के बीच की दूरी तथा G एक सार्वत्रिक गुरूत्वाकर्षण नियतांक (Universal Gravitational Constant) हैं, जिसका S.I. मान 6.67×10^{-11} न्यूटन–मी²/किग्रा² होता हैं।

गुरूत्व

पृथ्वी एवं अन्य किसी पिण्ड के बीच लगने वाले बल को गुरूत्व बल तथा इस घटना को गुरूत्वाकर्षण (Gravity) कहते हैं अर्थात् गुरूत्व वह आकर्षण बल हैं जिससे पृथ्वी किसी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर खीचती है।

गुरूत्वीय त्वरण

गुरूत्व बल के कारण किसी पिण्ड मे उत्पन्न त्वरण गुरूत्वीय त्वरण (Acceleration due to Gravity) कहलाता हैं। इसे g से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक मी/से² या न्यूटन/किग्रा होता हैं।

$$g = G\frac{M_e}{R_e^2}$$

पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण,

जहॉं, G = गुरूत्वाकर्षण नियतांक

M_e = पृथ्वी का द्रव्यमान

R_e = पृथ्वी की त्रिज्या

अत: स्पष्ट है कि **g** का मान पिण्ड या वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

- पृथ्वी तल से नीचे जाने पर **g** का मान घटता है। ध्रुवों पर **g** का मान अधिकतम तथा विशुवत् रेखा पर न्यूनतम होता है।
- पृथ्वी के केन्द्र पर **g** का मान शून्य होता है। अत: किसी वस्तु का भार पृथ्वी के केन्द्र पर शून्य होता है, लेकिन द्रव्यमान नियत रहता हैं।
- यदि समान द्रव्यमान की दो वस्तुओं को मुक्त रूप से उपर से गिराया जाए, तो उनमें उत्पन्न त्वरण समान होगा।
- G का प्रमाणिक मान 45^0 अक्षांष (Latitude) तथा समुद्र तल पर 9.8 मी/से² होता हैं। यदि पृथ्वी अपने अक्ष के चारो ओर घूमना बन्द कर दे, तो ध्रुवों के अतिरिक्त प्रत्येक स्थान पर g के मान में वृद्धि हो जाएगी। यह विशुवत् रेखा पर सर्वाधिक तथा ध्रुवों पर सबसे कम होगी।

Note :-

- भूमध्य रेखा पर g का मान – न्यूनतम
- ध्रुवो पर g का मान – अधिकतम
- भूमध्य रेखा से ध्रुवो की ओर जाने पर गुरूत्वीय त्वरण का मान बढता जाता है क्योंकि भूमध्य रेखा पर पृथ्वी की त्रिज्या ध्रुवो की त्रिज्या से लगभग 21 किलोमीटर अधिक है। जैसे–जैसे हम ध्रुवो की की ओर जाने है वैसे–वैसे R_e का मान कम होता जाता है और गुरूत्वीय त्वरण का मान बढता जाता है।

- पृथ्वी अपने अक्ष पर घूमना बंद कर दे (w = 0) तो ध्रुवो के अतिरिक्त प्रत्येक स्थान पर g के मान में वृद्धि होगी। यदि वृद्धि विशुवत रेखा पर सर्वाधिक तथा ध्रुवो की ओर जाने पर कम होती जाएगी।
- पृथ्वी अपने अक्ष के परितः तेजी से घूमने लग जाए तो पृथ्वी के कोणीय वेग बढने के कारण g का मान घट जाएगा।

द्रव्यमान व भार

- किसी वस्तु का द्रव्यमान उसके जड़त्व का माप होता है, किसी वस्तु का जड़त्व उतना ही होगा, जितना उसका द्रव्यमान।
- जिस बल द्वारा पृथ्वी किसी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर खींचती है, उस बल को उस वस्तु को भार कहते है। भार का SI मात्रक = न्यूटन। W = Mg W = भार, M = द्रव्यमान, g = गुरूत्वीय त्वरण
- वस्तु का द्रव्यमान स्थिर रहता है अर्थात् वस्तु चाहे पृथ्वी पर हो या चंद्रमा पर या बाह्य अंतरिक्ष में। अर्थात् वस्तु का द्रव्यमान एक स्थान से दूसरे स्थान पर ले जाने पर नहीं बदलता है।
- वस्तु का भार उसके द्रव्यमान तथा गुरूत्वीय त्वरण पर निर्भर करता है और किसी भी राशि पर नहीं।

भारहीनता

- भारहीनता की स्थिति में, वस्तु का प्रभावी भार शून्य होता है।
- यदि नीचे उतरते समय लिफ्ट की डोरी टूट जाए, तब लिफ्ट में रखे व्यक्तियो को अथवा कृत्रिम उपग्रह के भीतर बैठे अंतरिक्ष यात्री को भारहीनता का अनुभव होता है।

पलायन वेग

वह न्यूनतम वेग, जिससे किसी पिण्ड को ऊपर की ओर फेंका जाय और वह पृथ्वी के गुरूत्वीय क्षेत्र को पार कर जाय तथा वापस पृथ्वी पर लौटकर न आये, पलायन वेग कहलाता है। इसका मान पृथ्वी पर 11.2 किमी/सैकेण्ड हैं।

ग्रहों, उपग्रहों में वायुमण्डल की उपस्थिति, किसी ग्रह या उपग्रह पर वायुमण्डल का होना या न होना, वहाँ पर पलायन वेग के मान पर निर्भर करता है। यदि पलायन वेग का मान बहुत अधिक है तो बहुत सघन वायुमण्डल होगा और यदि पलायन वेग कम है तो वायुमण्डल विरल होगा।

कार्य

- किसी वस्तु पर आरोपित बल एवं उसके कारण हुए विस्थापन को कार्य कहते है।
- कार्य एक अदिश राशि है।

  W = F.s (F = बल, S = विस्थापन)
- कार्य धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य हो सकता है।
- कार्य का मात्रक
  - S.I. मात्रक = जूल
  - C.G.S. मात्रक = अर्ग
- यदि किसी वस्तु पर 1N का बल लगाया जाए और उस विस्थापन हो तो किए गए कार्य की मात्रा 1 Joule होती।

  1 Joule = 10^7 Erg

कार्य के प्रकार (Types of Work)

कार्य मुख्यतः तीन प्रकार के होते है

1. **धनात्मक कार्य (Positive Work)**

   जब बल तथा विस्थापन एक ही दिशा में होता है, तब बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक होगा। धनात्मक कार्य का अर्थ है कि बाह्य बल, निकाय या वस्तु को ऊर्जा प्रदान करते है।

   उदाहरण : यदि कोई व्यक्ति किसी पिण्ड को पृथ्वी की सतह से ऊपर उठाता है, तो उसके द्वारा किया गया कार्य धनात्मक होगा।
2. **ऋणात्मक कार्य (Negative Work)**

   जब बल तथा विस्थापन विपरीत दिशा में होते है, तब बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होगा। ऋणात्मक कार्य का अर्थ है कि बल निकाय से ऊर्जा लेता है।

   उदाहरण : यदि कोई व्यक्ति किसी पिण्ड को पृथ्वी की सतह से ऊपर उठाता है तो गुरूत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होगा।
3. **शून्य कार्य (Zero Work)**

   जब बल तथा विस्थापन लम्बवत् दिशा में होते है, तब बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होगा।

   उदाहरण :

- यदि कोई कुली सिर पर बोझ उठाकर प्लेटफॉर्म पर चल रहा है, तो यह कोई कार्य नहीं करता (क्योंकि उसका कार्य गुरूत्व बल के लम्बवत् है)। जब वस्तु का विस्थापन, लगाए गए बल की दिशा में होता है, तो किया गया कार्य अधिकतम होगा। यदि वस्तु का विस्थापन शून्य है, तो वस्तु पर लगा बल कोई कार्य नहीं करेगा; जैसे सिर पर बोझा लिए खड़ा मजदूर कोई कार्य नहीं करता, चाहे वह खड़ा–खड़ा थक ही क्यों न जाए।

शक्ति

किसी मशीन अथवा किसी कर्ता के द्वारा कार्य करने की दर को उसकी शक्ति या सामर्थ्य (Power) कहते हैं अर्थात्

$$\text{सामर्थ्य} = \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}} \text{ या } P = \frac{w}{t}$$

शक्ति को जूल/सेकण्ड या वाट में मापते है।

शक्ति का व्यवहारिक मात्रक अश्व शक्ति (Horse Power या HP) है तथा 1 HP = 746 Watts।

साधरण मनुष्य की सामर्थ्य 0.05 HP से 0.1 HP होती है।

- विद्युत ऊर्जा का वाणिज्यिक मात्रक = KWh
- यदि 1000 watt के किसी भी उपकरण को 1 hour तक जाए तो इसमें खपत हुई ऊर्जा को 1 unit के बराबर माना।

ऊर्जा

- किसी वस्तु द्वारा कार्य करने की क्षमता की 'ऊर्जा' कहते है।
- ऊर्जा एक अदिश राशि है जिसका मात्रक कार्य के गणक के समान ही होते है।
- कार्य की तरह ऊर्जा भी अदिश राशि है व इसका मात्रक जूल है।
- कैलोरी ऊर्जा का एक बड़ा मात्रक है।
  1 कैलोरी = 4.18 जूल

ऊर्जा दो प्रकार की होती है :–

गतिज ऊर्जा

- वस्तु में गति के कारण जो ऊर्जा होती है उसे गतिज ऊर्जा कहते है।
  गतिज ऊर्जा हमेशा 'धनात्मक' होती है।

  $KE = \frac{1}{2}MV^2$ KE = गतिज ऊर्जा

  M = द्रव्यमान V = वेग
- बहती हुई हवा में 'गतिज ऊर्जा' होती है।

स्थितिज ऊर्जा (KE)

- वस्तु में उसकी अवस्था या स्थिति या विकृति के कारण संचित ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा कहलाती है।
- PE = mgh m = द्रव्यमान
  g = गुरूत्वाकर्षण h = ऊँचाई।
- खींचे हुई गुलेल एवं घड़ी की चाली में संचित ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा होती है।
- यांत्रिक ऊर्जा = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा

ऊर्जा संरक्षण का नियम (Law of Conservation of Energy)

इस नियम के अनुसार, ऊर्जा को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट परन्तु ऊर्जा को एक रूप से दुसरे रूप में बदला जा सकता है इसे ऊर्जा संरक्षण का नियम कहते है। विश्व की सम्पूर्ण ऊर्जा का परिमाण सदैव स्थित (Conserved) रहता है।

उदाहरण

- जब एक वस्तु को ऊँचाई से गिराया जाता है, तो वस्तु की स्थितिज ऊर्जा लगातार गतिज ऊर्जा में बदलती रहती है।
- जब एक वस्तु को ऊर्ध्वाधर (ऊपर की ओर) फेंका जाता है, तो वस्तु की गतिज ऊर्जा लगातार स्थितिज ऊर्जा में बदलती रहती है।
  अतः रूपांतरण (Transformation) से पहले या बाद में कुल ऊर्जा सदैव स्थिर रहती है।

  अर्थात् किसी पिण्ड की कुल ऊर्जा (गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा का योग) सदैव नियतांक होता है।

ऊर्जा का रूपांतरण

ऊर्जा का एक या अधिक प्रकार में रूपांतरण होता रहता है। ऊर्जा को एक रूप से अन्य में, विभिन्न उपकरणो की सहायता से परिवर्तित किया जा सकता है।

- विद्युत ऊर्जा से प्रकाश एवं ऊष्मा – विद्युत बल्ब
- रासायनिक ऊर्जा से विद्युत ऊर्जा – विद्युत सेल
- यांत्रिक ऊर्जा से विद्युत ऊर्जा – डायनमो
- स्थितिज ऊर्जा से विद्युत ऊर्जा – टरबाइन (जल विद्युत उत्पादन में)
- विद्युत ऊर्जा से यांत्रित ऊर्जा – मोटर
- ऊष्मा से यांत्रिक ऊर्जा – इंजन
- नाभिकीय ऊर्जा से ऊष्मीय ऊर्जा, ऊष्मीय ऊर्जा से यांत्रिकी ऊर्जा एवं यांत्रिकी ऊर्जा से विद्युत ऊर्जा – परमाणु विद्युत गृह।
- विद्युत ऊर्जा से ध्वनि ऊर्जा – स्पीकर
- विद्युत ऊर्जा से विद्युत चुंबकीय ऊर्जा – ट्रांसमीटर

आवर्त गति एवं तरंग

आवर्त गति

जब कोई पिण्ड एक निश्चित समयान्तराल में एक ही निश्चित पथ पर बार–बार अपनी गति को दोहराता हैं, तो उसकी गति आवर्त (Periodic Motion) गति कहलाती हैं; जैसे– पृथ्वी सूर्य के चारों ओर चक्कर लगाती हैं, तो पृथ्वी की वह गति आवर्त गति हैं।

विभिन्न प्रकार की तरंगो का वर्गीकरण

वर्गीकरण का आधार	तरंगो के प्रकार	मुख्य विशेषता	उदाहरण
माध्यम	• यान्त्रिक या प्रत्यास्थ तरंगे। • वैधुत चुम्बकीय या अप्रत्यास्थ तरंगे।	• माध्यम आवश्यक। • माध्यम आवश्यक नहीं।	• ध्वनि तरंगें, भूकम्प तरंगे • X–किरणें,
कम्पन	• अनुदैर्ध्य तरंगें। • अनुप्रस्थ तरंगें।	• तरंग संचरण के अनुदिश कम्पन। • तरंग संचरण के लम्बवत् कम्पन।	• ध्वनि तरंगे। • रस्सी में उत्पन्न तरंगे
त्रंग सरंचन के बिना	• एकविमीय तरंगे। • द्वि–विमीय तरंगे। • त्रिविमीय तरंगें।	• एक अक्ष के अनुदिश गतिमान। • एक तल पर गतिमान • सभी दिशाओं में गतिमान।	• तनी हुई रस्सी मे उत्पन्न तरंगें • जल की सतह पर उत्पन्न तरंगें • निर्वात् में संचरित प्रकाश तरंगें

(a) **यांत्रिक तरंग (Mechanical Wave)**

यांत्रिक तरंगें वे तरंगें होती हैं जिन्हें एक स्थान से दूसरे स्थान तक जाने के लिए एक माध्यम की जरूरत पड़ती है जैसे हवा पानी कांच आदि यह निर्वात में नहीं जा सकती है। यांत्रिक तरंग कंपन के द्वारा उत्पन्न होती हैं जल तरंगें, ध्वनि तरंग आदि यांत्रिक तरंगें है। ये दो प्रकार की होती है–

(i) **अनुप्रस्थ तरंग (Transverse Wave) –**

जब संचरण शील कण, माध्यम में तरंग के चलने की दिशा के लम्बवत् कम्पन करते है तो तरंग अनुप्रस्थ होती है। ये तरंग ठोस में एवं जल के उपरी सतह पर उत्पन्न होती है। जल के भीतर एवं गैसो में उत्पन्न नहीं होती है।

उदाहरण : **सितार** के तार की तरंग

(ii) **अनुदैर्ध्य तरंग (Longitudinal Wave) –**

जब माध्यम में संचरणशील कण, तरंग के संचरण की दिशा के समानान्तर कम्पन करते है तो तरंग अनुदैध्य होती है। ये तरंगे सभी माध्यमों (ठोस, द्रव, गैस) में उत्पन्न की जा सकती है। ये तरंगे संपीडन (Compression) व विरलन (Rarefaction) के रूप में संचरित होती है। भूकम्पी तरंगे, स्प्रिंग में उत्पन्न तरंगे आदि अनुदैर्ध्य तरंगे है। एक संपीडन के बीच की दूरी अथवा एक विरलन से दूसरे विरलन के बीच की दूरी अनुदैर्ध्य तरंग की तरंग दैर्ध्य कहलाती है।

उदाहरण : गैस में उत्पन्न तरंगे– अनुदैर्ध्य तरंगे

(b) **विद्युत चुम्बकीय तरंगे (Electromagnetic Wave)**

ये चुम्बकीय एवं विधुत क्षेत्रो के दोलन से उत्पन्न होने वाली अनुप्रस्थ तरंगे है। समप्रकाश, ऊष्मीय विकिरण, एक्स किरणे, रेडियो किरणो आदि इसके उदाहरण है। सभी विधुत चुम्बकीय तरंगे एक ही चाल से चलती है तथा इनकी चाल प्रकाश की चाल के बराबर तीन लाख किमी प्रति सेकेंड होता है।

विद्युत चुम्बकीय तरंगें	खोजकर्त्ता	उपयोग
गामा किरणे	बैकुरल	इसकी भेधन क्षमता अत्यधिक होती है, इसका उपयोग नाभिकीय अभिक्रिया तथा कृत्रिम रेडियों धर्मिता में की जाती है।
एक्स किरणें	रॉन्टजन	चिकित्सा एवं औद्योगिक क्षेत्र में।
पराबैंगनी किरणें	रिटर	अदृश्य लिखावट को देखने, अंगुली के निशानों का पता लगाने में, नकली करेन्सी का पता लगाने में, प्रकाश वैद्युत प्रभाव को उत्पन्न करने, बैक्टीरिया को नष्ट करने में
दृश्य किरणें	न्यूटन	इसमें हमें वस्तुएँ दिखाई पड़ती है।
अवरक्त विकिरण	हरशैल	ये किरणें ऊष्मीय विकिरण है। ये जिस वस्तु पर पड़ती है, उसका ताप बढ़ जाता है। इसका उपयोग कहरें में फोटोग्राफी करने, रोगियों की सेकाई करने में, टीवी के रिमोट कन्ट्रोल में किया जाता है।
लघु रेडियो तरगे या हाटर्ज तरंगे	हेनरिक हर्ट्ज	रेडियो, टेलिविजन एवं टेलिफोन में इसका उपयोग किया जाता है।
दीर्घ रेडियो तरंगें	मारकोनी	रेडियों एवं टेलिविजन में उपयोग होता है।

(c) ध्वनि तरंगे (Sound Waves)

ये अनुदैर्ध्य यांत्रिक तरंगे है ये विभिन्न आवृतियों की होती है। जिनकी आवृति 20 हट्र्ज से 20000 हट्र्ज के बीच हो। जिनकी अनुभूति व्यक्ति के कानों द्वारा हो उसे ध्वनि कहते है। ध्वनि तरंगे दोलन कर रहे किसी स्त्रोत से उत्पन्न होकर, वायु से गुजरती हुई व्यक्ति के कानों तक पहुँचकर कान के पर्दे को दोलित कर देती है और ध्वनि सुनाई देने लगती है। ध्वनि तरंगो को आवृति व परिसर के अनुसार तीन भागों में बांटा जाता है।

(i) **श्रव्य तरंगे (Audible Waves)** –
वे यांत्रिक तंरगे जिनकी आवृति परिसर 20 से लेकर 20000 हट्र्ज तक होता है श्रव्य तरंगे कहलाती है।

(ii) **अवश्रव्य तरंगे (Infrasonic Waves)**
वे यांत्रिक तंरगे जिनकी आवृति 20 हट्र्ज से कम होती है ये मनुष्य को सुनाई नही देती है। ये भूकम्पं के समय पृथ्वी के अन्दर एवं हृदय की धडकन से उत्पन्न होती है।

(iii) **पराश्रव्य तरंगे (Ultrasonic Waves)**
वे अनुदैर्ध्य यांत्रिक तरंगे जिनकी आवृति 20000 हट्र्ज से अधिक होती है। मनुष्य के कान इनको नही सुन सकते कुता, बिल्ली, चमगादड, डालफिन आदि इनको सुन सकते है। इनमें अत्यधिक मात्रा में ऊर्जा संचित होने से इनका उपयोग ट्यूमर पता करने, दॉत निकालने आदि के अतिरिक्त जीवों की कोशिकाओं को नष्ट करने, तंत्रिक व गठिया रोगो के इलाज में, हवाई अड्डों पर धुंध को हटाने, कपडों की धुलाई, घडी तथा विमानों के आन्तरिक कल – पुर्जो की सफाई में समुद्र की गहराई, अन्दर की बडी बडी चट्टानों, हिमशैलों, मछलियाँ का पता लगाने में किया जाता है।

ध्वनि का परावर्तन (Reflection of Sound)

ध्वनि भी प्रकाश की तरह परावर्तित होती है ध्वनि की तरंग दैर्ध्य अधिक होने के कारण इसका परावर्तन बडे पृश्ठो से ही होता है। कुऑ, पहाड, नदी, घाटी, दीवार आदि से ध्वनि परिवर्तित हो जाती है।

ध्वनि का अपवर्तन (Refraction of Sound)

प्रकाश की भाँति ध्वनि तरंगे भी माध्यम के परिवर्तन से अपवर्तित हो जाती है। ध्वनि तरंगो का अपवर्तन वायु की भिन्न भिन्न पर्तों का ताप भिन्न होने के कारण होता है गर्म वायु में ध्वनि की चाल ठण्डी वायु की अपेक्षा अधिक होती है। अतः ध्वनि तरंगे जब गर्म वायु से ठण्डी में या ठण्डी वायु से गर्म वायु में प्रवेश करती है तो अपने मार्ग से विचलित हो जाती है। दिन के समय गर्मी के कारण पृथ्वी के समीप की वायु उपर की अपेक्षा अधिक गर्म होती है, जिससे किसी स्त्रोत से उत्पन्न ध्वनि दूर तक नहीं सुनाई देती। इसके विपरीत रात्रि के समय ध्वनि दूर तक सुनाई देती है क्योकि पृथ्वी के आस पास के बजाय उपरी परत का ताप अधिक होता है।

ध्वनि का व्यतिकरण (Interference of Sound)

- दो समान आवृति व आयाम की दो ध्वनि तरंगे एक साथ किसी बिन्दु पर पहुँचती है तो उस बिन्दु पर ध्वनि उर्जा का पुनर्वितरण हो जाता है। इसे ही ध्वनि का व्यतिकरण कहते है।
- यदि दोनो तरंगे एक ही कला (Phase) में पहुँचती है तो परिणामी आयाम दोनो तरंगो के योग के बराबर होने से ध्वनि तीव्र होगी इसे संपाती व्यतिकरण कहते है।
- यदि दोनो तरंगे विपरीत कला में मिलती है तो व्यतिकरण विनाशी होगा व ध्वनि की तीव्रता न्यूनतम होगी।
- समुद्र मे नीरव क्षेत्र (Slience Zone) विनाशी व्यतिकरण के कारण होता है
- रेडियो स्टेशन का प्रसारण कभी–कभी साफ सुनाई नही देता यह भी विनाशी व्यतिकरण के कारण होता है।

ध्वनि प्रदूषण

- पर्यावरण में अवांछित ध्वनियों को ही ध्वनि प्रदूषण कहते है।
- ध्वनियों की तीव्रता 90-95 डेसीबल से लेकर 140-150 डेसीबल के मध्य हो सकती है।
- WHO के द्वारा नगर के लिए निर्धारित किया गया सुरक्षित ध्वनि प्रदूशण 45 डेसीबल है।
- 80 डेसीबल से अधिक तीव्रता वाला हानिकारक ध्वनि, प्रदूषक कहलाती है।

प्रतिदीप्ति (Fluorescence)

कुछ पदार्थ जब उच्च आवृत्ति वाले प्रकाश (नीला या अल्ट्रावायलेट) द्वारा प्रदीप्त किये जाते है तो ये अपेक्षाकृत कम आवृत्ति का प्रकाश उत्सर्जित करते है। यह उत्सर्जन तब तक होता है जब तक पदार्थ को प्रदीप्त किया जाता है। इस परिघटना को प्रतिदीप्ति कहते है।

अनुप्रयोग

- प्रतिदीप्ति प्रभाव के कारण अल्ट्रावायलेट किरणों का पता लगाया जा सकता है।
- X – किरणे तथा अल्ट्रावायलेट किरणें बेरियम प्लेटिनो सायनाइड पर प्रतिदीप्ति उत्पन्न करती है।
- सडक किनारे लगने वाले निर्देशक बोर्डों को सामान्यतः प्रतिदीप्ति पेंट से पेंट किया जाता है जिससे रात (अंधेरे) में रोशनी पडने पर ये चमकीले दिख सकें।

स्फुरदीप्ति (Phosphorescence)

कुछ पदार्थ ऐसे होते है जो प्रकाश स्त्रोत हटाने पर भी उसके बाद कुछ देर तक प्रकाश का उत्सर्जन करते रहते है। इस परिघटना को स्फुरदीप्ति कहते है। घड़ी की सुईयाँ, साइन बोर्ड, बिजली के बोर्डो आदि पर स्फुरदीप्ति करते है तथा ये रात में स्फुरदीप्ति के कारण चमकते है।

अनुनाद (Resonance)

किसी मुक्त दोलन करने वाली वस्तु पर कोई बाह्य आवर्त बल लगाने पर वस्तु दोलनो के अन्तर्गत दोलन करती है लेकिन यदि बाह्य आवर्त वस्तु की अपनी स्वाभाविक आवृति के बराबर हो तो इस दषा में दोलनों का आयाम बहुत अधिक बढ जाता है, इसी अवस्था को अनुनाद कहते है।

उदाहरण

सेना का पुल पार करते समय मार्च पास्ट न करने की सलाह, गायक के स्वर से खिडकी का टूटना, बस की खडखडाहट आदि।

अनुरणन (Reverberation)

किसी हॉल में ध्वनि स्त्रोत के बन्द करने के बाद भी ध्वनि का कुछ देर तक सुनाई देना 'अनुरणन' या अनुगूंज कहलाता है। जितने समय तक यह ध्वनि सुनाई देती है उसे अनुरणन काल कहते है। किसी हॉल का अनुरणन काल यदि .8 सेकेण्ड से अधिक है तो वक्ता द्वारा दिया गया भाषण सुनाई नहीं देगा। अनुरणन काल शून्य वाले हाल को गूँजहीन हाल (Dead Hall) कहते है। अनुरणन रोकने हेतु हॉल की दीवारें खुरदरी एवं मोटे पर्दो से ढक दी जाती है। अनुरणन शून्य होने पर आवाज बहुत धीमी सुनाई देगी।

प्रतिध्वनि (Echo)

किसी परावर्तक तल से वापस लौटकर सुनाई देने वाली ध्वनि को प्रतिध्वनि कहते है। यदि स्त्रोत परावर्तक तल के समीप स्थित होगा तो प्रतिध्वनि नहीं सुनाई देगी। प्रतिध्वनि सुनने के लिए न्यूनतम 16.6 मी. (लगभग 17 मी) की दूरी ध्वनि स्त्रोत व परावर्तक तल के बीच होनी चाहिए। कोई ध्वनि हमारे कानों मे .1 सेकेण्ड तक रहती है। अतः प्रति ध्वनि सुनने के लिए आवश्यक है कि ध्वनि .1 सैकेण्ड बाद हमारे कानो तक पहुचे। चन्द्रमा पर प्रतिध्वनि नहीं सुनाई देगी प्रतिध्वनि का कारण है – ध्वनि का परावर्तन होना।

डॉप्लर प्रभाव

जब ध्वनि स्त्रोत एवं श्रोता के बीच आपेक्षित गति होती है, तो श्रोता को ध्वनि की आवृति बदलती हुई प्रतीत होती हैं। इसी प्रभाव को डॉप्लर प्रभाव (Doppler's Effect) कहते हैं। इसमे तीन स्थितियाँ सम्भव हैं

(i) जब आपेक्षिक गति के कारण स्त्रोत एवं श्रोता के बीच की दूरी घट रही होती हैं, तो आवृति (आभासी) बढ़ती हुई प्रतीत होती हैं।

(ii) जब आपेक्षिक गति से स्त्रोत तथा श्रोता के बीच की दूरी बढ रही होती हैं, तो आवृति (आभासी) घटती हुई प्रतीत होती है।

(iii) जब स्त्रोत एवं श्रोता के बीच की दूरी नियत रहती हैं, तो डॉप्लर प्रभाव शून्य रहता हैं। ध्वनि तरंगो के लिए आभासी आवृति

$$\frac{\text{प्रेक्षक के सापेक्ष ध्वनि का वेग}}{\text{स्त्रोत के सापेक्ष ध्वनि का वेग}} \text{ वास्तविक आवृति}$$

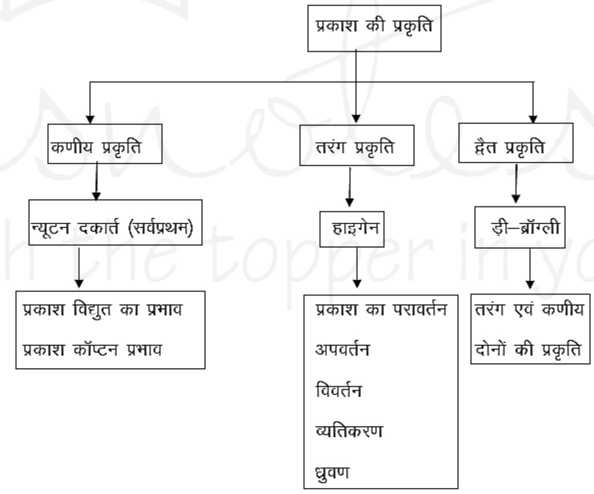
प्रकाश

प्रकाश उर्जा का ही एक ऐसा रूप है जो नेत्र की रेटिना को उतेजित करके हमें दृष्टि संवेदनशील बनाता है तथा इसी के कारण हम वस्तुओं को देख पाते हैं। प्रकाश, विद्युत चुम्बकीय तरंगे है तथा इनसे प्राप्त विद्युत चुम्बकीय स्पेट्रम का एक सूक्ष्म भाग (4000A-7800A) ही मानव नेत्र को वस्तुएँ दिखाने मे सहायक होता है, जिसे दृश्य प्रकाश कहते है। भौतिक विज्ञान की जिस शाखा के अन्तर्गत प्रकाश के गुणो का विस्तृत अध्ययन किया जाता है, प्रकाशिकी (Optics) कहलाती है।

प्रकाश की चाल

विभिन्न माध्यमो मे प्रकाश की चाल भिन्न–भिन्न होती है। निर्वात् या वायु मे प्रकाश की चाल (Speed of Light) सर्वाधिक अर्थात् 3×10^8 मी./से होती है, जो माध्यम जितना अधिक सघन होता हैं उसमें प्रकाश की चाल उतनी ही कम होती है। प्रकाश की किसी माध्यम मे चाल, $u = c/\mu$ होती है, जहाँ $c = 3 \times 10^8$ मी/से तथा μ माध्यम का अपवर्तनांक (Refractive Index) है।

प्रकाश के वेग की गणना सर्वप्रथम रोमर ने की। सूर्य के प्रकाश को पृथ्वी तक पहुँचने मे औसतन 8 मिनट 16.6 सेकण्ड का समय लगता हैं। चन्द्रमा से परावर्तित प्रकाश को पृथ्वी तक आने में 1.28 सेकण्ड का समय लगता हैं।



दर्पण

- Polish (कलई) करने के लिए $AgNO_3$ (सिल्वर नाइट्रेट) या पारे (Hg) का प्रयोग किया जाता है।
- दर्पण को समतल व गोलीय दो भागों में बांटा जाता है।

समतल दर्पण

यदि परावर्तक पृष्ठ समतल हों तो उस दर्पण को 'समतल दर्पण' कहते हैं। यदि परावर्त पृष्ठ गोलीय हो तो दर्पण को 'गोलीय दर्पण' कहते हैं।

समतल दर्पण में प्रतिबिम्ब

- समतल दर्पण से प्राप्त प्रतिबिम्ब सदैव आभासी व सीधा होता है।
- प्रतिबिम्ब का आकार वस्तु के आकार के बराबर होता है।
- प्रतिबिम्ब दर्पण के पीछे उतनी ही दूरी पर बनता हैं, जितनी की दूरी पर वस्तु दर्पण से दूर है।
- वस्तु का पूरा प्रतिबिम्ब देखने हेतु दर्पण की ऊँचाई वस्तु की ऊँचाई से आधी होनी चाहिए।
- जब कोई दो दर्पण एक दूसरे के साथ किसी कोण पर झुके हुए हों तो उनमें बनने वाले प्रतिबिम्बों की संख्या (n)

$$n = \frac{360}{\theta} - 1$$

जहाँ θ दो दर्पणों के मध्य कोण।

- यदि कोई वस्तु दो दर्पण जो 90^0 कोण पर रखे दर्पणों के बीच रखी हो तो बनने वाले प्रतिबिम्बों की संख्या 3 होगी।

$$\left[n = \frac{360}{\theta} - 1\right], \theta = 90^0$$

$$n = \frac{360}{90} - 1$$

$$n = 3$$

- यदि दोनों दर्पण समान्तर हों तो बनने वाले प्रतिबिम्बों की संख्या अनन्त होगी।
- यदि कोई वस्तु दर्पण के सापेक्ष V चाल से गतिमान हो तो वस्तु व प्रतिबिम्ब की सापेक्ष चाल 2V होगी।
- गोलीय दर्पण –
  - खोखले शीशे के गोले का भाग होता है।
  - प्रकृति धातु की दर्पण से दूरी पर निर्भर करता हैं
  - यदि दर्पण की उभरे भाग की कलई की जाती है तो – उत्तल दर्पण।
  - धँसे भाग की कलई करने पर अवतल दर्पण कहलाता है।

लेन्स (Lens)

- दो गोलीय या एक गोलीय एवं एक समतल सतह से शीशे के बने प्रकाशिक यंत्र (Optical Instrument) को लेंस कहते हैं।
- दो गोलीय सतहों वाले लेन्स को अवतल (Concave) तथा उत्तल (Convex) में वर्गीकृत किया जाता है।
- लेन्सों की आपतित किरणों को मोड़ने की क्षमता को उसकी शक्ति कहते हैं। लेन्स की शक्ति लेन्स के फोकस के व्युत्क्रम के बराबर होता है ($P = l/f$) लेन्स की शक्ति का मात्रक डाइऑप्टर (Diopter) होता है, जिसे D द्वारा सूचित किया जाता है।

उत्तल लेन्स (Convex Lens)

- इसके दोनों सतह उभरे होते हैं।
- शीर्ष का भाग संकरा (narrow) तथा बीच का भाग चौड़ा होता है।
- इसका प्रधान फोकस धनात्मक होता है। अतः इसकी क्षमता भी धनात्मक होती है।
- इसमें किसी वस्तु की प्रतिबिम्ब की स्थिति एवं प्रकृति वैसी ही होती है जैसे अवतल दर्पण में होता है। उपयोगः कैमरा, सूक्ष्मदर्शी, दूरदर्शी तथा दूर–दृष्टि दोष वाले व्यक्ति के चश्मे में।

अवतल लेन्स (Concave Lens)

- इसका दोनों भाग धँसा होता है।
- इसमें बनने वाले प्रतिबिम्ब की स्थिति एवं प्रकृति उत्तल दर्पण की तरह होती है।
- इसकी फोकस दूरी ऋणात्मक (Negative) होती है। अतः इसकी क्षमता भी ऋणात्मक होती है। उपयोगः गैलीलियो दूरदर्शी के नेत्रिका तथा निकट दृष्टि दोष वाले व्यक्ति के चश्मे में।

प्रकाश का अपवर्तन

जब प्रकाश एक माध्यम (जैसे– वायु) से दूसरे माध्यम (जैसे– काँच) में जाता है तो इसका एक भाग पहले माध्यम मे वापस आ जाता है तथा शेश भाग दूसरे माध्यम में प्रवेष कर जाता है। जब यह दूसरे माध्यम से गुजरता है तो इसकी संचरण दिशा परिवर्तित हो जाती है। यह अभिलम्ब की ओर झुक जाती है या अभिलम्ब से दूर हट जाती हैं।

यह परिघटना अपवर्तन (Refraction) कहलाती है। प्रकाश के अपवर्तन में, जब प्रकाश एक माध्यम से दूसरे माध्यम में जाता है तो इसकी तीव्रता घट जाती है। **अपवर्तन के दो नियम हैं–**

(i) आपतित किरण, आपतन बिन्दु पर अभिलम्ब व अपवर्तित किरण तीनों एक ही तल मे होते हैं।

(ii) आपतन कोण की ज्या ($\sin i_1$) व अपवर्तन कोण की ज्या ($\sin i_2$) का अनुपात एक नियतांक होता है, जिसे दूसरे माध्यम का पहले माध्यम के सापेक्ष अपवर्तनांक कहते है।