



छत्तीसगढ़

पटवारी

छत्तीसगढ़ व्यावसायिक परीक्षा मण्डल (CG VYAPAM)

भाग - 4

गणित एवं मानसिक योग्यता



विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	संख्या पद्धति	1
2	वर्ग और वर्गमूल	8
3	घन और घनमूल	11
4	करणी व घातांक	13
5	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	17
6	भिन्न	20
7	औसत	22
8	चाल, समय और दूरी	26
9	बीजगणित	30
10	द्विघात समीकरण	35
11	अनुपात व समानुपात	38
12	प्रतिशतता	42
13	लाभ - हानि	46
14	साधारण ब्याज	51
15	चक्रवृद्धि ब्याज	54
16	ज्यामिति	57
17	क्षेत्रमिति	74
18	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	89
19	श्रृंखला	94
20	कूट भाषा परीक्षण	98
21	सादृश्यता	102
22	वर्गीकरण	106
23	दिशा और दूरी	109

विषयसूची

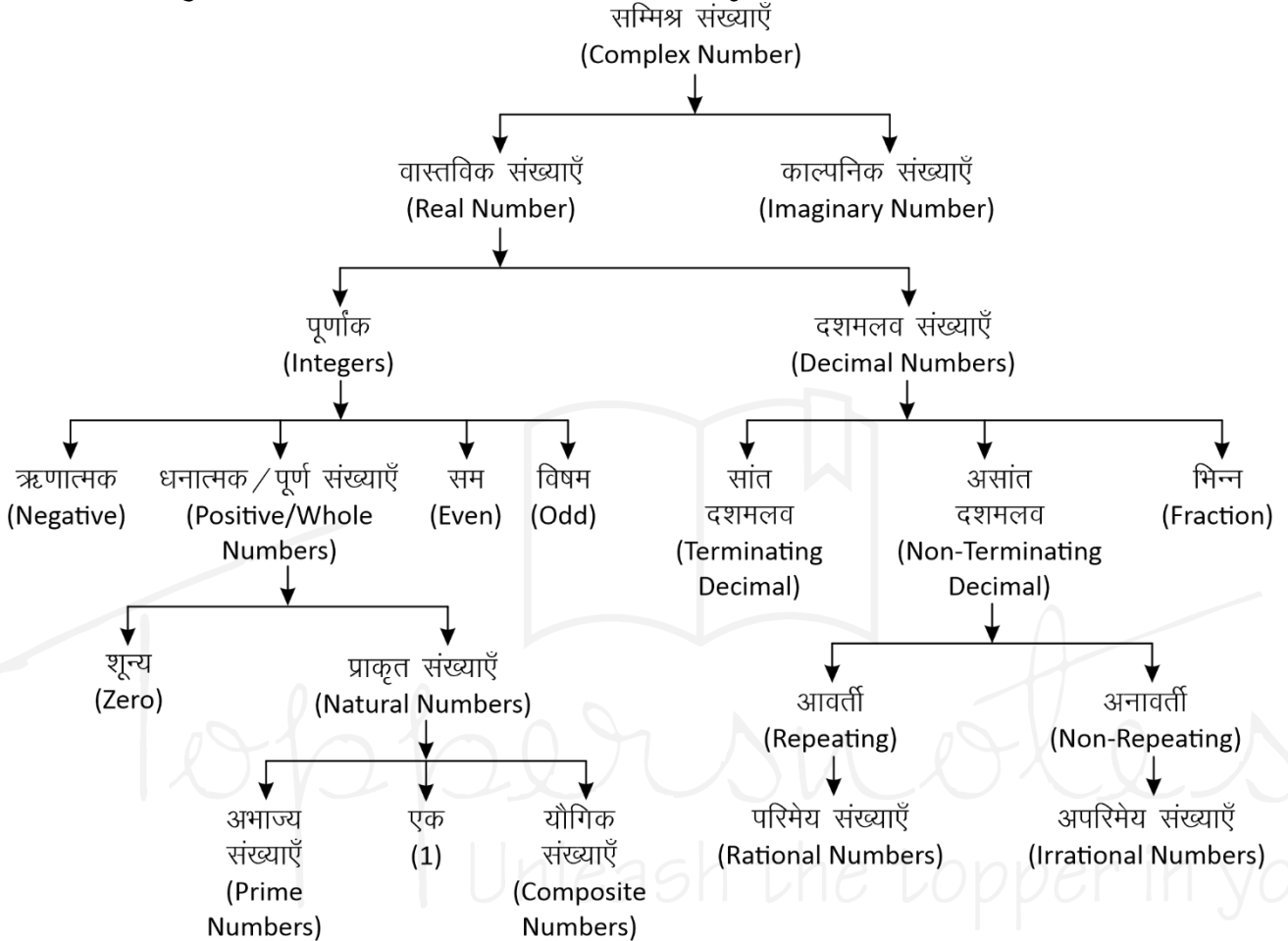
S No.	Chapter Title	Page No.
24	रक्त संबंध	114
25	वेन आरेख	121
26	पासा	126
27	शब्दों का तार्किक क्रम	129
28	लुप्त पदों को भरना	132
29	आकृति श्रृंखला	140
30	आकृति सादृश्य	144
31	आकृतियों की गणना	148
32	गणितीय संक्रियाएँ	155

संख्या पद्धति (Number System)



संख्या पद्धति :- किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है –



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती हैं।

इन्हें $(a + ib)$ के रूप में लिखा जाता है। जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $i = \sqrt{-1}$ है।

$$Z = a \text{ (वास्तविक संख्या)} + ib \text{ (काल्पनिक संख्या)}$$

- वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers):** परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।
- पूर्णांक संख्याएँ :** संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ-साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं, इसे I से सूचित करते हैं।
 $I = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

- धनात्मक/पूर्ण संख्याएँ :** जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते हैं, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं।

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

नोट : चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

- प्राकृत संख्याएँ :** जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते हैं।

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग =

$$\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है।

उदाहरण –

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$11 + 12 \rightarrow 23 \quad \text{Difference } 144 - 121 = 23$$

(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :- एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.....}

• तीन अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101

• तीन अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997

जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

☞ **अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :-** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या x है, अब x से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

• यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

उदाहरण –

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

हल –

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)

$$\text{HCF} = 1$$

(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :- वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती हैं।
जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

(ii) सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती हैं।

$$n \text{ वां पद} = 2n$$

$$\text{प्रथम } n \text{ सम संख्याओं का योग} = n(n+1)$$

$$\text{प्रथम } n \text{ सम संख्याओं के वर्गों का योग} =$$

$$\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2} \right\}$$

(iii) विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती हैं।

$$\text{प्रथम } n \text{ विषम संख्याओं का योग} = n^2$$

$$\left\{ n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2} \right\}$$

II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ हैं जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांकों के बीच आती हैं। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

• प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

(i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है।

(ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।

$$\text{जैसे – } 0.3333, 0.7777, 0.183183183.....$$

ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

$$\text{जैसे – } \frac{1}{3} = 0.333..., \frac{22}{7} = 3.14285714.....$$

• ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

इसे बार बोलते हैं।

$$0.333..... = 0.\overline{3}$$

$$\frac{22}{7} = 3.14285714..... = 3.14285\overline{7}$$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले -

$$0.\overline{P} = \frac{P}{9} \quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99} \quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले -

$$0.p\overline{q} = \frac{pq - p}{90} \quad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr - pq}{900}$$

$$0.\overline{pqr} = \frac{pqr - p}{990} \quad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs - pq}{9900}$$

उदाहरण -

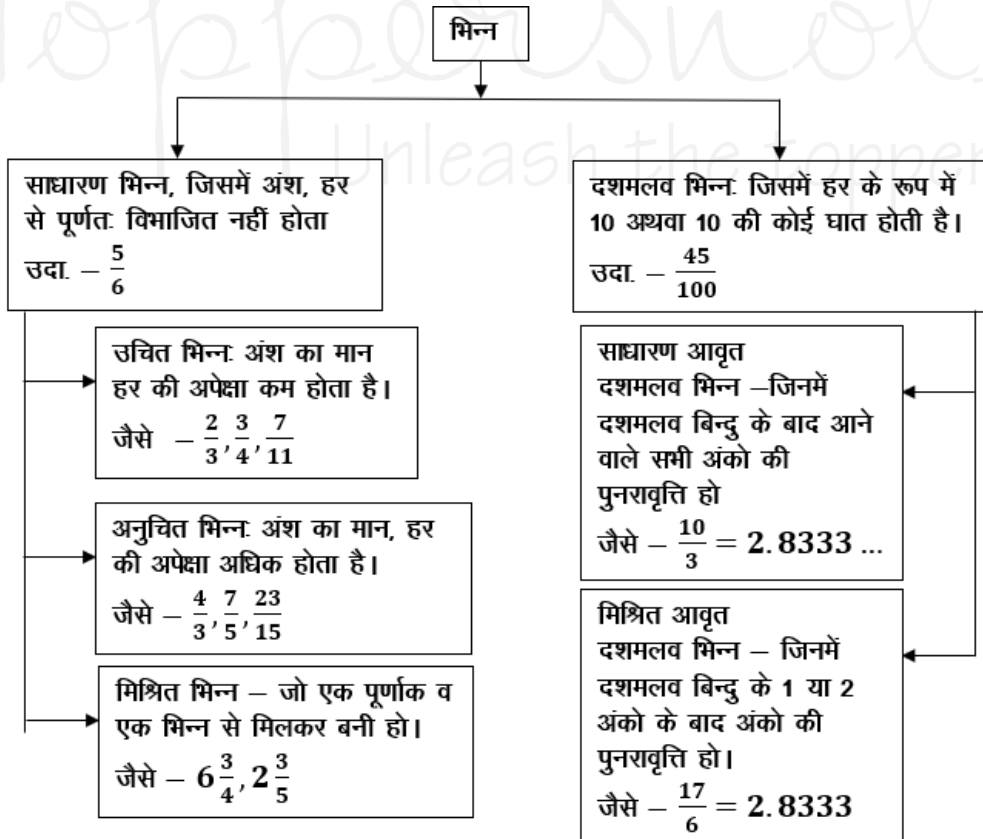
$$(i) \quad 0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$$

$$(ii) \quad 0.\overline{625} = \frac{625 - 6}{990} = \frac{619}{990}$$

$$(iii) \quad 0.\overline{3524} = \frac{3524 - 35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$$

- परिमेय (Rational) संख्याएँ - वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

भिन्नों के प्रकार



उदाहरण -

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$$

B. अनावर्ती (Non-Repeating)

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

जैसे - $\pi = 3.1415926535897932...$

$\sqrt{2} = 1.41421356237...$

- अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ - इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण -

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}.....$

भिन्न (Fraction) :- भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।

जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते हैं, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे $\frac{1}{4}$ के रूप में प्रदर्शित

किया जाता है। जबकि शेष बचे भाग को $\frac{3}{4}$ के रूप में

प्रदर्शित किया जायेगा।

भिन्न दो भागों में बंटा होता है - अंश व हर

माना कोई भिन्न = $\frac{p}{q}$

$p \rightarrow$ अंश
 $q \rightarrow$ हर

2. काल्पनिक संख्याएँ (Imaginary Numbers): जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

परफेक्ट संख्या (Perfect Number)

वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

उदाहरण –

$$6 \rightarrow 1, 2, 3 \rightarrow \text{यहाँ } 1 + 2 + 3 \rightarrow 6$$

$$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14 \rightarrow 1 + 2 + 4 + 7 + 14 \rightarrow 28$$

पूर्णवर्ग संख्या की पहचान

↓

इकाई अंक जो एक पूर्ण वर्ग संख्या के हो सकते हैं। जो नहीं हो सकते

- 0 2 —
- 1 3 —
- 4 7 —
- 5 or 25 8 —
- 6
- 9
- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोट – अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवश्य याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. Decimal संख्या को Binary में बदलना :

किसी डेसीमल (दस-आधारी) संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त डेसीमल (दस-आधारी) संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते हैं जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।

अब सभी शेषफल को उल्टे क्रम में लिखा जाए तो परिवर्तित बाइनरी संख्या प्राप्त होती है।

उदाहरण –

$$\begin{array}{r} 2 \times 44 = 88 ; 89 - 88 = 1 \\ 2 \times 22 = 44 ; 44 - 44 = 0 \\ 2 \times 11 = 22 ; 22 - 22 = 0 \\ 2 \times 5 = 10 ; 11 - 10 = 1 \\ 2 \times 2 = 4 ; 5 - 4 = 1 \\ 2 \times 1 = 2 ; 2 - 2 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 89 \\ \hline 44 \\ \hline 22 \\ \hline 11 \\ \hline 5 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}$$

अतः 89 के समतुल्य Binary number = (1011001)₂

2. Binary को Decimal में बदलना :

Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाईं ओर एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दुगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण –

1	0	1	1	0	0	1
2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰

अब

$$(1011001)_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \{2^0 = 1\} = 89$$

भाजकों की संख्या या गुणनखंड की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर घातों का गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण –

2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

हल –

$$2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$$

$$\text{भाजकों की संख्या} = (3+1)(1+1)(1+1)(1+1)$$

$$= 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

इकाई का अंक ज्ञात करना

1. जब संख्या घात (Power) के रूप में हो

जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा। जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना शेष प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. सरलीकरण के रूप में हो

प्रत्येक संख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

1. यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो n विषम होने पर $(a+b)$ इसका भाजक होगा।
2. यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो।

<p>n विषम होने पर भाजक $\rightarrow (a-b)$</p> <p>n सम होने पर भाजक $\rightarrow (a-b)$ या $(a+b)$ या दोनों।</p> <p>(i) $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।</p> <p>(ii) $a^n \div (a+1)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } a \text{ होगा} \end{array} \right.$</p> <p>(iii) $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा</p> <p>(iv) $(a^n + a) \div (a+1)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा।} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } (a-1) \text{ होगा।} \end{array} \right.$</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="6">रोमन पद्धति के संकेतक</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>\rightarrow</td><td>I</td><td>20</td><td>\rightarrow</td><td>XX</td> </tr> <tr> <td>2</td><td>\rightarrow</td><td>II</td><td>30</td><td>\rightarrow</td><td>XXX</td> </tr> <tr> <td>3</td><td>\rightarrow</td><td>III</td><td>40</td><td>\rightarrow</td><td>XL</td> </tr> <tr> <td>4</td><td>\rightarrow</td><td>IV</td><td>50</td><td>\rightarrow</td><td>L</td> </tr> <tr> <td>5</td><td>\rightarrow</td><td>V</td><td>100</td><td>\rightarrow</td><td>C</td> </tr> <tr> <td>6</td><td>\rightarrow</td><td>VI</td><td>500</td><td>\rightarrow</td><td>D</td> </tr> <tr> <td>7</td><td>\rightarrow</td><td>VII</td><td>1000</td><td>\rightarrow</td><td>M</td> </tr> <tr> <td>8</td><td>\rightarrow</td><td>VIII</td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>9</td><td>\rightarrow</td><td>IX</td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>10</td><td>\rightarrow</td><td>X</td><td></td><td></td><td></td> </tr> </tbody> </table>	रोमन पद्धति के संकेतक						1	\rightarrow	I	20	\rightarrow	XX	2	\rightarrow	II	30	\rightarrow	XXX	3	\rightarrow	III	40	\rightarrow	XL	4	\rightarrow	IV	50	\rightarrow	L	5	\rightarrow	V	100	\rightarrow	C	6	\rightarrow	VI	500	\rightarrow	D	7	\rightarrow	VII	1000	\rightarrow	M	8	\rightarrow	VIII				9	\rightarrow	IX				10	\rightarrow	X			
रोमन पद्धति के संकेतक																																																																			
1	\rightarrow	I	20	\rightarrow	XX																																																														
2	\rightarrow	II	30	\rightarrow	XXX																																																														
3	\rightarrow	III	40	\rightarrow	XL																																																														
4	\rightarrow	IV	50	\rightarrow	L																																																														
5	\rightarrow	V	100	\rightarrow	C																																																														
6	\rightarrow	VI	500	\rightarrow	D																																																														
7	\rightarrow	VII	1000	\rightarrow	M																																																														
8	\rightarrow	VIII																																																																	
9	\rightarrow	IX																																																																	
10	\rightarrow	X																																																																	

विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे - 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या में अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे - 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे - 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे - 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे - 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी। अथवा किसी संख्या में अंकों की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे - 222222, 444444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अन्तिम तीन अंक '000' (शून्य) हो। जैसे - 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी।
10 से	अन्तिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे - 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे - 222222, 17784

अभ्यास प्रश्न

संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि किसी संख्या का $\frac{3}{4}$ उस संख्या के $\frac{1}{6}$ से 7 अधिक है, तो उस संख्या $\frac{5}{3}$ क्या होगा?

- (a) 12 (b) 18
(c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b , उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

- (a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$
(c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

- (a) 1350 (b) 1250
(c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का $\frac{5}{16}$ ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का $\frac{5}{6}$ ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये।

- (a) 300 (b) 480
(c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

सम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी।

- (a) 47 (b) 48
(c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 64329 को जब किसी संख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते हैं तो भाज्य क्या है ?

- (a) 184 (b) 224
(c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2 $(3^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28})$ विभाजित है।

- (a) 11 (b) 16
(c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

- (a) 2706
(b) 2796
(c) 2736
(d) 2826

उत्तर (c)

इकाई अंक निकालना आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 $416 \times 333 + 2167 \times 118 - 114 \times 133$ के परिणाम का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

कितना है ?

- (a) 0 (b) 2
(c) 3 (d) 5

प्राकृतिक संख्याओं के square/cube के योग एवं अंतर पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2) = ?$

- (a) 385 (b) 2485
(c) 2870 (d) 3255

उदा.2 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = ?$

दशमलव संख्या आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 एक विद्यार्थी को निम्नलिखित व्यंजक को सरल करने को कहा गया

$$\frac{0.0016 \times 0.025}{0.325 \times 0.05} \div \frac{0.1216 \times 0.105 \times 0.002}{0.08512 \times 0.625 \times 0.039} + \left(\sqrt[4]{27} - \sqrt{6\frac{3}{4}} \right)^2$$

उसका उत्तर $\frac{19}{10}$ था। उसके उत्तर में कितने प्रतिशत त्रुटि थी ?

उदा.2 $\frac{0.936 - 0.568}{0.45 + 2.67}$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

शून्य की संख्या पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 $(1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times \dots \times 98^{98} \times 99^{99} \times 100^{100})$

के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की संख्या ज्ञात करें ?

- (a) 1200 (b) 1300
(c) 1500 (d) 1600

उदा.2 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 250$ को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे ?

सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या/भिन्न ज्ञात करने पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 निम्न में से $\frac{2}{5}$ और $\frac{4}{9}$ के बीच उपस्थित भिन्न हैं ?

- (a) $\frac{3}{7}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

उदा.2 निम्न में से बड़ी संख्या है।

- $(3)^{\frac{1}{3}}, (2)^{\frac{1}{2}}, 1, (6)^{\frac{1}{6}}$
(a) $(2)^{\frac{1}{2}}$ (b) 1
(c) $(6)^{\frac{1}{6}}$ (d) $(3)^{\frac{1}{3}}$

आरोही/अवरोही क्रम आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ को बढ़ते क्रम में लिखने पर -

- (a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ (b) $\sqrt[4]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$
(c) $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4}$

उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ -
 $\sqrt{7} - \sqrt{5}, \sqrt{5} - \sqrt{3}, \sqrt{9} - \sqrt{7}, \sqrt{11} - \sqrt{9}$

उदा.3 संख्याओं $\frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{16}{19}, \frac{21}{25}$ को अवरोही क्रम में लिखिये ?

गुणनखंडों की संख्या पर आधारित



प्रश्नों के हल



उदा.1 $\{(127)^{127} + (97)^{127}\}$ तथा $\{(127)^{97} + (97)^{97}\}$ का

उभयनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?

- (a) 127 (b) 97
(c) 30 (d) 224

उदा.2 $\frac{(18)^{15} \times (75)^{16} \times (42)^{14}}{(35)^{12} \times (12)^{16}}$ में कितने अभाज्य खंड हैं ?

2 CHAPTER

वर्ग और वर्गमूल

- किसी संख्या का वर्ग वह संख्या है, जो स्वयं या उसी संख्या से गुणा करने पर प्राप्त होता है।

Eg. $8 \times 8 = 64$

64, 8 का वर्ग है, क्योंकि 8 को 8 से गुणा करने पर 64 प्राप्त होता है।

- 1, 4, 9, 16, 25..... वर्ग संख्याएँ हैं, ये पूर्ण वर्ग संख्याएँ कहलाती हैं।
- दो क्रमागत वर्ग संख्याओं के बीच में कोई भी संख्या किसी भी संख्या का वर्ग नहीं होती है।
Eg. दो क्रमागत वर्ग संख्या 4 और 9 के बीच स्थित 4, 6, 7, 8 संख्याएँ किसी भी संख्या का वर्ग नहीं हैं।
- सभी वर्ग संख्याओं के अन्त में इकाई के स्थान पर 0, 1, 4, 5, 6 या 9 होता है।
- यदि एक संख्या के इकाई के स्थान पर 1 या 9 आता है, तब वर्ग संख्या के अंत में 1 आयेगा।
- यदि एक संख्या के इकाई के स्थान पर 4 या 6 आता है, तब वर्ग संख्या के अन्त में 6 आयेगा।
- वर्ग संख्या के अन्त में शून्यों की संख्या केवल सम होती है।

क्रमागत प्राकृत संख्याओं का योग –

- किसी भी विषम संख्या के वर्ग को दो क्रमागत संख्याओं के योग के रूप में लिख सकते हैं।

Eg. $5^2 = 25 = 12 + 13, 7^2 = 49 = 24 + 25$

- दो क्रमागत विषम संख्याओं के गुणनफल में एक जोड़ने पर एक वर्ग संख्या प्राप्त होती है।

Eg. $15 \times 17 = 255 + 1 = 256$

$$\sqrt{256} = 16$$

- दो क्रमागत सम संख्याओं के गुणनफल में भी 1 जोड़ने पर एक वर्ग संख्या प्राप्त होती है।

Eg. $22 \times 24 = 528 + 1 = 529 = (23)^2$

- **वर्गमूल** – किसी संख्या का वर्गमूल वह है जिसे स्वयं से गुणा करने पर दी गई संख्या प्राप्त होती है।

Eg. x के वर्गमूल को \sqrt{x} से गुणा करते हैं।

- एक पूर्ण वर्ग संख्या के दो पूर्ण वर्गमूल प्राप्त होते हैं।

Eg. $3^2 = 9, \sqrt{9} = 3$

- एक पूर्ण संख्या के दो पूर्ण वर्गमूल प्राप्त होते हैं।

Eg. $3^2 = 9, \sqrt{9} = 3$

- एक पूर्ण संख्या में यदि x अंक है तो उसके वर्गमूल में $\frac{x}{2}$ अंक होंगे। यदि x सम है या $\frac{x+1}{2}$ अंक होंगे, यदि x विषम है।

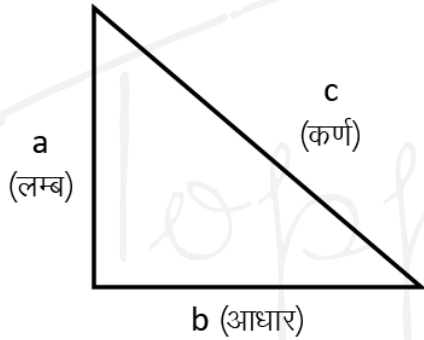
Eg. निम्न संख्याओं के वर्ग ज्ञात कीजिए।

(i) $42 = (40 + 2)^2$
 $= 40(40 + 2) + 2(40 + 2)$
 $= 40^2 + 40 \times 2 + 2 \times 40 + 2^2$
 $= 1600 + 80 + 80 + 4$
 $= 1764$

वर्ग तथा वर्गमूल तालिका

Square	Square Root	Square	Square Root
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$	$16^2 = 256$	$\sqrt{256} = 16$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$	$17^2 = 289$	$\sqrt{289} = 17$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$	$18^2 = 324$	$\sqrt{324} = 18$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$	$19^2 = 361$	$\sqrt{361} = 19$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$	$20^2 = 400$	$\sqrt{400} = 20$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$	$21^2 = 441$	$\sqrt{441} = 21$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$	$22^2 = 484$	$\sqrt{484} = 22$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$	$23^2 = 529$	$\sqrt{529} = 23$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$	$24^2 = 576$	$\sqrt{576} = 24$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$	$25^2 = 625$	$\sqrt{625} = 25$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$	$26^2 = 676$	$\sqrt{676} = 26$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$	$27^2 = 729$	$\sqrt{729} = 27$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$	$28^2 = 784$	$\sqrt{784} = 28$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$	$29^2 = 841$	$\sqrt{841} = 29$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$	$30^2 = 900$	$\sqrt{900} = 30$

- पाइथोगोरस प्रमेय – दो संख्याओं के वर्गों का योग तीसरी संख्या के वर्ग के बराबर होता है।



$$\text{कर्ण}^2 = \text{लम्ब}^2 + \text{आधार}^2$$

$$\text{लम्ब}^2 = \text{कर्ण}^2 - \text{आधार}^2$$

$$\text{आधार}^2 = \text{कर्ण}^2 - \text{लम्ब}^2$$

उदा. 1 The value of

$$\sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + \sqrt{29 + \sqrt{49}}}}} \text{ is}$$

(1) 3 (2) 9

(3) 7 (4) 5

हल $\sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + \sqrt{29 + 7}}}}$

$$= \sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + 6}}}$$

$$= \sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{25}}}$$

$$= \sqrt{5 + \sqrt{11 + 5}} = \sqrt{5 + 4}$$

$$= \sqrt{9} = 3$$

उदा. 2 यदि $(102)^2 = 10404$ है, तो

$$\sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404}$$

का मान किसके बराबर है ?

(a) 0.306 (b) 0.0306

(c) 11.122 (d) 11.322

हल (d) According to the Question.

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404} \\
&= \sqrt{\frac{10404}{100}} + \sqrt{\frac{10404}{10000}} + \sqrt{\frac{10404}{1000000}} \\
&= \frac{102}{10} + \frac{102}{100} + \frac{102}{1000} \\
&= 10.2 + 1.02 + 0.102 = 11.322
\end{aligned}$$

उदा. 3 920 में कम से कम क्या जोड़ें कि योगफल एक पूर्ण वर्ग हो ?

- (a) 31 (b) 39
(c) 41 (d) 49

हल स्पष्ट है कि $(30)^2 < 920 < (31)^2$ जोड़े जानी वाली संख्या $= (31)^2 - 920 = (961 - 920) = 41$.



Toppernotes
Unleash the topper in you

3 CHAPTER

घन और घनमूल

- सम संख्याओं का घन एक सम संख्या होती है।
- विषम संख्याओं का घन एक विषम संख्या होती है।
- क्रमागत विषम संख्याओं को जोड़ने पर एक पूर्ण घन संख्या प्राप्त होती है।

$$1 = 1 = 1^3$$

$$3 + 5 = 8 = 2^3$$

$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$

$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$

$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41$$

$$= 216 = 6^3$$

घन और घनमूल तालिका

Cube	Cube Root	Cube	Cube Root
$1^3 = 1$	$\sqrt[3]{1} = 1$	$16^3 = 4096$	$\sqrt[3]{4096} = 16$
$2^3 = 8$	$\sqrt[3]{8} = 2$	$17^3 = 4913$	$\sqrt[3]{4913} = 17$
$3^3 = 27$	$\sqrt[3]{27} = 3$	$18^3 = 5832$	$\sqrt[3]{5832} = 18$
$4^3 = 64$	$\sqrt[3]{64} = 4$	$19^3 = 6859$	$\sqrt[3]{6859} = 19$
$5^3 = 125$	$\sqrt[3]{125} = 5$	$20^3 = 8000$	$\sqrt[3]{8000} = 20$
$6^3 = 216$	$\sqrt[3]{216} = 6$	$21^3 = 9261$	$\sqrt[3]{9261} = 21$
$7^3 = 343$	$\sqrt[3]{343} = 7$	$22^3 = 10648$	$\sqrt[3]{10648} = 22$
$8^3 = 512$	$\sqrt[3]{512} = 8$	$23^3 = 12167$	$\sqrt[3]{12167} = 23$
$9^3 = 729$	$\sqrt[3]{729} = 9$	$24^3 = 13824$	$\sqrt[3]{13824} = 24$
$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$	$25^3 = 15625$	$\sqrt[3]{15625} = 25$
$11^3 = 1331$	$\sqrt[3]{1331} = 11$	$26^3 = 17576$	$\sqrt[3]{17576} = 26$
$12^3 = 1728$	$\sqrt[3]{1728} = 12$	$27^3 = 19683$	$\sqrt[3]{19683} = 27$
$13^3 = 2197$	$\sqrt[3]{2197} = 13$	$28^3 = 21952$	$\sqrt[3]{21952} = 28$
$14^3 = 2744$	$\sqrt[3]{2744} = 14$	$29^3 = 24389$	$\sqrt[3]{24389} = 29$
$15^3 = 3375$	$\sqrt[3]{3375} = 15$	$30^3 = 27000$	$\sqrt[3]{27000} = 30$

किसी संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड में प्रत्येक अभाज्य गुणनखण्ड तीन बार आता है। तो वह एक पूर्ण घन बन जाती है।

$$512 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 8^3$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3 = 6^3$$

उदा. 1 The value of $(\sqrt{4^3 + 15^2})^3$ का मान क्या है ?

- (a) 4913 (b) 4313
(c) 4193 (d) 3943

हल (a) $(\sqrt{4^3 + 15^2})^3$
 $= (\sqrt{64 + 225})^3$
 $= (\sqrt{289})^3$
 $= (17)^3 = 4913$

उदा. 2 175616 का घनमूल 56 है, तो

$$\sqrt[3]{175.616} + \sqrt[3]{0.175616} + \sqrt[3]{0.000175616}$$

का मान ज्ञात करें।

(a) 0.168 (b) 62.16
(c) 6.216 (d) 6.116

हल According to the Question

$$= \sqrt[3]{175.616} + \sqrt[3]{0.175616} + \sqrt[3]{0.000175616}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{175616}{1000}} + \sqrt[3]{\frac{175616}{1000000}} + \sqrt[3]{\frac{175616}{1000000000}}$$

$$= \frac{56}{10} + \frac{56}{100} + \frac{56}{1000}$$

$$= 5.6 + 0.56 + 0.056 = 6.216$$

उदा. 3 सबसे छोटा धनात्मक पूर्णांक n जिसके लिए $864n$ एक पूर्ण घन है :

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

हल (b)

2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

$$\therefore 864 = 2^3 \times 3^3 \times 2^2$$

For $864n$ to be a perfect cube, $n = 2$

उदा. 3 710 में कौन सी छोटी से छोटी संख्या जोड़ी जानी चाहिए ताकि योग एक पूर्ण घन बन जाए ?

- (a) 29 (b) 19
(c) 11 (d) 21

हल (b) Clearly, $\sqrt[3]{729} = 9$

\therefore एक पूर्ण घन प्राप्त करने के लिए 19 को 710 में जोड़ा जाना चाहिए।

4

CHAPTER

करणी व घातांक (Surds and Indices)



करणी

वे राशियाँ जिनका मूल मान ठीक-ठीक नहीं निकाला जा सके, उसे करणी कहते हैं।

- यदि a एक परिमेय संख्या है तथा m एक धन पूर्णांक है, तो a का m वाँ मूल



या $a^{\frac{1}{m}}$ या $\sqrt[m]{a}$ एक अपरिमेय संख्या होगी, यहाँ पर $\sqrt[m]{a}$ एक करणी है।

जैसे $-\sqrt{2}, \sqrt{3}$ इत्यादि।

- करणी के अनेक रूप हैं जैसे $-\sqrt[3]{}, \sqrt[3]{}, \sqrt[4]{}, \sqrt[5]{} \dots$
- $a^{\frac{1}{m}}$ को m वाँ घात युक्त करणी कहा जाता है।

करणियों के प्रकार

शुद्ध करणी	मिश्र करणी	सजातीय करणी	संयुग्मी करणी
वह करणी जिसमें एकक परिमेय गुणनखण्ड हो तो ऐसी करणी को शुद्ध करणी कहते हैं।	वह करणी जिसमें एकक परिमेय गुणनखण्ड के अलावा कोई भी एक परिमेय संख्या मौजूद हो। जैसे :- $4\sqrt{5}, 3\sqrt{8}, 2\sqrt{3}$ आदि।	ऐसी करणियाँ जिसमें उनके अपरिमेय गुणनखण्ड एक समान हो। जैसे :- $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$ आदि।	ऐसी दो पद वाली दो करणियाँ जिनके दोनों पद एक समान होते हैं लेकिन उन दोनों पदों के बीच प्रयुक्त चिन्ह असमान होते हैं। जैसे :- $(2+\sqrt{8})$ व $(2-\sqrt{8})$, $(2+\sqrt{5})$ व $(2-\sqrt{5})$

जब पूरी राशि करणीगत हो

- यदि करणी में लिखी संख्या के दो क्रमागत गुणनखण्ड न हो सके तो पूरी राशि को x के बराबर मानकर दोनों पक्षों का वर्ग करके द्विघात समीकरण रूप $(ax^2 + bx + c = 0)$ में बदलेंगे।

- तब श्री धराचार्य सूत्र से $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

करणियों में संक्रियाएँ

(1) करणी का योग व अंतर

केवल सजातीय करणियों को ही आपस में जोड़ा या घटाया जा सकता है।

उदा. $\sqrt{75} + \sqrt{48}$

हल $\sqrt{25 \times 3} + \sqrt{16 \times 3}$
 $= 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$
 $= 9\sqrt{3}$

उदा. $\sqrt{27} - \sqrt{12}$

हल $\sqrt{9 \times 3} - \sqrt{4 \times 3}$
 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
 $= \sqrt{3}$

(2) करणी का गुणा-भाग

करणियों का गुणा भाग तभी संभव है जब उनकी घातें समान हों।

उदा. $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{4}$

हल $\sqrt[3]{2 \times 5 \times 4}$
 $= \sqrt[3]{40}$

उदा. $12 \times 4^{\frac{1}{3}}$ में $3\sqrt{2}$ से भाग दो।

हल $\frac{12 \times 4^{\frac{1}{3}}}{3\sqrt{2}} = \frac{4 \times 4^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{4 \times 4^{\frac{2}{6}}}{2^{\frac{3}{6}}}$
 $= 4 \times \left[\frac{4^2}{2^3} \right]^{\frac{1}{6}} = 4 \times \left[\frac{16}{8} \right]^{\frac{1}{6}}$
 $= 4 \times 2^{\frac{1}{6}}$

करणियों के कुछ महत्वपूर्ण परिणाम

- (1) $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$
- (2) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- (3) $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$
- (4) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
- (5) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$
- (6) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

- (7) $\sqrt{2} = 1.41421$
 (8) $\sqrt{3} = 1.73205$
 (9) $\sqrt{5} = 2.23607$
 (10) $\sqrt{6} = 2.44949$

संयुग्मी

- ऐसी दो पद वाली करणी जिनके दोनों पद एक समान होते हैं लेकिन उन दोनों पदों के बीच प्रयुक्त चिन्ह असमान होते हैं तो ऐसी करणियों को संयुग्मी करणी कहते हैं।
- इस प्रकार की राशियों का मान ज्ञात करने के लिए हर की संयुग्मी से अंश व हर दोनों से गुणा करते हैं।

उदा. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{हल} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)} &= \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} \\ &= \frac{3+1-2\sqrt{3}}{3-1} \\ &= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{2(2-\sqrt{3})}{2} \\ &= 2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

करणियों की तुलना (बड़ा या छोटा)

- दिये गये करणियों में से सबसे बड़ा या छोटा निकालने के लिए हम घातांक को समान करते हैं तथा आधार की तुलना करते हैं।

उदा. $\sqrt[3]{5}, \sqrt{4}, \sqrt[3]{6}$ में सबसे बड़ी संख्या कौनसी है ?

हल $\sqrt[3]{5}, \sqrt{4}, \sqrt[3]{6}$ की घातें 3, 2, 3 हैं जिनका LCM = 6 हैं।

$$\sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25}$$

$$\sqrt{4} = \sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6]{64}$$

$$\sqrt[3]{6^2} = \sqrt[6]{36}$$

अतः सबसे बड़ी संख्या $= \sqrt[6]{64} = \sqrt{4}$

घातांक — किसी संख्या को उसी से जितनी बार गुणा करते हैं उतने को उस संख्या की घात कहते हैं और उस संख्या को आधार कहते हैं।

घातांक के कुछ महत्वपूर्ण नियम

- (i) $a^m = a \times a \times a \times \dots \dots m$ बार
 (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$



- (iii) $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$
 (iv) $a^m \div a^n = a^{(m-n)}$
 (v) $[(a^m)^n]^l = a^{mnl}$
 (vi) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

(vii) $a^0 = 1$ {किसी भी संख्या की घात शून्य हो तो, उस पूरी राशि का मान 1 होता है।}

(viii) $(a/b)^{-m} = (b/a)^m$

(ix) $a^m = b^n$

$a = (b)^{n/m}$ or $b = (a)^{m/n}$

(x) $a^m = b$ तो $a = b^{1/m}$

- यदि Power भिन्न रूप में हो तो बड़ा या छोटा value निकालना हो घात के हर का ल.स.प. लेंगे और ल.स.प. से प्रत्येक घात को गुणा करेंगे और जिसकी बड़ी value आयेगी वह बड़ा होगा और जिसकी छोटी value आयेगी वह छोटा होगा।

उदा. $(2)^{\frac{1}{4}}, (3)^{\frac{1}{6}}, (4)^{\frac{1}{8}}, (8)^{\frac{1}{12}}$

हल $(2)^{\frac{1}{4} \times 24} = 2^6 = 64$

$(3)^{\frac{1}{6} \times 24} = 3^4 = 81$

$(4)^{\frac{1}{8} \times 24} = 4^3 = 64$

$(8)^{\frac{1}{12} \times 24} = 8^2 = 64$

अतः $3^{\frac{1}{6}}$ बड़ा है (नोट — यहाँ 4, 6, 8, 12 का ल.स.प. 24 है।)

अभ्यास प्रश्न



प्रश्नों के हल



उदा.1 $\sqrt{214 + \sqrt{107 + \sqrt{196}}}$ का मान है।

- (a) 23 (b) 15
 (c) 24 (d) 18

उत्तर— (b)

उदा.2 निम्न का मान क्या होगा ?

$$\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$$

- (a) 5 (b) 3
 (c) 2 (d) 30

उत्तर— (b)

उदा.3 निम्न का मान ज्ञात करो ?

$$\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}$$

- (a) 2 (b) 4
(c) ± 2 (d) -2

उत्तर— (c)

उदा.4 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ का मान होगा ?

- (a) $2\sqrt{10}$ (b) 0
(c) $2\sqrt{6}$ (d) $2\sqrt{15}$

उत्तर— (b)

उदा.5 $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$ का मान क्या है

- (a) 1 (b) 0
(c) $2\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{7}$

उत्तर— (b)

उदा.6 $\sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{4 \dots}}}}$ का मान है ?

- (a) 2 (b) 2^2
(c) 2^3 (d) 2^5

उत्तर— (a)

उदा.7 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{6}$ में से सबसे बड़ी संख्या कौनसी है ?

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{3}$
(c) $\sqrt[4]{4}$ (d) $\sqrt[5]{6}$

उत्तर— (b)

उदा.8 निम्नलिखित को अवरोही क्रम में व्यवस्थित करें (बड़े से छोटा) ।

$$\sqrt[3]{4}, \sqrt{2}, \sqrt[5]{3}, \sqrt[4]{5}$$

- (a) $\sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{5} > \sqrt{2} > \sqrt[5]{3}$
(b) $\sqrt[3]{4} > \sqrt{2} > \sqrt[5]{3} > \sqrt[4]{5}$
(c) $\sqrt{2} > \sqrt[3]{4} > \sqrt[5]{3} > \sqrt[4]{5}$
(d) $\sqrt[5]{3} > \sqrt[4]{5} > \sqrt[3]{4} > \sqrt{2}$

उत्तर— (a)

उदा.9 इनमें से सबसे छोटी संख्या है।

$$\sqrt[5]{12}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{5}, \sqrt{3}$$

- (a) $\sqrt[5]{12}$ (b) $\sqrt[3]{4}$
(c) $\sqrt[4]{5}$ (d) $\sqrt{3}$

उत्तर— (c)

उदा.10 $\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}\right)$ का वर्गमूल क्या होगा ?

- (a) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
(c) $\sqrt{2} \pm \sqrt{3}$ (d) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

उत्तर— (a)

उदा.11 यदि x, y परिमेय संख्याएँ हो और $\frac{5 + \sqrt{11}}{3 - 2\sqrt{11}} = x + y\sqrt{11}$ हो तो x और y का मान होगा ?

(a) $x = \frac{-14}{17}, y = \frac{-13}{26}$

(b) $x = \frac{4}{13}, y = \frac{11}{17}$

(c) $x = \frac{-27}{25}, y = \frac{-11}{37}$

(d) $x = \frac{-37}{35}, y = \frac{-13}{35}$

उत्तर— (d)

उदा.12 यदि $\sqrt{50} + \sqrt{128} = \sqrt{N}$ तो N का मान क्या है ?

- (a) 26 (b) 390
(c) 338 (d) 182

उत्तर— (c)

उदा.13 $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ के बराबर है ?

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{2}$
(c) 2 (d) 3

उत्तर— (c)

उदा.14 जब $(4 + \sqrt{7})$ को पूर्ण वर्ग के रूप में लिखा जाता है तो वह निम्न में से किसके बराबर होगा ?

(a) $(2 + \sqrt{7})^2$ (b) $\left(\frac{\sqrt{7}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2$

(c) $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{7} + 1)\right\}^2$ (d) $(\sqrt{3} + \sqrt{4})^2$

उत्तर— (c)

उदा.15 व्यंजक $\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}$ का मान होगा -

- (a) 3 (b) 1
(c) 8 (d) 2

उत्तर— (d)

उदा.16 यदि $\sqrt{7}=2.6457$ और $\sqrt{3}=1.732$ हो, तो

$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1.0944 (b) 1.944
(c) 1.009 (d) 1.0844

उत्तर— (a)

उदा.17 यदि $10^{0.48} = x$, $10^{0.70} = y$ और $x^2 = y^z$, तो z का लगभग मान होगा:

- (a) 1.45 (b) 1.88
(c) 2.9 (d) 3.7

उत्तर— (c)

उदा.18 यदि $5^a = 3125$, तो $5^{(a-3)}$ का मान होगा?

- (a) 25 (b) 125
(c) 625 (d) 1625

उत्तर— (a)

उदा.19 $\frac{(243)^{\frac{n}{5}} \times 3^{2n+1}}{g^n \times 3^{n-1}} = ?$

- (a) 1 (b) 2
(c) 9 (d) 9^n

उत्तर— (c)

उदा.20 यदि $2^x = 3^y = 6^{-z}$ तब $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$ किसके बराबर

होगा ?

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{3}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

उत्तर— (a)

उदा.21 निम्न में सबसे बड़ी संख्या कौनसी है ?

3^{50} , 4^{40} , 5^{30} और 6^{20}

- (a) 3^{50} (b) 4^{40}
(c) 5^{30} (d) 6^{20}

उत्तर— (b)

उदा.22 निम्न संख्याओं में सबसे छोटा है :

2^{250} , 3^{150} , 5^{100} , 4^{200}

- (a) 2^{250} (b) 3^{150}
(c) 5^{100} (d) 4^{200}

उत्तर— (c)

उदा.23 निम्न में सबसे बड़ी संख्या कौन सी है ?

$\frac{4}{9}$, $\sqrt{\frac{9}{49}}$, 0.49 , $(0.7)^2$

- (a) $\frac{4}{9}$ (b) $\sqrt{\frac{9}{49}}$
(c) 0.47 (d) $(0.7)^2$

उत्तर— (d)