



उत्तर प्रदेश

लेखपाल

उत्तर प्रदेश अधीनस्थ सेवा चयन आयोग (UPSSSC)

भाग - 1

सामान्य हिन्दी और गणित



विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	लिंग	1
2	वचन	5
3	काल	6
4	संधि	8
5	समास	23
6	कारक	29
7	तत्सम – तद्वचन शब्द	32
8	पर्यायवाची	34
9	विलोम शब्द	36
10	वाक्य के लिए एक शब्द	42
11	लोकोक्तियाँ	48
12	मुहावरे	51
13	अनेकार्थक शब्द	57
14	वर्तनी शुद्धि	60
15	वाक्य रचना	74
16	अपठित गद्यांश	78
17	संख्या पद्धति	86
18	प्रतिशतता	93
19	लाभ – हानि	97
20	सांख्यिकी (केंद्रीय प्रवृत्ति के माप)	102
21	डेटा इंटरप्रिटेशन	108
22	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	119
23	द्विघात समीकरण	122

विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
24	बीजगणित	125
25	ज्यामिति	130
26	क्षेत्रमिति	147

1 CHAPTER

लिंग



लिंग शब्द का अर्थ होता है- चिह्न या पहचान।

लिंग से तात्पर्य भाषा के ऐसे प्रावधानों से है जो वाक्य के कर्ता के स्त्री, पुरुष, निर्जीव होने के अनुसार बदल जाते हैं। विश्व की लगभग एक चौथाई भाषाओं में किसी न किसी प्रकार की लिंग व्यवस्था है।

हिन्दी में दो लिंग होते हैं पुल्लिंग तथा स्त्रीलिंग, जबकि संस्कृत में तीन लिंग होते हैं- पुल्लिंग, स्त्रीलिंग तथा नपुंसक लिंग। फारसी जैसे भाषाओं में लिंग नहीं होता, और अंग्रेजी में भी लिंग सिर्फ सर्वनाम में होता है।

उदाहरण

- मोहन पढ़ता है- पढ़ता का रूप पुल्लिंग है, इसका स्त्रीलिंग रूप 'पढ़ती' है।
- गीता गाती है- यहाँ, 'गाती' का रूप स्त्रीलिंग है।

लिंग की परिभाषा (Definition of Gender)

- लिंग संस्कृत का शब्द होता है जिसका अर्थ होता है निशाना। जिस संज्ञा शब्द से व्यक्ति की जाति का पता चलता है उसे लिंग कहते हैं। इससे यह पता चलता है की वह पुरुष जाति का है या स्त्री जाति का है।

उदाहरण

- पुरुष जाति में बैल, बकरा, मोर, मोहन, लड़का, हाथी, शेर, घोड़ा, दरवाजा, पंखा, कुत्ता, भवन, पिता, भाई आदि।
- स्त्री जाति में गाय, बकरी, मोरनी, मोहिनी, लड़की, हथनी, शेरनी, घोड़ी, खिड़की, कुतिया, माता, बहन आदि।

लिंग के निर्माण में आई कठिनाई और उसका हल

- हिंदी में लिंग के निर्णय का आधार संस्कृत के नियम ही है। संस्कृत में हिंदी से अलग एक तीसरा लिंग भी है जिसे नपुंसकलिंग कहते हैं। नपुंसकलिंग में अप्राणीवाचक संज्ञाओं को रखा जाता है। हिंदी में अप्राणीवाचक संज्ञाओं के लिंग निर्णय में सबसे अधिक कठिनाई हिंदी न जानने वालों को होते हैं।
- जिनकी मातृभाषा हिंदी होती है उन्हें सहज व्यवहार के कारण लिंग निर्णय में परेशानी नहीं होती लेकिन इनमें भी एक समस्या है की कुछ पुल्लिंग शब्दों के पर्यायवाची स्त्रीलिंग है और कुछ स्त्रीलिंग के पुल्लिंग। जैसे :- पुस्तक को स्त्रीलिंग कहते हैं और ग्रन्थ को पुल्लिंग कहते हैं।

हिंदी में लिंग

व्याकरणाचार्य ने लिंग निर्णय के कुछ नियम बताये हैं लेकिन उन सभी में अपवाद है। लेकिन फिर भी लिंग निर्णय के कुछ नियम इस प्रकार है-

1. जब प्राणीवाचक संज्ञा पुरुष जाति का बोध कराएँ तो वे पुल्लिंग होते हैं और जब स्त्रीलिंग का बोध कराएँ तो स्त्रीलिंग होती है। जैसे :- कुत्ता, हाथी, शेर पुल्लिंग है और कुतिया, हथनी, शेरनी स्त्रीलिंग है।
2. कुछ प्राणीवाचक संज्ञा पुरुष जाति का बोध कराएँ तो वे पुल्लिंग होते हैं और जब स्त्रीलिंग का बोध कराएँ तो स्त्रीलिंग होती है। जैसे :- खरगोश, खटमल, गैडा, भालू उल्लू आदि।
3. कुछ प्राणीवाचक संज्ञा जब पुरुष और स्त्री दोनों का बोध कराएँ तो वे नित्य स्त्रीलिंग में शामिल हो जाते हैं। जैसे :- कोमल, चील, तीतली, छिपकली आदि।

लिंग के भेद

संसार में तीन जातियाँ होती हैं - पुरुष, स्त्री, जड़। इन्हीं जातियों के आधार पर लिंग के भेद बनाए गये हैं।

1. पुल्लिंग
2. स्त्रीलिंग
3. नपुंसकलिंग

पुल्लिंग क्या होता है —

जिन संज्ञा के शब्दों से पुरुष जाति का पता चलता है उसे पुल्लिंग कहते हैं।

जैसे :- पिता, राजा, घोड़ा, कुत्ता, बंदर, हंस, बकरा, लड़का, आदमी, आदमी, सेठ, मकान, लोहा, चश्मा, दुःख, प्रेम, लगाव, खटमल, फूल, नाटक, पर्वत, पेड़, मुर्गा, बैल, भाई, शिव, हनुमान, शेर आदि।

पुल्लिंग अपवाद

पक्षी, फरवरी, एवरेस्ट, मोतिया, दिल्ली, स्त्रील आदि।

पुल्लिंग की पहचान

1. जिन शब्दों के पीछे अ, त्व, आ, आव, पा, पन, न आदि प्रत्यय आये वे पुल्लिंग होते हैं जैसे :- मन, तन, वन, शेर, राम, कृष्ण, सतील, देवत्व, मोटापा, चढ़ाव, बुढ़ापा, लड़कपन, बचपन, लेन-देन आदि।
2. पर्वतों के नाम पुल्लिंग होते हैं।
जैसे :- हिमालय, हिमाचल, विंध्याचल, सतपुड़ा, आल्पस, यूराल, कंचनजंगा, पश्चियामा, कैलाश, मलयाचल, माउण्ट एवरेस्ट आदि।
3. दिनों के नाम पुल्लिंग होते हैं। जैसे :- सोमवार, मंगलवार, बुधवार, वीरवार, शुक्रवार, शनिवार, रविवार आदि।
4. देशों के नाम पुल्लिंग होते हैं। जैसे :- भारत, चीन, ईरान, यूनान, रूस, जापान, अमेरिका, पाकिस्तान, उत्तरप्रदेश, हिमाचल, मध्यप्रदेश आदि।

5. धातुओं के नाम पुलिंग होते हैं । जैसे :- सोना, ताँबा, पीतल, लोहा, चाँदी, पारा आदि ।
6. नक्षत्रों के नाम पुलिंग होते हैं । जैसे :- सूर्य, चन्द्र, राहू, आकाश, शनि, बुध, बृहस्पति, मंगल, शुक्र आदि ।
7. महीनों के नाम पुलिंग होते हैं । जैसे :- फरवरी, मार्च, चैत्र, आषाढ़, फाल्गुन आदि ।
8. द्रवों के नाम पुलिंग होते हैं ।
जैसे :- पानी, तेल, पेट्रोल, धी, शरबत, दही, दूध आदि ।
9. पेड़ों के नाम पुलिंग होते हैं ।
जैसे :- केला, पपीता, शीशम, सागौन, जामुन, बरगद, पीपल, नीम, आम, अमरुद, देवदार, अनार, अशोक, पलाश आदि ।
10. सागर के नाम पुलिंग हाते हैं । जैसे :- हिन्द महासागर, प्रशांत महासागर, अरब महासागरआदि ।
11. समय के नाम पुलिंग होते हैं । जैसे :- घंटा, पल, क्षण, मिनट, सेकंड आदि
12. अनाजों के नाम भी पुलिंग हाते हैं । जैसे :- गेहूँ, बाजरा, चना, जौ आदि ।
13. वर्णमाला के अक्षरों के नाम पुलिंग होते हैं । जैसे :- अ, उ, ए, ओ, क, ख, ग, घ, च, छ, य, र, ल, व श आदि ।
14. प्राणीवाचक शब्द हमेशा पुरुष जाति का ही बोध कराते हैं ।
जैसे :- बालक, गीदड़, कौआ, कवि, साधु खटमल, भेड़िया, खरगोश, चीता, मच्छर, पक्षी आदि ।
15. समूह वाचक संज्ञा भी पुलिंग होती है । जैसे :- मण्डल, समाज, दल, समूह, सभा, वर्ग, पंचायत आदि ।
16. भारी और बेडौल वस्तु भी पुलिंग होती है । जैसे :- जूता, रस्सा, पहाड़, लोटा आदि ।
17. रत्नों के नाम भी पुलिंग होते हैं । जैसे :- नीलम, पुखराज, मूँगा, माणिक्य, पत्रा, मोती, हीरा आदि ।
18. फूलों के नाम पुलिंग होते हैं ।
जैसे :- गेंदा, मोतिया, कमल, गुलाब आदि ।
19. द्वीप भी पुलिंग होते हैं । जैसे :- अंडमान-निकोबार जावा, क्यूबा, न्यू फाउलैंड आदि ।
20. शरीर के अंग पुलिंग होते हैं । जैसे :- हाथ, पैर, गला, अंगूठा, कान, सिर मुँह, घुटना, हृदय, दांत, मस्तक आदि ।
21. दान, खाना, वाला से खस्त होने वाले शब्द हमेशा पुलिंग होते हैं । जैसे :- खानदान, पीकदान, दवाखाना, जेलखाना, दूधवाला, दुकान वाले आदि ।
22. आकारान्त संज्ञा पुलिंग होती है ।
जैसे:- गुस्सा, चश्मा, पैसा, छाता आदि ।

स्त्रीलिंग क्या होता है —

जिन संज्ञा शब्दों से स्त्री जाति का पता चलता है उसे स्त्रीलिंग कहते हैं जैसे :- हंसिनी, लड़की, बकरी, माता, रानी, जूँ, सुई गर्दन, लज्जा, घोड़ी, कुतिया, बंदरिया, कुर्सी, पत्ती, नदी, शाखा, मुर्गी, गाय, बहन, यमुना, बुआ, लक्ष्मी, गंगा, औरत, शेरनी, नारी, झोंपड़ी, लोमड़ी आदि ।

स्त्रीलिंग के अपवाद

जैसे :- जनवरी, मई, जुलाई, पृथ्वी, मक्खी, ज्वार, अरहर, मूँग, चाय, कॉफी, लस्सी, चटनी, इ, ई, ऋ, जीभ, आँख, नाक, उँगलियाँ, सभा, कक्षा, संतान, प्रथम, तिथि, छाया, खटास, मिठास, आदि ।

स्त्रीलिंग प्रत्यय

जब पुलिंग शब्दों को स्त्रीलिंग बनाया जाता है तब प्रत्ययों को शब्दों में जोड़ा जाता है जिन्हें स्त्रीलिंग प्रत्यय कहते हैं ।

जैसे :- ई = बड़ा- बड़ी, भला - भली आदि ।

इनी = योगी-योगिनी, कमल- कमलिनी आदि ।

इन = धोबी - धोबिन, तेल-तेली आदि ।

नि = मोर - मोरनी, चोर-चोरनी आदि ।

आइन = ठाकुर - ठकुराइन, पंडित - पण्डिताइन आदि ।

इया = बेटा - बिटिया, लाटो - लुटिया आदि ।

स्त्रीलिंग की पहचान

1. जिन संज्ञा शब्दों के पीछे ख, ट, वट, हट, आनी आदि आये वे सभी स्त्रीलिंग होते हैं
जैसे :- कडवाहट, आहट, बनावट, शत्रुता, मूर्खता, मिठाई, छाया, प्यास, ईख, भूख, चोख, राख, कोख, लाख, देखरेख झङ्झट, आहट, चिकनाहट सजावट, इन्द्राणी, जेठानी, ठकुरानी, राजस्थानी आदि ।
2. अनुस्वारांत, ईकारांत, ऊकारांत, तकारांत, सकारांत आदि संज्ञाएँ आती है वे स्त्रीलिंग होती है। जैसे :- रोटी, टोपी, नदी, चिट्ठी, उदासी, रात, बात, छत, भीत, लू, बालू, दारू, सरसों, खडाऊं, प्यास, वास, सौँस, नानी, बेटी, मामी, भाभी आदि
3. भाषा, बोलियों तथा लिपियों के नाम स्त्रीलिंग होते हैं ।
जैसे : - हिंदी, संस्कृत, देवनागरी, पहाड़ी, अंग्रेजी, पंजाबी गुरुमुखी, फ्रांसीसी, अरबी, फारसी, जर्मन, बंगाली रूसी आदि ।
4. नदियों के नाम स्त्रीलिंग होते है :- जैसे :- गंगा, यमुना, गोदावरी, सरस्वती, रावी, कावेरी, कृष्णा, व्यास, सतलज, झेलम, ताप्ती, नर्मदा आदि ।
5. तरीखों और तिथियों के नाम स्त्रीलिंग होते है ।
जैसे:- पहली, दूसरी, प्रतिपदा, पूर्णिमा, पृथ्वी, अमावस्या, एकादशी, चतुर्थी, प्रथमा आदि ।
6. नक्षत्रों के नाम स्त्रीलिंग होते है । जैसे :- अश्विनी, भरणी, रोहिणी, खेती, मृगशिरा, चित्रा आदि ।
7. हमेशा स्त्रीलिंग रहने वाली संज्ञा होती है । जैसे :- मक्खी, कोयल, मछली, तितली, मैना आदि ।
8. समूहवाचक संज्ञा स्त्रीलिंग होती है । जैसे :- भीड़, कमेटी, सेना, सभा, कक्षा आदि ।
प्राणीवाचक संज्ञा स्त्रीलिंग होती है । जैसे :- धाय, संतान, सौतन आदि ।
9. पुस्तकों के नाम स्त्रीलिंग होते है ।
जैसे :- कुरान, रामायण, गीता, रामचरितमानस, बाइबल, महाभारत आदि ।
10. आहारों के नाम स्त्रीलिंग होते है ।
जैसे :- सब्जी, दाल, कचौरी, पूरी, रोटी, पकोड़ी आदि ।

11. शरीर के अंगों के नाम स्त्रीलिंग होते हैं जैसे :- आँख, नाक, जीभ, पलक, उँगली, ठोड़ी आदि ।
12. अभुषण और वस्त्रों के नाम स्त्रीलिंग होते हैं । जैसे :- साड़ी, सलवार, चुन्नी, धोती, टोपी, पेंट, कमीज, पगड़ी माला, चूड़ी, बिंदी, कंधी, नथ, अंगूठी आदि ।
13. मसालों के नाम भी स्त्रीलिंग होते हैं । जैसे :- दालचीनी लौंग, हल्दी, मिर्च, धनिया, इलायची, अजवाइन, सौंफ, चाय आदि ।
14. राशि के नाम स्त्रीलिंग होते हैं । जैसे :- कुम्घ, मीन, तुला, सिंह, मेष, कर्क आदि ।

पुल्लिंग और स्त्रीलिंग दोनों में प्रयुक्त होने वाले शब्द इस प्रकार है

प्रधानमंत्री, मुख्यमंत्री, राष्ट्रपति, उपराष्ट्रपति, चित्रकार, पत्रकार गवर्नर, वकील, डॉक्टर, सेक्रेटरी प्रोफेसर, शिशु दोस्त, बर्फ, मेहमान, मित्र, ग्राहक, प्रिंसिपल, मैनेजर, श्रवास, मंत्री आदि ।

पुल्लिंग से स्त्रीलिंग बनाने के नियम इस प्रकार है

1. अ, आ पुल्लिंग शब्दों को जब 'ई' कर दिया जाता है तो वे स्त्रीलिंग हो जाते हैं । पुल्लिंग = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है :-

- गूँगा = गूँगी
- गधा = गधी
- देव = देवी
- नर = नारी
- नाला = नाली

2. जब अ, आ, वा आदि पुल्लिंग शब्दों को स्त्रीलिंग में बदला जाता है तो अ, आ, तथा वा की जगह पर इया लगा दिया जाता है । पुल्लिंग = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है :-

- लोटा = लुटिया
- बन्दर = बंदरिया
- बूढ़ा = बुढ़िया
- बेटा = बिटिया
- चिड़ा = चिड़िया

3. जब 'अक' जैसे तत्सम शब्दों में 'इका' जोड़कर भी स्त्रीलिंग बनाए जाते हैं ।

तत्सम शब्द + इका = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है ।

- अध्यापक + इका = अध्यापिका
- पत्र + इका = पत्रिका
- चालक + इका = चालिका
- सेवक + इका = सेविका
- लेखक + इका = लेखिका
- गायक + इका = गायिका
- पाठक + इका = पाठिका
- संपादक + इका = संपादिका

4. जब पुल्लिंग को स्त्रीलिंग बनाया जाता है तो कभी-कभी नर या मादा लगाना पड़ता है ।

पुल्लिंग = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है :-

- तोता = मादा तोता
 - खरगोश = मादा खरगोश
 - मच्छर = मादा मच्छर
 - जिराफ = मादा जिराफ
 - खटमल = मादा खटमल
 - मगरमच्छ = मादा मगरमच्छ
 - उल्लू = मादा उल्लू
 - कोयल = नर कोयल
 - चील - नर चील
 - मकड़ी = नर मकड़ी
 - भेड़ = नर भेड़
 - मक्खी = नर मक्खी
 - गिलहरी = नर गिलहरी
 - मैना = नर मैना
 - कछुआ = नर कछुआ
 - भालू = मादा भालू
 - भेडिया = मादा भेडिया
5. कुछ शब्द स्वतंत्र रूप से स्त्री-पुरुष के स्वयं में ही जोड़े होते हैं । कुछ पुल्लिंग शब्दों के स्त्रीलिंग बिल्कुल उल्टे होते हैं । पुल्लिंग = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है-
 - राजा = रानी
 - सम्राट = सम्राज्ञी
 - पिता = माता
 - भाई = बहन
 - वर = वधू
 - पति = पत्नी
 - मर्द = औरत
 - पुरुष = स्त्री
 - बैल = गाय
 - पुत्र = कन्या
 - फूफा = बुआ
 6. कुछ शब्दों का स्त्रीलिंग न हो पाने की वजह से उनमें 'आनी' प्रत्यय लगाकर स्त्रीलिंग बनाया जाता है । पुल्लिंग + आनी = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है-
 - ठाकुर + आनी = ठकुरानी
 - सेठ + आनी = सेठानी
 - चौधरी + आनी = चौधरानी
 - देवर + आनी = देवरानी
 - नौकर + आनी = नौकरानी
 - इंद्र + आनी = इन्द्रानी
 - जेठ + आनी = जेठानी
 - मेहतर + आनी = मेहतरानी
 - पंडित + आनी = पंडितानी
 7. कभी-कभी पुल्लिंग के कुछ शब्दों में इन जोड़कर स्त्रीलिंग बनाया जाता है । पुल्लिंग + 'इन' = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है -
 - साँप + इन = साँपिन

- सुनार + इन = सुनारिन
 - नाती + इन = नातिन
 - दर्जी + इन = दर्जिन
 - कुम्हार + इन = कुम्हारिन
 - लुहार + इन = लुहारिन
 - माली + इन = मालिन
 - धोबी + इन = धोबिन
 - बाघ + इन = बाघिन
8. कभी-कभी बहुत से शब्दों में 'आइन' जोड़कर स्त्रीलिंग बनाए जाते हैं। पुल्लिंग + आइन = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है :-
- चौधरी + आइन = चौधराइन
 - हलवाई + आइन = हलवाइन
 - गुरु + आइन = गुरुआइन
 - पंडित + आइन = पण्डिताइन
 - ठाकुर + आइन = ठकुराइन
 - बाबू + आइन = बबुआइन
9. जब पुल्लिंग शब्दों में ता की जगह पर 'त्री' लगा दिया जाता है तो वे स्त्रीलिंग बन जाते हैं। पुल्लिंग = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है
- नेता = नेत्री
 - दाता = दात्री
 - अभिनेता = अभिनेत्री
 - रचयिता = रचयित्री
 - विधाता = विधात्री
 - वक्ता = वक्त्री
 - धाता = धात्री
10. जब पुल्लिंग के जाति और भाव बताने वाले शब्दों में 'नी' लगा दिया जाता है तो वे स्त्रीलिंग में बदल जाते हैं। पुल्लिंग शब्द + नी = स्त्रीलिंग के उदाहरण इस प्रकार है ।
- सियार + नी = सियारनी
 - हिन्दू + नी = हिन्दुनी
 - ऊँट + नी = ऊँटनी



2 CHAPTER

वचन



वचन

- व्याकरण में वचन का अर्थ है – संख्या, जिससे किसी विकारी शब्द को संख्या का बोध होता है, उसे वचन कहते हैं।
- वचन मुख्यतः दो प्रकार के होते हैं –
 - एकवचन
 - बहुवचन

एकवचन

जिस शब्द में किसी व्यक्ति या वस्तु की संख्या एक होने का पता चले उसे एकवचन कहते हैं।

जैसे – लड़का खेल रहा है।

खिलौना टूट गया है।

यह मेरी पुस्तक है।

इन वाक्यों में लड़का, खिलौना तथा पुस्तक शब्द एकवचन है।

नोट – कुछ ऐसे भी शब्द होते हैं, जो प्रायः किसी भी स्थिति में एकवचन ही रहते हैं।

जैसे – तेल, वर्षा, नल, जनता, आग, आकाश, सत्य, झूट, मिठास, प्रेम, मोह, सोना, चाँदी, दूध, लोहा आदि हैं।

बहुवचन

जिस शब्द से किसी व्यक्ति या वस्तु को संख्या एक से अधिक होने पर का पता चले उसे बहुवचन कहते हैं।

जैसे – लड़के खेल रहे हैं।

खिलौने टूट गए हैं।

ये पुस्तकें मेरी हैं।

इन वाक्यों में आए, लड़के, खिलौने, पुस्तकें शब्द बहुवचन हैं।

नोट – कुछ शब्द ऐसे होते हैं जो किसी भी स्थिति में हमेशा बहुवचन ही रहते हैं।

जैसे – बाल, लोग, होश, हाल-चाल, आप, नियम, दाम, दर्शन, हस्ताक्षर आदि हैं।

एकवचन से बहुवचन बनाने के कुछ विशेष नियम

- शब्दांत 'अ' को बदलकर 'ए' में बदलकर

पुस्तक	—	पुस्तकें
दीवार	—	दीवारें
दाल	—	दालें
सड़क	—	सड़कें
कलम	—	कलमें
राह	—	राहें

- शब्दांत 'आ' के साथ 'एँ' जोड़कर

बाला	—	बालाएँ
कविता	—	कविताएँ
कथा	—	कथाएँ

- 'ई' वाले शब्दों के अंत में आए 'इयाँ' लगाकर

देवी	—	देवियाँ
नदी	—	नदियाँ
लड़की	—	लड़कियाँ
साड़ी	—	साड़ियाँ
स्त्री	—	स्त्रियाँ

- शब्दांत 'आ' को 'ए' में बदलकर

कमरा	—	कमरे
बेटा	—	बेटे
लड़का	—	लड़के
बरस्ता	—	बरस्ते
रसगुल्ला	—	रसगुल्ले
पपीता	—	पपीते

- स्त्रीलिंग शब्द के अंत में आए 'या' को 'याँ' में बदलकर

चिड़िया	—	चिड़ियाँ
डिबिया	—	डिबियाँ
गुड़िया	—	गुड़ियाँ

- स्त्रीलिंग शब्द के अंत में आए 'उ' 'ऊ' के साथ 'एँ'

वधू	—	वधुएँ
वस्तु	—	वस्तुएँ
बहू	—	बहूएँ

- 'ई' 'ई' स्वरान्तवाले शब्दों के साथ 'यों' लगाकर तथा 'ई' को मात्रा को 'ई' में बदलकर

जाति	—	जातियों
रोटी	—	रोटियों
लाठी	—	लाठियाँ
नदी	—	नदियों
अधिकारी	—	अधिकारियों
गाड़ी	—	गाड़ियों

- एकवचन शब्द के साथ जन, गण, वर्ग, वृंद, मण्डल, परिषद् आदि लगाकर

गुरु	—	गुरुजन
खेती	—	खेतिहर
युवा	—	युवावग
भक्त	—	भक्तजन
मंत्री	—	मंत्रीपरिषद्

3 CHAPTER

काल

काल

क्रिया के घटित होने वाले समय को काल कहा जाता है।

दूसरे शब्दों में

- काल का अर्थ – 'समय' है। क्रिया के जिस रूप से उसके होने का समय मालूम हो उसे काल कहते हैं। काल के इस रूप से क्रिया की पूर्णता, अपूर्णता के साथ ही सम्पन्न होने का समय का बोध कराते हैं।
- काल के तीन भेद होते हैं—
 - (i) भूतकाल
 - (ii) वर्तमान काल
 - (iii) भविष्यत् काल

भूतकाल

- भूतकाल का अर्थ है 'बीता हुआ समय' वाक्य में जिस क्रिया रूप से बीते का होना पाया जाता है वह भूतकाल कहलाता है। यह क्रिया व्यापार की समाप्ति बतलाने वाला रूप है।
- भूतकाल के सामान्यतः 6 उपभेद हैं—
 1. सामान्यतः भूतकाल
 2. संदिग्ध भूतकाल
 3. हेतुहेतुमद् भूतकाल
 4. आसन्न भूतकाल
 5. पूर्ण भूतकाल
 6. अपूर्ण भूतकाल

1. सामान्यतः भूतकाल

- अविनाश ने गाया।
- गाड़ी जा चुकी है।
- बच्चों ने पुस्तक पढ़ी।
- हमने एक बैल देखा।

पहचान — आ, ए, ई, या इत्यादि की मात्रा होगी।

2. संदिग्ध भूतकाल

- खाना नीता ने ही बनाया होगा।
- सोहन ने चोरी की होगी।

पहचान — ए होंगे, या होगा, ई होगी इत्यादि मात्रा।

3. हेतुहेतुमद् भूतकाल

- तुमने पढ़ाई की होती तो उत्तीर्ण हो जाते।

पहचान — शर्त होना

4. आसन्न भूतकाल

- राजकुमार हनुमानगढ़ गया है।
- अतुल ने खाना खाया है।

पहचान — या है, ई है आदि।

5. पूर्ण भूतकाल

- 1857 की क्रान्ति में रानी लक्ष्मीबाई ने अंग्रेजों से लोहा लिया।
- राधा ने गाना गाया।

पहचान — या था, ई थी आदि।

6. अपूर्ण

- रोहन पुस्तक पढ़ता था।
- राजकुमार पुस्तक पढ़ता था।

पहचान — ता था, ती थी, ते थे आदि।

वर्तमान काल

- क्रिया का वह रूप जिससे कार्य का वर्तमान समय में होना ही वर्तमान काल कहलाता है।
- कार्य का निरंतर हो रहा है।
- वर्तमान काल को 5 उपभेदों में बाँटा गया है—
 1. सामान्यतः वर्तमान काल
 2. अपूर्ण वर्तमान काल
 3. संदिग्ध वर्तमान काल
 4. सम्भाव्य वर्तमान काल
 5. आज्ञार्थक वर्तमान काल

1. सामान्यतः वर्तमान काल

- राधा पूजा करती है।
- मानसी शोर करती है।

पहचान — ता है, ती है, ता हूँ आदि।

2. अपूर्ण वर्तमान काल

- अक्षय पंकज के साथ पढ़ रहा है।
- मोर छत पर नाच रहा है।

पहचान — रहा है, रही है, रहे है आदि।

3. संदिग्ध वर्तमान काल

- राजू हिन्दी पढ़ता होगा।
- राधा पढ़ती होगी।

पहचान — ता होगा, ती होगी, रहा होगा आदि।

4. सम्भाव्य वर्तमान

- शायद राजा पढ़ता हो।
- शायद कमलेश नोकर के साथ आया हो।

पहचान — ता हो, ती हो, ई हो आदि।

5. आज्ञार्थक वर्तमान काल

- राजकुमार अब तु क्रिकेट खेल।
 - अतुल तुम भी पढ़ो।
- पहचान — वर्तमान समय में आज्ञा देगा।

भविष्यत् काल

क्रिया के जिस रूप से यह ज्ञात होता है कि कार्य आने वाले समय में होगा।

1. सामान्य भविष्यत् काल
2. सम्भाव्य भविष्यत् काल
3. आज्ञार्थक भविष्यत् काल

1. सामान्य भविष्यत् काल

- औरतें गीत गाएंगी।
- अंकित पुस्तक पढ़ेगा।
- वह घर जाएगा।

पहचान — एगा, एगी, एंगे।

2. सम्भाव्य भविष्यत् काल

- अब वह क्या करें।
 - वह शायद 'विद्यालय' जाए।
- पहचान—ए, ऐ, ओ।

3. आज्ञार्थक भविष्यत् काल

- आप हमारे गाँव पधारिएगा।
 - आप वहाँ अवश्य जाइएगा।
- पहचान — इएगा।



संख्या पद्धति (Number System)

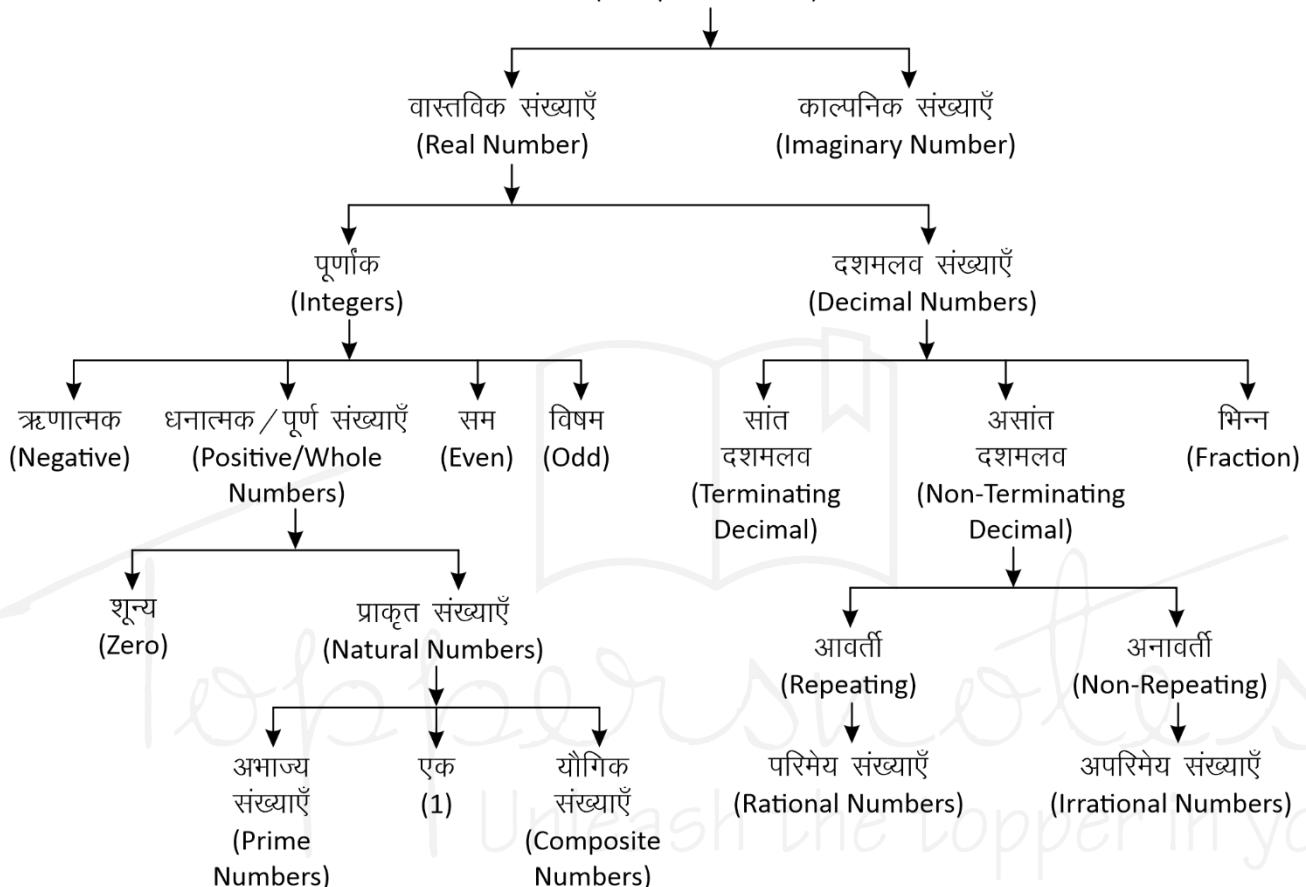


संख्या पद्धति :— किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है —

सम्मिश्र संख्याएँ

(Complex Number)



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती हैं।

इन्हें $(a + ib)$ के रूप में लिखा जाता है। जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $i = \sqrt{-1}$ है।

$$Z = a \text{ (वास्तविक संख्या)} + ib \text{ (काल्पनिक संख्या)}$$

I. वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers): परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

II. पूर्णांक संख्याएँ : संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ-साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं, इसे । से सूचित करते हैं।

$$I = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

(i) धनात्मक / पूर्ण संख्याएँ : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते हैं, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

नोट : चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

A. प्राकृत संख्याएँ : जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते हैं।

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग =

$$\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है।

उदाहरण –

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$11 + 12 \rightarrow 23 \quad \text{Difference } 144 - 121 = 23$$

(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :- एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

- तीन अंकों की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101

- तीन अंकों की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997

जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ है।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

☞ अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :- दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या x है, अब x से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

उदाहरण –

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

हल –

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 हैं।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)

$$\text{HCF} = 1$$

(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :- वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है। जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

(ii) सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

$$n \text{ वां पद} = 2n$$

$$\text{प्रथम } n \text{ सम संख्याओं का योग} = n(n+1)$$

$$\text{प्रथम } n \text{ सम संख्याओं के वर्गों का योग} = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2} \right\}$$

(iii) विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती हैं।

$$\text{प्रथम } n \text{ विषम संख्याओं का योग} = n^2$$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2} \right\}$$

II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ हैं जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांकों के बीच आती हैं। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

(i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

(ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।

जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183.....

ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

$$\text{जैसे} - \frac{1}{3} = 0.333..., \frac{22}{7} = 3.14285714....$$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

$0.333\dots = 0.\overline{3}$ $\frac{22}{7} = 3.14285714\dots = 3.14\overline{2857}$	इसे बार बोलते हैं।
<ul style="list-style-type: none"> शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले – 	$0.\overline{P} = \frac{P}{9}$ $0.\overline{pq} = \frac{pq}{99}$ $0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$
<ul style="list-style-type: none"> मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले – 	$0.p\overline{q} = \frac{pq - p}{90}$ $0.p\overline{q}\overline{r} = \frac{pqr - pq}{900}$ $0.\overline{pqr} = \frac{pqr - p}{990}$ $0.p\overline{q}\overline{rs} = \frac{pqrs - pq}{9900}$

उदाहरण –

$$(i) 0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$$

$$(ii) 0.\overline{625} = \frac{625 - 6}{990} = \frac{619}{990}$$

$$(iii) 0.\overline{3524} = \frac{3524 - 35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$$

- परिमेय (Rational) संख्याएँ – वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

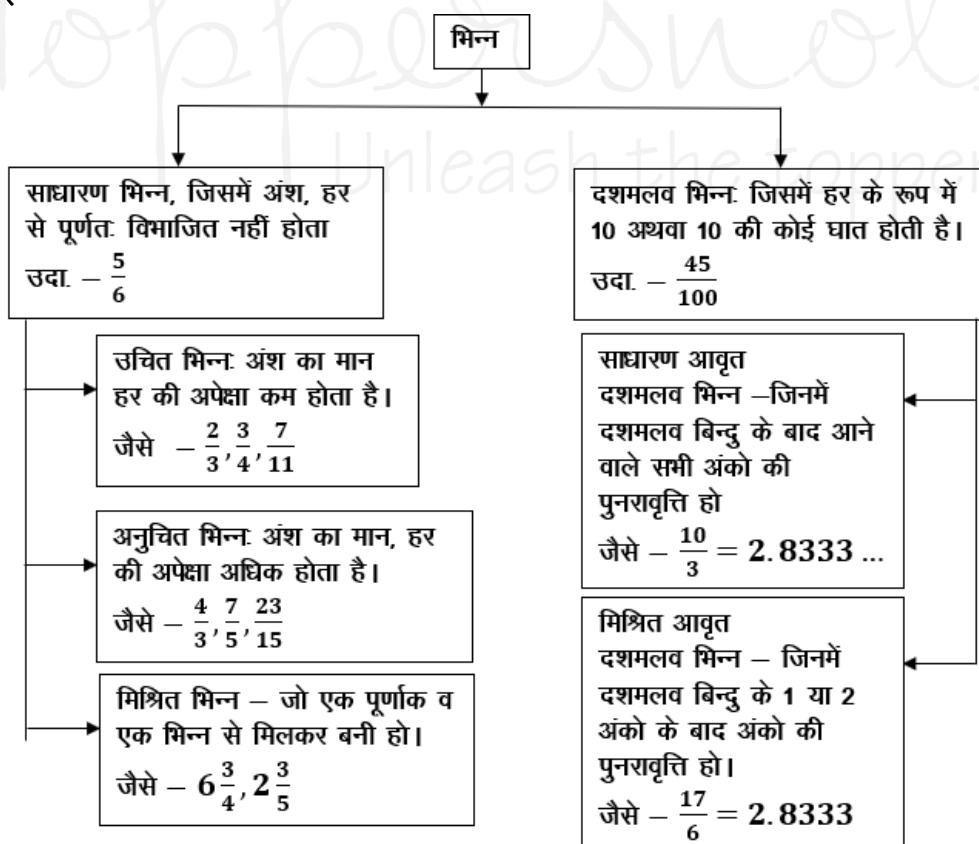
भिन्नों के प्रकार

<p>उदाहरण –</p> $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$
<p>B. अनावर्ती (Non-Repeating) जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।</p> <p>जैसे – $\pi = 3.1415926535897932\dots$ $\sqrt{2} = 1.41421356237\dots$</p>
<p>• अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ – इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।</p> <p>उदाहरण –</p> $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}\dots$

भिन्न (Fraction) :- भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।

जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते हैं, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे $\frac{1}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जाता है।

भिन्न दो भागों में बंटा होता है – अंश व हर
 $\text{माना कोई भिन्न} = \frac{p}{q} \rightarrow \text{अंश}$
 $q \rightarrow \text{हर}$



2. काल्पनिक संख्याएँ (Imaginary Numbers): जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

परफेक्ट संख्या (Perfect Number)

वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर) उदाहरण –

$$6 \rightarrow 1, 2, 3 \rightarrow \text{यहाँ } 1 + 2 + 3 \rightarrow 6$$

$$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14 \rightarrow 1 + 2 + 4 + 7 + 14 \rightarrow 28$$

पूर्णवर्ग संख्या की पहचान

↓

इकाई अंक जो एक पूर्ण वर्ग संख्या के हो सकते हैं।

जो नहीं हो सकते

- 0 2 —
- 1 3 —
- 4 7 —
- 5 or 25 8 —
- 6
- 9

किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोट – अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. Decimal संख्या को Binary में बदलना :

किसी डेसीमल (दस-आधारी) संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त डेसीमल (दस-आधारी) संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते हैं जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।

अब सभी शेषफल को उल्टे क्रम में लिखा जाए तो परिवर्तित बाइनरी संख्या प्राप्त होती है।

उदाहरण –

$2 \times 44 = 88 ; 89 - 88 = 1$	
$2 \times 22 = 44 ; 44 - 44 = 0$	
$2 \times 11 = 22 ; 22 - 22 = 0$	
$2 \times 5 = 10 ; 11 - 10 = 1$	
$2 \times 2 = 4 ; 5 - 4 = 1$	
$2 \times 1 = 2 ; 2 - 2 = 0$	

अतः 89 के समतुल्य Binary number = (1011001)₂

2. Binary को Decimal में बदलना :

Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाई और एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दुगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण –

1	0	1	1	0	0	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

अब

$$(1011001)_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 \times 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ = 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \{2^0 = 1\} = 89$$

भाजकों की संख्या या गुणनखंड की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर घातों का गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण –

2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

हल –

$$2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$$

$$\text{भाजकों की संख्या} = (3+1)(1+1)(1+1)(1+1) \\ = 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

इकाई का अंक ज्ञात करना

1. जब संख्या घात (Power) के रूप में हो

जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा।

जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना ऐसा प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. सरलीकरण के रूप में हो

प्रत्येक संख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

1. यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो

n विषम होने पर $(a+b)$ इसका भाजक होगा।

2. यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो।

n विषम होने पर भाजक $\rightarrow (a-b)$

n सम होने पर भाजक $\rightarrow (a-b)$ या $(a+b)$ या दोनों।

(i) $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।

(ii) $a^n \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा
यदि n विषम हो, तो शेषफल a होगा।

(iii) $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा।

(iv) $(a^n + a) \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा।
यदि n विषम हो, तो शेषफल $(a-1)$ होगा।

रोमन पद्धति के संकेतक

1	\rightarrow	I	20	\rightarrow	XX
2	\rightarrow	II	30	\rightarrow	XXX
3	\rightarrow	III	40	\rightarrow	XL
4	\rightarrow	IV	50	\rightarrow	L
5	\rightarrow	V	100	\rightarrow	C
6	\rightarrow	VI	500	\rightarrow	D
7	\rightarrow	VII	1000	\rightarrow	M
8	\rightarrow	VIII			
9	\rightarrow	IX			
10	\rightarrow	X			

विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे – 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या में अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे – 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे – 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे – 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे – 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी। अथवा किसी संख्या में अंकों की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 4444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो । जैसे – 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे – 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 17784

अभ्यास प्रश्न

संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित



उदा.1 यदि किसी संख्या का $\frac{3}{4}$ उस संख्या के $\frac{1}{6}$ से 7 अधिक है, तो उस संख्या $\frac{5}{3}$ क्या होगा?

- (a) 12 (b) 18
 (c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b , उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

- (a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$
 (c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

- (a) 1350 (b) 1250
 (c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का $\frac{5}{16}$ ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का $\frac{5}{6}$ ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये।

- (a) 300 (b) 480
 (c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

सम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित



उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी।

- (a) 47 (b) 48
 (c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित



उदा.1 64329 को जब किसी संख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते हैं तो भाज्य क्या है ?

- (a) 184 (b) 224
 (c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2 $(3^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28})$ विभाजित है।

- (a) 11 (b) 16
 (c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

- (a) 2706
 (b) 2796
 (c) 2736
 (d) 2826

उत्तर (c)

इकाई अंक निकालना आधारित



उदा.1 $416 \times 333 + 2167 \times 118 - 114 \times 133$ के परिणाम का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

कितना है ?

- (a) 0 (b) 2
 (c) 3 (d) 5

प्राकृतिक संख्याओं के square/cube के योग एवं अंतर पर आधारित



उदा.1 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2) = ?$

- (a) 385
- (b) 2485
- (c) 2870
- (d) 3255

उदा.2 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = ?$

दशमलव संख्या आधारित



उदा.1 एक विद्यार्थी को निम्नलिखित व्यंजक को सरल करने को कहा गया

$$\frac{0.0016 \times 0.025}{0.325 \times 0.05} \div \frac{0.1216 \times 0.105 \times 0.002}{0.08512 \times 0.625 \times 0.039} + \left(\sqrt[6]{27} - \sqrt{6 \frac{3}{4}} \right)^2$$

उसका उत्तर $\frac{19}{10}$ था। उसके उत्तर में कितने प्रतिशत त्रुटि थी?

उदा.2 $\frac{0.936 - 0.568}{0.45 + 2.67}$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए?

शून्य की संख्या पर आधारित



उदा.1 $(1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times \dots \times 98^{98} \times 99^{99} \times 100^{100})$

के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की संख्या ज्ञात करें?

- (a) 1200
- (b) 1300
- (c) 1500
- (d) 1600

उदा.2 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 250$ को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे?

सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या/भिन्न ज्ञात करने पर आधारित



उदा.1 निम्न में से $\frac{2}{5}$ और $\frac{4}{9}$ के बीच उपस्थित भिन्न हैं?

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (a) $\frac{3}{7}$ | (b) $\frac{2}{3}$ |
| (c) $\frac{4}{5}$ | (d) $\frac{1}{2}$ |

उदा.2 निम्न में से बड़ी संख्या हैं।

- | | |
|--|-------------------------|
| $(3)^{\frac{1}{3}}, (2)^{\frac{1}{2}}, 1, (6)^{\frac{1}{6}}$ | |
| (a) $(2)^{\frac{1}{2}}$ | (b) 1 |
| (c) $(6)^{\frac{1}{6}}$ | (d) $(3)^{\frac{1}{3}}$ |

आरोही/अवरोही क्रम आधारित



उदा.1 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ को बढ़ते क्रम में लिखने पर –

- | | |
|--|--|
| (a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ | (b) $\sqrt[4]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$ |
| (c) $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt{2}$ | (d) $\sqrt{2} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4}$ |

उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ –

$$\sqrt{7} - \sqrt{5}, \sqrt{5} - \sqrt{3}, \sqrt{9} - \sqrt{7}, \sqrt{11} - \sqrt{9}$$

उदा.3 संख्याओं $\frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{16}{19}, \frac{21}{25}$ को अवरोही क्रम में लिखिये?

गुणनखंडों की संख्या पर आधारित



उदा.1 $\{(127)^{127} + (97)^{127}\}$ तथा $\{(127)^{97} + (97)^{97}\}$ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा?

- | | |
|---------|---------|
| (a) 127 | (b) 97 |
| (c) 30 | (d) 224 |

उदा.2 $\frac{(18)^{15} \times (75)^{16} \times (42)^{14}}{(35)^{12} \times (12)^{16}}$ में कितने अभाज्य खंड हैं?

18 CHAPTER

प्रतिशत्ता (Percentage)



- प्रतिशत का अर्थ है 'प्रति सैकड़ा' ।
- जिस भिन्न का हर 100 हो, उसे प्रतिशत कहते हैं और उस भिन्न का अंश प्रतिशत दर कहलाता है ।
- $100 \text{ में से } 5 = \frac{5}{100} = 5\%$
- $100 \text{ में से } 10 = \frac{10}{100} = 10\%$
- अर्थात् जब किसी राशि की तुलना 100 से की जाती है, तो वह प्रतिशत कहलाती है । जिससे तुलना की जाती है, वह आधार होता है । भिन्न में आधार हर को कहेगे ।

प्रतिशत से भिन्न में रूपांतरण

$$100\% = 1 \quad 10 \% = \frac{1}{10} \quad 5 \frac{5}{19} \% = \frac{1}{19}$$

$$50\% = \frac{1}{2} \quad 9 \frac{1}{11} \% = \frac{1}{11} \quad 5\% = \frac{1}{20}$$

$$33 \frac{1}{3} \% = \frac{1}{3} \quad 8 \frac{1}{3} \% = \frac{1}{12} \quad 4 \frac{1}{6} \% = \frac{1}{24}$$

$$25\% = \frac{1}{4} \quad 7 \frac{9}{13} \% = \frac{1}{13} \quad 4\% = \frac{1}{25}$$

$$20\% = \frac{1}{5} \quad 7 \frac{1}{7} \% = \frac{1}{14} \quad 2 \frac{1}{2} \% = \frac{1}{40}$$

$$16 \frac{2}{3} \% = \frac{1}{6} \quad 6 \frac{2}{3} \% = \frac{1}{15} \quad 37 \frac{1}{2} \% = \frac{3}{8}$$

$$14 \frac{2}{7} \% = \frac{1}{7} \quad 6 \frac{1}{4} \% = \frac{1}{16} \quad 62 \frac{1}{2} \% = \frac{5}{8}$$

$$12 \frac{1}{2} \% = \frac{1}{8} \quad 5 \frac{15}{17} \% = \frac{1}{17} \quad 57 \frac{1}{7} \% = \frac{4}{7}$$

$$11 \frac{1}{9} \% = \frac{1}{9} \quad 5 \frac{5}{9} \% = \frac{1}{18} \quad 66 \frac{2}{3} \% = \frac{2}{3}$$

$$80\% = \frac{4}{5} \quad 75\% = \frac{3}{4}$$

नोट –

- किसी भिन्न या दशमलव भिन्न या पूर्णांक को प्रतिशत में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा करते हैं ।
 - प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग देते हैं ।
- एक संख्या, दूसरी संख्या का कितना प्रतिशत है–

$$\text{राशि\%} = \frac{\text{दी गई संख्या}}{\text{मूल (दूसरी संख्या)}} \times 100$$

प्रश्नों के हल



उदा.1 6, 48 का कितना प्रतिशत है ?

उदा.2 जब किसी संख्या के 60% में से 60 घटाया जाता है, तो परिणाम 60 प्राप्त होता है । संख्या है–

- (a) 120 (b) 150
 (c) 180 (d) 200

- किसी राशि में दो बार लगातार प्रतिशत परिवर्तन होता हो –

Case I – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की वृद्धि हो, तो

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = x_1 + x_2 + \frac{x_1 \cdot x_2}{100}$$

Case II – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की कमी हो, तो –

$$\text{प्रतिशत कमी} = x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{100}$$

Case III – यदि $x_1\%$ की वृद्धि तथा $x_2\%$ की कमी हो, तो प्रतिशत परिवर्तन =

$$x_1 - x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{100} \left[\begin{array}{l} x_1 = \text{हमेशा प्रतिशत वृद्धि} \\ x_2 = \text{हमेशा प्रतिशत कमी} \end{array} \right]$$

[नोट – खर्च, बिक्री से प्राप्त आय, राजस्व, क्षेत्रफल इत्यादि में प्रतिशत परिवर्तन निकालना हो, तो Same Rule का प्रयोग करेंगे ।]

उदा.1 किसी वस्तु की 10% तथा 10% की दो क्रमावार मूल्य वृद्धियाँ किस एकमात्र मूल्य-वृद्धि के समतुल्य हैं ?

- (a) 19% (b) 20%
 (c) 21% (d) 22%

उदा.2 लैपटॉप की कीमत में 25% की वृद्धि हुई। अब दूसरी बार कीमत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई कि कुल वृद्धि 35% हो गई?

- (a) 7.5
- (b) 9
- (c) 8
- (d) 10

जनसंख्या से संबंधित सूत्र



- यदि किसी शहर की जनसंख्या P हो एवं यह x% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ रही हो, तो n वर्षों के बाद जनसंख्या

$$= P \left(1 + \frac{x}{100} \right)^n$$

- यदि कम हो रही हो, तो जनसंख्या

$$= P \left(1 - \frac{x}{100} \right)^n$$

उदा.1 यदि किसी शहर की जनसंख्या 4% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ रही हो तथा लोगों की वर्तमान संख्या 15625 हो, तो 3 वर्ष बाद जनसंख्या क्या होगी?

उदा.2 किसी शहर की जनसंख्या 8000 है। यदि पुरुषों की संख्या 6 प्रतिशत की दर से बढ़े एवं महिलाओं की संख्या में वृद्धि की रफतार 10 प्रतिशत हो, तो जनसंख्या 8600 हो जाएगी। शहर में महिलाओं की संख्या ज्ञात करें।

उदा.3 1988 में किसी शहर की जनसंख्या 12% कम हो गई। 1989 में इसमें 15% की वृद्धि हुई। 1990 के आरम्भ में शहर की जनसंख्या पर कुल मिलाकर कितना प्रभाव पड़ा था?

- यदि किसी राशि का x प्रतिशत पहले व्यक्ति ने ले लिया हो, शेष का y प्रतिशत दूसरे व्यक्ति ने लिया हो तथा जो शेष बचे उसका z प्रतिशत तीसरे व्यक्ति द्वारा लेने के उपरान्त यदि A राशि बच जाए, तो आरंभ में कुल राशि

$$= \frac{A \times 100 \times 100 \times 100}{(100-x)(100-y)(100-z)}$$

- वस्तुओं के भाव में वृद्धि या कमी हो जाने पर उसके उपभोग में कमी अथवा वृद्धि

$$(a) \text{उपभोग में वृद्धि \%} = \frac{100 \times \text{कमी}}{100 - \text{कमी}}$$

$$(b) \text{उपभोग में कमी \%} = \frac{100 \times \text{वृद्धि}}{100 + \text{वृद्धि}}$$

चीनी के भाव – खपत में कमी



उदा.1 चीनी के भाव में 40% वृद्धि होने पर किसी परिवार को चीनी की वार्षिक खपत कितने प्रतिशत कम करनी होगी जिससे परिवार का खर्च न बढ़े?

- (a) $24\frac{4}{7}\%$
- (b) $28\frac{4}{7}\%$
- (c) $29\frac{4}{7}\%$
- (d) $30\frac{4}{7}\%$

उदा.2 चीनी के मूल्य में 10% कमी होने पर कोई गृहिणी ₹ 1116 में 6.2 किग्रा. चीनी अधिक खरीद सकती है। चीनी का घटा हुआ मूल्य प्रति किग्रा. कितना है?

- (a) ₹ 12
- (b) ₹ 14
- (c) ₹ 16
- (d) ₹ 18

किसी त्रिभुज – विकर्ण आदि



- यदि किसी समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक भुजा या शीर्षलम्ब, वर्ग के प्रत्येक भुजा या विकर्ण या परिमिती, वृत्त की त्रिज्या, व्यास या परिधि, घन या घनाभ के प्रत्येक भुजा, किसी गोला या अर्द्धगोला के त्रिज्या या व्यास इत्यादि में x प्रतिशत की वृद्धि या कमी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी या वृद्धि

$$= 2x \pm \frac{x^2}{100} + \text{वृद्धि कमी}$$

उदा.1 जब त्रिज्या में 25% की वृद्धि की जाती है, तो वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए?

- (a) 50%
- (b) 56.25%
- (c) 56%
- (d) 56.15%

उदा.2 यदि एक लम्ब वृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई में से प्रत्येक में 20% की वृद्धि की जाती है, तो बेलन का आयतन कितना बढ़ जाएगा?

- (a) 40%
- (b) 60%
- (c) 72.80%
- (d) 96%

समुच्चय पर आधारित प्रश्न



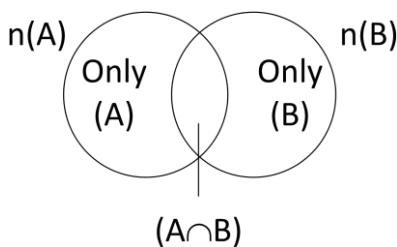
- $n(A \cup B) = A \text{ व } B$ मिलकर या कम से कम एक हो ।

$n(A \cap B)$ = दोनों में शामिल हो ।

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

केवल $A = n(A) - n(A \cap B)$

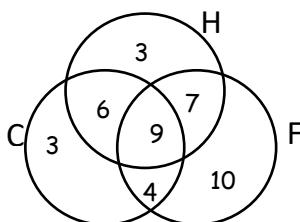
केवल $B = n(B) - n(A \cap B)$



- उदा.1 किसी विद्यालय में क्रिकेट टीम में 22, हॉकी टीम में 25 तथा फुटबॉल टीम में 30 लड़के हैं । अब यदि 15 लड़के हॉकी और क्रिकेट, 16 लड़के हॉकी और फुटबॉल, 13 लड़के फुटबॉल और क्रिकेट खेलते हैं, तो खेलने वाले कुल लड़कों की संख्या ज्ञात कीजिए?

- हल माना C , H और F क्रमशः क्रिकेट, हॉकी तथा फुटबॉल खेलने वाले लड़कों का समुच्चय है । दिया है $= n(C) = 22$, $n(H) = 25$, $n(F) = 30$, $n(C \cap H \cap F) = 9$

$$n(C \cap H) = 15 \quad n(H \cap F) = 16 \quad \text{तथा} \quad n(C \cap F) = 13$$



अब केवल C व H , खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= n(C \cap H) - n(C \cap H \cap F)$

$$= 15 - 9 = 6$$

केवल H व F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या $= n(H \cap F) - n(C \cap H \cap F)$

$$\begin{aligned} \text{केवल } C \text{ व } F \text{ खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या} &= \\ n(C \cap F) - n(C \cap H \cap F) & \\ &= 13 - 9 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{केवल } C \text{ खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या} &= 22 \\ - 6 - 9 - 4 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{केवल } H \text{ खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या} &= 25 \\ - 6 - 9 - 4 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा केवल } F \text{ खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या} &= 30 \\ - 7 - 9 - 4 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः खिलाड़ियों की कुल संख्या} &= 3 + 6 + 3 + 9 \\ + 7 + 10 + 4 &= 42 \end{aligned}$$

- उदा.2 एक दफ्तर में 72% कर्मचारी चाय पीना पसंद करते हैं तथा 44% कॉफी पीना पसंद करते हैं । यदि प्रत्येक कर्मचारी दोनों में से एक अवश्य पसंद करें तथा 40 दोनों को पसंद करें, तो दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या कितनी है ?

- (a) 200 (b) 240
(c) 250 (d) 320

हल: (c)

- उदा.3 एक परीक्षा में 34% विद्यार्थी गणित में फेल हुए तथा 41% अंग्रेजी में । यदि 20% विद्यार्थी दोनों विषयों में फेल हुए हो, तब दोनों विषयों में उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत कितना है ?

- (a) 44% (b) 50%
(c) 54% (d) 56%

उदाहरण



- उदा.1** एक भिन्न के अंश में 220% वृद्धि तथा हर में 150% वृद्धि करने पर परिणामी भिन्न $4/5$ है। मूल भिन्न क्या है?
- (a) $5/8$ (b) $3/5$
 (c) $4/5$ (d) $5/6$
 (e) इनमें से कोई नहीं
- उदा.2** यदि x, y से 10% अधिक हो, तो y, x से कितने प्रतिशत कम है?
- (a) $9\frac{1}{11}\%$ (b) $8\frac{1}{11}\%$
 (c) $7\frac{1}{11}\%$ (d) $10\frac{1}{11}\%$
- उदा.3** एक व्यक्ति अपनी आय का 75% खर्च करता है। उसकी आय में 20% की वृद्धि होती है तथा साथ ही उसके खर्च में भी 10% की वृद्धि होती है। उसके बचत में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात करें?
- उदा.4** एक आदमी अपनी आय का 20% भोजन पर, 15% बच्चों की शिक्षा पर खर्च करता है। बच्ची हुई आय का 40% मनोरंजन और परिवार पर, 30% मेडिकल पर खर्च करता है। इन सबके बाद उसके पास 8775 रु. बच जाते हैं। उसकी मासिक आय ज्ञात करो?
- उदा.5** चीनी तथा पानी के 12 लीटर घोल में 4% चीनी है। घोल को गर्म करके वाष्प द्वारा 2 लीटर पानी उड़ा दिये जाने पर शेष घोल में कितने प्रतिशत चीनी है?
- (a) 1.4% (b) 5.2%
 (c) 4.8% (d) 3.4%
- उदा.6** एक परीक्षा में 900 लड़कियाँ तथा 1100 लड़के बैठे। इनमें से 40% लड़कियाँ तथा 50% लड़के उत्तीर्ण हुये। कुल कितने प्रतिशत विद्यार्थी अनुत्तीर्ण रहे?
- (a) 45% (b) 45.5%
 (c) 54.5% (d) 59.2%

उदा.7 किसी परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 40% अंक चाहिए। A ने उत्तीर्णाक से 10% कम अंक प्राप्त किये तथा B ने A से $11\frac{1}{9}\%$ कम अंक प्राप्त किये, कम अंक प्राप्त किये। ज्ञात कीजिए कि C इस परीक्षा में उत्तीर्ण हुआ अथवा नहीं।

- उदा.8** एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे। एक उम्मीदवार 30% मत लेकर 16000 मतों से हार गया। कुल कितने मत पड़े?
- (a) 24000 (b) 28000
 (c) 30000 (d) 40000

- उदा.9** दो उम्मीदवार के बीच हुए एक चुनाव में एक उम्मीदवार को कुल वैध मतों के 52% मत मिले तथा कुल मतों के 25% मत अवैध है। यदि कुल मतों की संख्या 8400 हो, तो दूसरे उम्मीदवार को कितने वैध मत मिले?
- (a) 3276
 (b) 3196
 (c) 3024
 (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

- उदा.10** एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे। इसमें 75% मतदाताओं ने अपनी मताधिकार का प्रयोग किया तथा इनमें से 2% मतों को अवैध घोषित कर दिया गया। एक उम्मीदवार ने 9261 मत प्राप्त किये जो वैध मतों के 75% थे। मतदाता सूची में कुल कितने मतदाता थे?