Toppersnotes®
Unleash the topper in you

3rd – ग्रेड

अध्यापक

कार्यालय निदेशक, प्रारम्भिक शिक्षा राजस्थान बीकानेर

भाग - 5

लेवल - प्रथम

विज्ञान एवं गणित

SIERRA INNOVATIONS

विषयसूची

विषयसूची

1 CHAPTER

एक करोड़ तक की पूर्ण संख्याएँ

हम जानते हैं कि किसी संख्या को लिखने के लिए 10 अंकों का गणित में प्रयोग किया जाता है और ये 10 अंक निम्न प्रकार से हैं – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ।

संख्या – किसी भी संख्या को लिखने के लिए हम दायीं ओर से बायीं ओर से लिखते हैं –

दस करोड़	करोड़	दस लाख	लाख	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
1	2	4	0	6	8	9	2

- **12406892**

संख्याओं के प्रकार –

संख्याएँ

वास्तविक संख्याएँ **काल्पनिक संख्याएँ**

परिमेय संख्याएँ $(\frac{p}{q}, q, \neq 0, \frac{2}{3}, \frac{7}{8})$ **अपरिमेय संख्याएँ** $(\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi)$

भिन्न $(\frac{2}{3}, \frac{6}{11} \dots \dots)$

पूर्णांक संख्याएँ $[\infty \dots .. -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \dots . \infty]$

पूर्ण संख्याएँ $[0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots . \infty]$

प्राकृत संख्याएँ $[1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots \infty]$

- **प्राकृत संख्या** – वे सभी संख्याएँ जो 1 से प्रारम्भ होती हैं। इन्हें N से प्रदर्शित किया जाता है।

$$N = [1,2,3,4, \dots \dots \dots \dots . \infty]$$

- **पूर्ण संख्या** – इन संख्या को शून्य से प्रारम्भ किया जाता है। इसे W से दर्शाया जाता है।

$$W = [0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots \dots \dots . . \infty]$$

- **पूर्णांक संख्या** – ये संख्या धनात्मक और ऋणात्मक रूप में चलती है। इसे I से दर्शाया जाता है।

$$I = [\infty \dots \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \dots \dots \dots . \infty]$$

इसमें शून्य एक उदासीन पूर्णांक है।

- **सम संख्या** – वे प्राकृत संख्या जिनमें 2 से पूरा –पूरा भाग जाए।

  जैसे – $2, 4, 6, 8, \dots \dots \dots \dots$

- **विषम संख्या** – वे प्राकृत संख्या जिनमें 2 से पूरा –पूरा भाग ना जाए।

  जैसे – $1, 3, 5, 7, \dots \dots \dots \dots \dots \dots ..$

- **अभाज्य/रूढ़ संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या जो 1 या स्वयं के अलावा किसी अन्य का भाग ना जाए। जैसे – $2, 3, 5, 7, 11, \dots \dots \dots \dots \dots ..$
- **भाज्य या यौगिक संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या जो 1 के अलावा किसी अन्य का भाग चला जाए।

  जैसे – $4, 6, 8, 9, 12, 16, \dots \dots \dots ..$

- **सह अभाज्य संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या (दो या दो से ज्यादा) जिनका HCF = 1 हो। 1 के अलावा कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो।

  जैसे – $(4, 9,), \ (16, 21, 25)$

- **परिमेय संख्या** – वे संख्या जिन्हें $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जाता है और $q \neq 0$ नहीं होना चाहिए।

  जैसे – $\frac{3}{2}, \frac{4}{9} \dots \dots \dots$

- **अपरिमेय संख्या** – वे वास्तविक संख्या जो $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखी जा सकती है।

  जैसे – $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi \ldots \ldots$

- एक करोड़ तक की पूर्ण संख्याएँ
- पूर्ण संख्याएँ – $[0, 1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \infty]$
- 0 सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।
- ये सभी धनात्मक होती हैं।
- एक अंक की पूर्ण संख्या 1 से 9 तक – कुल 9 होती हैं।

	सबसे बड़ी	**सबसे छोटी**
एक अंक	9	1
दो अंकों	99	10
तीन अंकों	999	100
चार अंकों	9999	1000
पाँच अंकों	99999	10000
छः अंकों	999999	100000
सात अंका	9999999	1000000
आठअंकों	99999999	10000000 (एक करोड़)

संख्याओं को शब्दों में लिखना

अंकों में	शब्दों में
6009	छः हजार नौ
68111	अड़सठ हजार एक सौ ग्यारह
10101001	एक करोड़ एक लाख एक हजार एक
9909	नो हजार नौ सौ नो

संख्याओं को अंकों में लिखना

शब्दों में	अंकों में
नौ लाख चार हजार	904000
एक लाख ग्यारह हजार ग्यारह सौ ग्यारह	111111
एक लाख चार हजार पाँच	104005
आठ करोड़ नब्बे लाख चालीस हजार दस	89040010
एक करोड़ एक लाख एक हजार एक सौ एक	10101101

संख्या की रोमन पद्धति

रोमन पद्धति – रोमन संख्या पद्धति का उद्गम प्राचीन रोम से हुआ है।

रोमन अंक पद्धति के संकेत –

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

रोमन संख्या पद्धति के कुछ नियम

1. किसी भी संकेत को एक साथ चार बार नहीं लिख सकते हैं।
2. किसी संख्या को बढ़ाने के लिए बड़ी संख्या को पहले लिखा जाता है।
   उदाहरण
   XI = $10 + 1 = 11$
   LV = $50 + 5 = 55$
3. किसी छोटी संख्या को घटाने के लिए छोटी संख्या पहले लिखी जाती है।
   उदाहरण
   IX $= 10 - 1 = 9$
   XC $= 100 - 10 = 90$

रोमन अंक

	I	2	II
	III	4	IV
	V	6	VI
	VII	8	VIII
	IX	10	X
	XI	12	XII
	XIII	14	XIV
	XV	16	XVI
	XVII	18	XVIII
	XIX	20	XX

2 CHAPTER अभाज्य एवं संयुक्त संख्याएँ

अभाज्य/रूढ़ संख्याएँ – ऐसी प्राकृत संख्या जिनके केवल 2 गुणनखण्ड हैं। जो 1 और वह संख्या स्वयं से ही विभाजित हो। ऐसी संख्या अभाज्य और रूढ़ संख्या कहलाती है। जैसे – 2,3, 5, 7, 11, ...

	अभाज्य संख्या	कुल
101 से 125 तक	101, 103, 107, 109, 113	5
126 से 150 तक	127, 131, 137, 139, 149	5
151 से 175 तक	151, 157, 163, 167, 173	5
176 से 200 तक	179, 181, 191, 193, 197, 199	6

नोट

- संख्या 1 न तो अभाज्य और न ही भाज्य संख्या है।
- 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है। साथ ही 2 सबसे छोटी व एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।
- 1 से 100 तक अभाज्य संख्याएँ – 25 जो निम्न प्रकार हैं

2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23,29, 31, 37, 41, 43,

47, 53, 59,61, 67, 71,73, 79,83, 89, 97

	अभाज्य संख्या	कुल
1 से 10 तक	2,3, 5,7	4
11 से 20 तक	11,13, 17, 19	4
21 से 30 तक	23,29	2
31 से 50 तक	31, 37, 41, 43, 47	5
51 से 75 तक	53, 59, 61, 67,71, 73	6
76 से 100 तक	79, 83, 89, 97	4

- 100 से 200 तक अभाज्य संख्याएँ = 21 जो इस प्रकार हैं –

  101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199
- अभाज्य संख्या पहचानने का तरीका –

  सर्वप्रथम हम यह पता करेंगे कि इस संख्या के नजदीक या इससे छोटी वर्ग संख्या कौनसी है। फिर उस संख्या के वर्गमूल तक की अभाज्य संख्या का भाग देंगे।

  उदाहरण – (i) 139 अभाज्य संख्या है या नहीं।

  हल –

  139 के नजदीक वर्ग = $121 = 11^2$

  11 तक की अभाज्य संख्या का भाग देंगे।

  2, 3, 5, 7, 11 इन अभाज्य संख्या का भाग 139 में नहीं जाता इसलिए यह एक अभाज्य संख्या है।

युग्म/युगल अभाज्य संख्या – ये वे अभाज्य संख्या हैं जिनमें केवल आपसी अन्तर 2 का है।

उदाहरण – (2, 3), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73),

सह अभाज्य संख्याएँ – ये वे प्राकृत संख्या हैं जिनका महतम समापर्वतक 1 हो और अन्य 2 का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो।

उदाहरण – (2, 5) (4, 9) (4, 13), (5, 9, 14)

संयुक्त संख्याएं – वे प्राकृत संख्या जिनका 1 व स्वयं के अलावा भी अन्य गुणनखण्ड हों। यह संयुक्त संख्या कहलाती है।

- संयुक्त संख्या को ही भाज्य/यौगिक संख्या कहते हैं।

  उदाहरण – 4, 6, 10, 12, 492, 121

  $4 = 2 \times 2$ $\quad 6 = 3 \times 2$

  $12 = 2 \times 3 \times 2$ $\quad 55 = 5 \times 11 \times 1$

3 CHAPTER गणितीय मूल संक्रियाएँ

- हम अपने हिसाब व अन्य कार्यों में गणितीय सक्रियाएँ (जोड़, बाकी, गुणा, भाग) करते रहते है।
- यह हमारे जीवन के साथ–साथ चलती ही रहती है।
- इस प्रकार हम सर्वप्रथम गणित की मूल संक्रिया जोड़ को करते है।

जोड़

- किसी एक संख्या को दूसरी संख्या`में मिलना जिससे हमें एक अन्य संख्या प्राप्त होती है। यह संख्या उन दोनों संख्या का योगफल है।
- इसको + चिन्ह से दर्शाया जाता है।

उदाहरण

(i)

$$\begin{array}{r} 4892 \\ +\ 9862 \\ \hline 14754 \end{array}$$

(ii)

$$\begin{array}{r} 98692 \\ 43268 \\ +\ 93261 \\ \hline 235221 \end{array}$$

दशमलव की संख्या को जोडना

(i)

$$\begin{array}{r} 629.420 \\ 96.042 \\ +\ 861.920 \\ \hline 1587.382 \end{array}$$

(ii)

$$\begin{array}{r} 68.092 \\ 2.359 \\ 682.439 \\ 928.428 \\ +\ 62.509 \\ \hline 1743.827 \end{array}$$

स्वयं हल करें

प्रश्न 1. निम्न संख्याओं को हल करें।
9.42 + 42.926 + 982.52 + 926.32

योग करने की अन्य प्रक्रियाएँ

- प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$
  जहाँ n प्राकृत संख्याओं की संख्या है।

उदाहरण – 1 से 25 तक की प्राकृत संख्याओं का योग?
हल – 1 से 25 तक की प्राकृत संख्याओं का योग

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

$$n = 25$$

$$\Rightarrow = \frac{25(25+1)}{2} = \frac{25 \times 26}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{650}{2} = 325$$

अतः 1 से 25 तक की प्राकृत संख्याओं का कुल योग = 325 है।

- **प्रथम n सम संख्याओं का योग = $n(n+1)$**

उदाहरण – प्रथम 25 सम संख्याओं का योग कीजिए।
हल – प्रथम 25 सम संख्याओं का योग= 25 (25 + 1)
= 25 × 26
= 650
अतः प्रथम 25 सम संख्या का योग = 650 है।

- **प्रथम n विषम संख्याओं का योग बताओ = n^2**

उदाहरण

(i) प्रथम 20 विषम संख्याओं का योग बताओ।
हल – प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2
प्रथम 20 विषम संख्याओं का योग = $(20)^2$ = 400

(ii) 1 से 100 तक विषम संख्याओं का योग कितना होगा?
हल – आप जानते है कि 1 से 100 तक लगभग 50 विषम संख्याएँ होती है।
अतः प्रथम 50 विषम संख्याओं का योग ज्ञात करने पर –
सुत्र = प्रथम n विषम संख्या का योग = n^2
$= (50)^2$
= 2500
अतः प्रथम 50 विषम संख्याओं का योग = 2500 होगा।

- **प्रथम 20 पूर्ण संख्याओं का योग = $\frac{n(n-1)}{2}$**

उदाहरण – प्रथम 20 पुर्ण संख्याओं का योग कितना होगा ?

हल – हमे जानते है कि पूर्ण संख्याएँ शून्य से प्रारम्भ होती है।

पूर्ण संख्याएँ = 0, 1, 2, 3, 4, ...

प्रथम 20 पूर्ण संख्याओं का योग $=\frac{n(n-1)}{2}$

$$=\frac{20(20-1)}{2}=\frac{20\times19}{2}$$

$$=\frac{380}{2}$$

$$=190$$

अतः प्रथम 20 पूर्ण संख्याओं का योग = 380 होगा।

- **प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग** $=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

उदाहरण – प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गो का योग बताओ।

हल – प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग $=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2 \text{ .... } + 10^2$$

$$=\frac{10(10+1)(2\times10+1)}{6}$$

$$=\frac{10\times11\times21}{6}$$

$$=385$$

स्वयं हल करें

प्रश्न – प्रथम 25 प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग बताइये।

उत्तर – 5525

बाकी / घटाव

हमारे पास कुछ वस्तुएँ हैं उसमें से हमनें कुछ वस्तुएँ अपने पडोसी को दे दी। अब हमारे पास कितनी वस्तुएँ शेष बची इसी प्रक्रिया को बाकी/घटाव–व्यवकलन कहा जाता है।

- घटाव/बाकी को (–) चिहन से प्रदर्शित किया जाता है।

उदाहरण –

उदाहरण – पाँच अकों की सबसे बड़ी संख्या में से चार अंकों की सबसे छोटी संख्या का अन्तर कितना होगा?

हल – सर्वप्रथम हम पाँच अकों की सबसे बड़ी संख्या – चार अकों की सबसे छोटी संख्या

पाँच अकों की सबसे बड़ी संख्या = 99.999

चार अकों की सबसे छोटी संख्या = 1000

अतः

	9	9	9	9	9
–		1	0	0	0
	9	8	9	9	9

अतः इन संख्याओं का अन्तर = 98999

उदाहरण – राजू के पास 632.75 रुपये है। वह बाजार से 182.28 रुपये का सामान लाता है। अब उसके पास कुल कितने रुपये है?

हल – राजू के पास कुल रूपये = 632.75 रु

राजू ने सामान खरीदा = 182.28 रु

	रु				पैसे	
	6	3	2	.	7	5
–	1	8	2	.	2	8
	4	5	0	.	4	7

अतः राजू के पास शेष रुपये है – 450.47रु.

स्वयं करें

प्रश्न – (......?......) – 2359 – 4268 = 9696

उदाहरण – राम ने बाजार से 9 किग्रा. 500 ग्राम चीनी खरीदी और राधा ने 7 किग्रा 875 ग्राम चीनी खरीदी तो बताओ राम ने कितनी अधिक चीनी खरीदी।

हल – राम ने बाजार से चीनी

		किग्रा	ग्राम
खरीदी	→	9	500

राधा ने बाजार से चीनी

खरीदी	→	7	875

- 1 किग्रा. = 1000 ग्राम

	किग्रा.	ग्राम
	9	500
–	7	875
	1	652

(i)

	4	8	9	9
–	4	1	0	6
	0	7	9	3

(ii)

	9	3	2	1
–	6	8	8	2
	2	4	3	9

अतः राम ने 1 किग्रा 625 ग्राम अधिक चीनी खरीदी।

गुणा

- गुणा को (×) चिह्न से दर्शाया जाता है।
- यदि हमें दो संख्या के मध्य यह चिह्न मिले तो उन संख्याओं को गुणा करने का भाव आता है।

उदाहरण

423 × 94 को हल करें।

हल –

$$\begin{array}{cccccl} & & 4 & 2 & 3 & \\ & & \times & 9 & 4 & \rightarrow \textbf{गुणक (f)} \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 2 & \\ 3 & 8 & 0 & 7 & \times & \\ \hline 3 & 9 & 7 & 6 & 2 & \rightarrow \textbf{गुणनफल} \\ \hline \end{array}$$

प्रश्न 1. 928 × 98 × 62 को हल करे

प्रश्न 2. 49. 285 × 96.2 को हल करें।

प्रश्न 3. 2.34 × 3.05 × 0.05 को हल किजिए।

उदाहरण – एक सेल फोन का मूल्य $434\frac{2}{3}$ रु. है तो 14 सेल फोन का मूल्य कितना होगा?

हल – एक सेल फोन का मूल्य = $434\frac{2}{3}$ रु. 14 सेल फोन का मूल्य

$$= 434\frac{2}{3}\times 14$$
$$= \frac{1304}{3}\times 14$$
$$= \frac{18256}{3}$$
$$= 6085\frac{1}{3}$$

अतः 14 सेल फोन का मूल्य $= 6085\frac{1}{3}$ रुपये होगा।

इकाई का अंक ज्ञात करना

किन्हीं भी संख्याओं के मध्य गुणा करने पर प्राप्त गुणन फल में इकाई का अंक ज्ञात करना।

उदाहरण – 12 × 14 × 8 के इकाई का अंक ज्ञात करों।

हल – 12 × 14 × 08 = 1344

यहाँ इकाई अंक = 4 होगा

स्वयं हल करें

प्रश्न 1. संख्या 692 × 481 × 699 का इकाई अंक ज्ञात करो।

उदाहरण – $427^{42}\times 98^{13}\times 892^{93}$ में इकाई का अंक ज्ञात करो।

प्रश्न 2. 489 × 426 × 989 × 235 × 24 का इकाई अंक ज्ञात करो।

हल – हम इस तरह के प्रश्न को आसानी से हल नही कर सकते इस प्रकार के प्रश्न मे हमारा काफी समय बर्बाद हो जाएगा।

तो इस तरह के प्रश्न का अलग प्रकार से हल करेंगे।

जैसे –

अंक	x^1	x^2	x^3	x^4
2	2	4	8	6
3	3	9	7	1
4	4	6	4	6
7	7	9	3	1
8	8	4	2	6
9	9	1	9	1

इनके अलावा यदि 0, 1, 5, 6 अंक आए तो उनका इकाई अंक उस अंक के समान रहेगा।

इनमें हम घात में 4 का भाग देंगे।

जैसे –

$42\underline{7}^{42} \rightarrow \frac{42}{4}$ = शेष = 2

तो यहाँ 7 की घात = 7^2 होगी

और 7 × 7 = $4\underline{9}$

यहाँ 9 इकाई अंक होगा

इसी प्रकार अन्य –

$\Rightarrow 98^{13} = \frac{13}{4} = 1$

यहाँ 8 की घात = 8^1

$892^{93} = \frac{93}{4} = 1$

तो यहाँ 2 की घात = 2^1 होगी

अतः

9 × 8 × 2 = 144 तो इनका इकाई अंक 4 होगा।

स्वयं हल करें

प्रश्न 1. $981^{29} \times 228^{15} \times 249^{46}$ का इकाई अंक ज्ञात करो?

प्रश्न 2. $16^{24} \times 15^{19} \times 11^{122}$ का इकाई अंक ज्ञात करो?

उदाहरण – $767^{65} \times 6^{41} \times 3^{57}$ में इकाई अंक क्या है?

हल – 767^{65} का इकाई अंक $= \frac{65}{4} = 1$

अतः $7^1 = 7$

पुनः 6^{41} का इकाई अंक = 6

पुनः 3^{57} का इकाई अंक $= \frac{57}{4} = 1$

अतः $3^1 = 3$

अभीष्ठ अंक = (7 × 6 × 3) = 126

यहाँ इकाई अंक = 6 होगा।

योज्य तत्समक

- x का योज्य तत्समक = 0
- $x + 0 = x$

योज्य प्रतिलोम

- x का योज्य प्रतिलोम = $-x$
- $x + (-x) = 0$

उदाहरण – 4 का योज्य प्रतिलोम क्या होगा?
हल – 4 का योज्य प्रतिलोम = – 4
= 4 + (– 4) = 0

गुणन तत्समक

- x का गुणन तत्समक = 1
- $x \times 1 = x$

गुणन प्रतिलोम

- x का गुणन प्रतिलोम $= \frac{1}{x}$
- $x \times \frac{1}{x} = 1$

उदाहरण –

(i) 3 का गुणन प्रतिलोम बताओ?

हल – 3 का गुणन प्रतिलोम $= 3 \times \frac{1}{3} = 1$

(ii) $\frac{5}{7}$ का गुणन प्रतिलोम बताओ?

हल – $\frac{5}{7}$ का गुणन प्रतिलोम $= \frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = 1$

भाग

भागः गणित के इस संक्रिया मे ÷ इस चिन्ह का प्रयोग किया जाता है।

माना किसी संख्या a को b से विभक्त करने पर भागफल q तथा शेषफल r है तब

a = भाज्य

b = भाजक

q = भागफल

r = शेषफल

$\sqrt[b]{a}\,2$

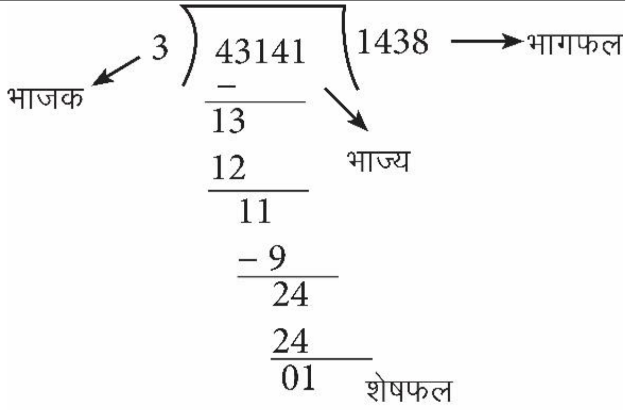
$-$

r

भाज्य = (भाजक × भागफल) + शेषफल

उदा. 43141 मे 3 का भाग देने पर भागफल और शेषफल बताइये?

हल. 43141 मे 3 का भाग देने पर



यहाँ भाज्य = 43141
भाजक = 3
भागफल = 1438
शेषफल = 1

भाजकता के नियम

किसी संख्या में भाग देने के लिए भी कुछ नियम होते है। उन्हें ही भाजकता नियम कहते है। इनसे शीघ्र पता चल जाता है कि भाग जाएगा या नही।

- **2 का भाजकता नियमः**
  जिस संख्या के अन्त मे 0, 2, 4, 6, 8 अंक हो

- **3 से भाजक नियम**
  जिस संख्या के सभी अंको का योग 3 से विभाजित होता–
  उदा. 38922
  इसमे 3 + 8 + 9 + 2 + 2 = 24
  अतः यह संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित है।

- **4 से भाजकता नियम**
  जिस संख्या के अन्तिम दो अक इकाई अंक व दहाई अंक दोनो मे पूर्णतः भाग चला जाए तो –
  उदा. (1) 42984
  इस संख्या के 84 मे भाग जाएगा तो सम्पूर्ण संख्या मे भाग चला जाएगा।

- **5 से भाजकता नियम**
  जिस संख्या का अन्त में इकाई अंक 0, 5 तो वह 5 से पूर्णतः विभाजित होगी।
  उदा. (1) 9240
  इस संख्या के अन्त में 0 है इसलिए यह 5 से पूरी तरह विभाजित होगी।
  Note – 15 का विभाजकता नियम इसी तरह से होगा।

- **6 का भाजकता –**
  जिस संख्या मे 2 या 3 का भाग भी पूरा–पूरा चला जाए तो उस संख्या 6 का भाग भी चला जाएगा।
  उदा. (1) 48 इसमे 2 व 3 का पूरा भाग जाता है इसलिए इसमे 6 का भाग भी पूरा–पूरा जाएगा।

- **7 का भाजकता नियम**
  किसी संख्या में 7 का पूरा पूरा भाग जाएगा।
  जिसके लिए हमें संख्या के अंक को दुगना कर शेष बची संख्या मे से घटाना है।
  यह प्रकिया कई बार भी करनी पड़ सकती है।

  उदा. (1) 2961
  इस संख्या का इकाई अंक 1 है और इसका दोगुना कर शेष बची संख्या मे से घटाना होगा।
  $\Rightarrow$ 2961 का इकाई अंक $1 \times 2 = 2$
  $\Rightarrow 296 - 2 = 29\underline{4} \rightarrow 4 \times 2 = 8$
  $\Rightarrow 29 - 8 = 21$
  $\Rightarrow$ 21 से पुरी विभाजित है। अतः यह संख्या भी पूर्णतः विभाजित है।
  Note– यदि कोई संख्या लगातार 6 बार आ जाए तो वह संख्या भी 7 से पूर्णतः विभाजित होगी।
  उदा. (1) 222222
  (2) 999999

- **13 का भाजकता नियम** – इसमें इकाई के अंक का चार गुना करके शेष संख्या मे जोडते है।
  उदा. (1) 6357
  यहाँ $635 + 7 \times 4 = 635 + 28 = 663$
  $660 + 3 \times 4 = 66 + 12 = 78$
  अतः 78 मे 13 का भाग पूर्णतः विभाजित है।

- **8 का भाजकता**
  जिस संख्या के अन्त के तीन अंकों मे 8 का भाग चला जाए तो उस पूरी संख्या मे 8 का भाग जाएगा। जिसके अन्त के इकाई, दहाई, सैकड़ा के अंक लेने है।
  उदा. (1) 5432 संख्या 432 मे यदि 8 का भाग पुरा–पुरा चला जाए तो यह संख्या 8 से पूर्णतः विभाजित होगी।

- **9 का भाजकता नियम**
  जिस संख्या के अंको का योग करने पर उस संख्या मे 9 का भाग चला जाए तो वह 9 से पूर्णतः विभाजित है।
  उदा. (1) 8073 में अंकों का योग
  $8 + 0 + 7 + 3 = 18$
  18 मे 9 का भाग जाता है इसलिए इस पूरी संख्या 8073 में भी जाएगा।

- **10 का भाजकता नियम**
  जिस संख्या का अन्त 0 से हो
  उदा. (1) 100, (2) 1000 (3) 590

- **11 का भाजकता नियम**
  जिस भी संख्या में सम स्थान पर अंक और विषम स्थान पर अंक का अन्तर 0 या 11 के पहाड़े में से आये तो वह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित होगी।
  उदा. (1) 2893
  यहा संख्या के सम स्थान पर अंक – विषम स्थान पर अंक =
  $= (8 + 3) - (2 + 9)$
  $= 11 - 11 = 0$
  यहा 0 आने पर यह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित है।
  (2) 76,824 संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित है या नही?

17 का विभाजकता नियम – इसमे संख्या के इकाई अंक को पाँच गुना करके शेष में से घटाते है और अन्त मे जो बची संख्या मे 17 का भाग जाएगा तो वह 17 से पूर्णतः विभाजित होगी।

उदा. (1) यदि 9 से संख्या $70x6$ मे भाग पूरा जाए तो x का मान हो सकता है ?

(a) 9 (b) 4
(c) 5 (d) 3

जैसे – 9 का भाजकता नियम
$7 + 0 + x + 6 = 13 + x$
हम यहा x का मान विक्ल्पो मे से रखेगें।
यहा x का मान = 5 सही है।

(2) यदि 11 से संख्या $x756$ मे भाग देने पर पूरा – पूरा जाए तो x का मान होगा ?

(a) 2 (b) 8
(c) 4 (d) 3

(3) कोई संख्या x मे 8 से भाग देने पर भागफल 489 आये तो भाज्य, शेषफल ज्ञात कीजिए?

BODMAS का नियम

यह नियम अपने हिसाब से कार्य करता है जिसमे यह
$$[x - \{d \div c(x + y)\}]$$
यह सबसे पहले बार – को हल उसमे बाद ( ) कोष्ठक, उसके पश्चात { } कोष्ठक और बड़े कोष्ठक [ ] को हल किया जाता है।
इसके बाद क्रमशः का भाग गुणा, जोड़ या घटाव किया जाता है।

सरल स्तर

उदा. (1) $96 + 14 \times 12 - 20 \div 4$ का मान ज्ञात कीजिए ?

(a) 289 (b) 259
(c) 296 (d) 258

Ans. (b)

जैसे यहाँ 96 + 14 × 12 − 20 ÷ 4 मे हम भाग की पहले हल करेंगे ?

→ 96 + 14 × 12 − 5

→ 96 + 168 − 5

→ 264 − 5

= 259

कठिन स्तर

(2) $4\frac{2}{5}-\left(2\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{7}\right)$ का मान कितना होगा ?

(a) $2\frac{1}{140}$ (b) $3\frac{1}{140}$

(c) $2\frac{3}{140}$ (d) $3\frac{3}{140}$

Ans. (a)

हल. $= 4\frac{2}{5}-\left(2\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{7}\right)$ पहले कोष्ठक हल करे ?

$$= 4\frac{2}{5}-\left(2\frac{1}{4}+\frac{1}{7}\right)$$

$$= 4\frac{2}{5}-\left(\frac{9}{4}+\frac{1}{7}\right) = \frac{22}{5}-\frac{67}{28}$$

$$= \frac{22}{5}-\frac{67}{28} = \frac{616-335}{140}$$

$$= \frac{281}{140} = 2\frac{1}{140} \text{ Ans.}$$

नोट – उपरोक्त प्रश्न REET की पूर्व परीक्षा में आ चुके है और आगे भी आने की सम्भावना है और लघुत्तम समापर्त्य, महत्तम समापवर्तक निकालने के लिए इन टॉपिकों का अध्ययन करें।

4 CHAPTER भिन्न

ऐसी संख्याएँ जिन्हें $\frac{x}{y}$ के रूप में व्यक्त किया जा सके और x व y का मान कुछ न कुछ हो सकें। इसे भिन्न कहते है।

भिन्नें निम्न प्रकार की होती है–

(1) उचित भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके अंश का मान हर से छोटा होता है, वह उचित भिन्न कहलाती है। जैसे – $\left(\frac{3}{5}, \frac{11}{19}, \frac{4}{7}\right)$ – उचित भिन्न

(2) अनुचित भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके अंश का मान हर से बड़ा होता है, उसे अनुचित भिन्न कहते है।

जैसे – $\left(\frac{5}{3}, \frac{9}{4}, \frac{11}{7}\right)$ – अनुचित भिन्न

Note – अनुचित भिन्न से हमेशा मिश्र भिन्न बनायी जाती है।

(3) मिश्र भिन्न – एक अनुचित भिन्न को एक पूर्णांक संख्या और एक उचित भिन्न में बदलने से जो भिन्न प्राप्त होती है, उसे मिश्र भिन्न कहते है।

उदाहरण – $\left(\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}\right)$ - इसमें 1 पूर्णांक है तथा $\frac{2}{3}$ उचित भिन्न है तथा $1\frac{2}{3}$ मिश्र भिन्न है।

(4) इकाई भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके अंश का मान एक होता है, उसे इकाई भिन्न कहते है। जैसे – $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$ आदि।

(5) तुल्य भिन्न – दो या दो से अधिक भिन्नें जिनके अंश व हर का गुणात्मक मान समान होता हो उसे तुल्य भिन्न कहते है।

जैसे – $\left(\frac{2}{3}, \frac{20}{30}, \frac{40}{60}\right)$

Q. निम्न में से $\frac{2}{3}$ के तुल्य भिन्न है–

(a) $\frac{6}{4}$ (b) $\frac{8}{12}$

(c) $\frac{12}{8}$ (d) $\frac{15}{20}$

Ans. (b)

(6) दशमलव भिन्न – ऐसी भिन्नें जिनके हर का मान 10 के गुणांकों के रूप में होता है, उसे दशमलव भिन्न कहते है। जैसे – 0.5, 0.25, 0.125

(7) आरोही क्रम – छोटे से बड़ा

नियम 1 – यदि भिन्नों के अंश समान होते हो और हर का मान अलग–अलग होता हो तो जिस भिन्न का हर सबसे छोटा होगा, वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{5}{2}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{11}$

(i) सबसे बड़ी भिन्न – $\frac{5}{2}$

(ii) सबसे छोटी भिन्न – $\frac{5}{11}$

(iii) अवरोही क्रम में – $\frac{5}{2}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{11}$

(iv) आरोही क्रम में – $\frac{5}{11}, \frac{5}{9}, \frac{5}{7}, \frac{5}{2}$

नियम 2 – यदि भिन्नों के हर समान होते हो और अंश का मान अलग–अलग होता हो तो जिस भिन्न का अंश सबसे बड़ा होगा वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{13}{5}, \frac{7}{5}$ सबसे बड़ी – $\frac{13}{5}$

सबसे छोटी – $\frac{3}{5}$

अवरोही क्रम – $\frac{13}{5}, \frac{7}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$

आरोही क्रम – $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{7}{5}, \frac{13}{5}$

नियम 3 – अंश व हर का अंतर समान होता हो लेकिन हर का मान अंश से बड़ा हो तो जिस भिन्न का अंश बड़ा होगा वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{19}{21}, \frac{101}{103}, \frac{71}{73}, \frac{89}{91}$

सबसे बड़ी – $\frac{101}{103}$

सबसे छोटी – $\frac{19}{21}$

आरोही क्रम – $\frac{19}{21}, \frac{71}{73}, \frac{89}{91}, \frac{101}{103}$

अवरोही क्रम – $\frac{101}{103}, \frac{89}{91}, \frac{71}{73}, \frac{19}{21}$

नियम 4 – यदि भिन्नों के अंश व हर का अंतर समान हो तथा अंश का मान हर से अधिक हो तो जिस भिन्न का अंश सबसे छोटा होगा वह भिन्न सबसे बड़ी होगी।

जैसे – $\frac{21}{19}, \frac{73}{71}, \frac{91}{89}, \frac{103}{101}$

सबसे छोटी = $\frac{103}{101}$

सबसे बड़ी = $\frac{21}{19}$

आरोही – $\frac{103}{101}, \frac{91}{89}, \frac{73}{71}, \frac{21}{19}$

अवरोही – $\frac{21}{19}, \frac{73}{71}, \frac{91}{89}, \frac{103}{101}$

Q. 1 $\frac{2}{9}, \frac{5}{8}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}$ में आरोही क्रम में होगा ?

$\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$ - आरोही क्रम

$\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}$ - अवरोही क्रम

Q. 2 $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{7}$ में आरोही क्रम बताओ ?

उत्तर $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{6}{7}$ - आरोही क्रम

Q. 3 निम्नलिखित में से छोटी भिन्न कौनसी है ?

$\frac{24}{25}, \frac{10}{11}, \frac{99}{100}, \frac{68}{69}$

उत्तर छोटी भिन्न = $\frac{10}{11}$

Q. 4 0.23232323 = $0.\overline{23}$ = $\frac{23}{99}$ उत्तर

Note –(1) सबसे पहले संख्या लिख दो।

(2) अंश में संख्या में से, जिस संख्या पर (–) नहीं हो उसे घटा दो।

(3) दशमलव के बाद बार (–) के नीचे जितने अंक हो हर में 9 के आगे उतने 9 लगा दो।

(4) दशमलव के बार (–) के अतिरिक्त अन्य जितने भी अंक हो हर में 9 के आगे उतनी शून्य लगा दो।

Q. 5 $4.\overline{7} = \frac{47-4}{9} = \left[\frac{43}{9}\right]$

Q.6 $0.\overline{3}+0.\overline{6}+0.\overline{7}+0.\overline{8} = \frac{3}{9}+\frac{6}{9}+\frac{7}{9}+\frac{8}{9} = \frac{3+6+7+8}{9}$

$= \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = \left[2\frac{2}{3}\right]$

(1) जिस संख्या से पहले कोई भी चिह्न नहीं होता है, उसे हमेशा + की माना जाता है।

(2) समान चिह्नों वाली संख्याएँ हमेशा जोड़ी जाती है और उस संख्या के पहले जो भी चिह्न लगा होता है जोड़ने के बाद में जो चिह्न लगा होता है, उसे ही लगाते है।

(i) $-1-1 = -2$ (ii) $+2 + 2 = +4$

(3) असमान चिह्नों वाली संख्याएँ हमेशा घटायी जाती है और घटाने के बाद में बड़ी संख्या के पहले जो भी चिह्न लगा होता है, वही लगा देते है।

उदाहरण – 9

दिखाइए कि $0.2353535\ldots. = 0.\overline{235}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कर सकते हैं।
जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ हैं।

हल : मान लीजिए $x = 0.2\overline{35}$ हैं। यहाँ यह देखिए कि 2 की पुनरावृत्ति नहीं होती है, परन्तु खंड 35 की पुनरावृत्ति होती है। क्योंकि दो अंकों की पुनरावृत्ति हो रही है, इसलिए हम x को 100 से गुणा करते है। ऐसा करने पर, हमें यह प्राप्त होता है :

$$100x = 23.53535\ldots.$$

इसलिए $100x = 23.3 + 0.23535\ldots = 23.3 + x$

अतः $99x = 23.3$

अर्थात् $99x = \frac{233}{10}$,

जिससे $x = \frac{233}{990}$ हुआ।

आप इसके विलोम, अर्थात् $\frac{233}{990} = 0.2\overline{35}$ की भी जाँच कर सकते हैं।

अतः अनवसानी आवर्ती दशमलव प्रसार वाली प्रत्येक संख्या को $\frac{p}{q}$ $(q \neq 0)$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, जहाँ p और q पूर्णांक है। आइए हम अपने परिणामों को संक्षेप में इस प्रकार व्यक्त करें :

5 CHAPTER दशमलव भिन्न

दशमलव भिन्न – ऐसी भिन्न जिनके हर में 10 या 10 की घात हो वे भिन्न दशमलव भिन्न कहलाती हैं।

उदाहरण –

$$\frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{2}{10} = 0.2$$

$$\frac{4}{100} = 0.04$$

$$\frac{9}{1000} = 0.009$$

जैसा कि हम स्थानीय मान टॉपिक में पढ़ चुके हैं – दशमलव के बाद

दहाई	इकाई	दशमलव	दसवाँ भाग	सौवाँ भाग	हजारवाँ भाग
दहाई x10	इकाई x1	•	$^1/_{10}$	$^1/_{100}$	$^1/_{1000}$

उदाहरण

सरल स्तर –

(i) 32.463 को विस्तारित रूप में लिखिए।

हल $-3 \times 10 + 2 \times 1 + . + 4 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100} + 3 \times \frac{1}{1000}$

$= 30 + 2 + . + \frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{3}{1000}$

(ii) $4000 + 30 + 3 + \frac{6}{10} + \frac{9}{100} + \frac{2}{1000}$ को दशमलव भिन्न में लिखिए –

हल – $= 4000 + 30 + 3 + \frac{6}{10} + \frac{9}{100} + \frac{2}{1000}$

$= 4033.692$

कठिन स्तर –

(iii) 4 दहाई + 8 इकाई + 8 दसवाँ + 6 सौवाँ को दशमलव भिन्न में बदलिए।

हल – $= 4 \times 10 + 8 \times 1 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100}$

$= 48.86$

(iv) निम्नलिखित संख्या को दशमलव रूप में लिखिए।

$$900 + 90 + 6 + \frac{6}{10} + \frac{9}{1000} + \frac{4}{100000}$$

हल – $996 + 0.6 + 0.009 + 0.00004$

$= 996.60904$

दशमलव भिन्न

- शान्त दशमलव भिन्न
- अशान्त दशमलव भिन्न
  - आवर्ती अशान्त/अनवसानी आवर्ती
  - अनावर्ती अशान्त

शान्त दशमलव भिन्न –

इनमें परिमेय संख्या आती है। जिन भिन्नों के अंश में हर का भाग देने पर दशमलव प्रसार एक या दो के बाद बन्द हो जाए।

उदाहरण –

(i) $\frac{15}{4}$

हल – $\frac{15}{4} = 3.75$

(ii) $\frac{21}{2}$

हल – $\frac{21}{2} = 10.5$

अशान्त दशमलव भिन्न – जिस भिन्न के अंश में हर का भाग देने पर दशमलव प्रसार बन्द ना हों।
उदाहरण –

(i) $\frac{10}{6}$ **हल** $= \frac{10}{6} = 1.666 \ldots..$

(ii) $\frac{7}{3}$ **हल** $= \frac{7}{3} = 2.333 \ldots ....$

1. **अनवसानी आवर्ती दशमलव भिन्न –** किसी भिन्न के अंश में हर का भाग देने पर एक निश्चित अंक की आवर्ति रहे। हम भिन्न पर (–) लगाकर विराम दे सकते हैं।

   उदाहरण –

   (i) $\frac{20}{6} = 3.333 = 3.\overline{3}$

   (ii) $\frac{19}{99}$ –

   हल $= \frac{19}{99} = 0.191919 \ldots ... = \mathbf{0.\overline{19}}$

2. **अनावर्ती अशान्त दशमलव भिन्न** –
   जब किसी भिन्न अंश में हर का भाग देने पर दशमलव के पश्चात् एक अनिश्चित अंक बढ़ते जाएँ।
   उदाहरण –

   (i) $\frac{19}{89}$

   हल – $\frac{19}{89} = 0.2134831461$..........

- अनवसानी आवर्ती दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलों –

उदाहरण –

(i) $0.\overline{19}$

हल – $0.\overline{19} = \frac{0.19}{99} = \frac{19}{99}$

हर बार हटाकर उसके नीचे 9 लिख देंगे।

(ii) $3.\overline{3}$

हल – $3.\overline{3} = 3.\frac{3}{9} = 3.\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$

(iii) $0.12\overline{7}$

हल – $0.12\overline{7} = \frac{127-12}{900} = \frac{115}{900} = \frac{23}{180}$

हम जितनी बार हैं तो उसके नीचे 9 लिखेंगे और उसके आगे जितने अंक हैं तो उतनी ही शून्य लिखेंगे।