Toppersnotes®
Unleash the topper in you

C-TET

केन्द्रीय शिक्षक पात्रता परीक्षा

केन्द्रीय माध्यमिक शिक्षा बोर्ड (CBSE)

भाग - 3

प्राथमिक स्तर (1-5)

गणित एवं पर्यावरण अध्ययन

SIERRA INNOVATIONS

विषयसूची

विषयसूची

विषयसूची

1
CHAPTER

एक करोड़ तक की पूर्ण संख्याएँ

हम जानते हैं कि किसी संख्या को लिखने के लिए 10 अंकों का गणित में प्रयोग किया जाता है और ये 10 अंक निम्न प्रकार से हैं – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ।

संख्या – किसी भी संख्या को लिखने के लिए हम दायीं ओर से बायीं ओर से लिखते हैं –

दस करोड़	करोड़	दस लाख	लाख	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
1	2	4	0	6	8	9	2

- **12406892**

संख्याओं के प्रकार –

संख्याएँ

वास्तविक संख्याएँ **काल्पनिक संख्याएँ**

परिमेय संख्याएँ $(\frac{p}{q}, q, \neq 0, \frac{2}{3}, \frac{7}{8})$

अपरिमेय संख्याएँ $(\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi)$

भिन्न $(\frac{2}{3}, \frac{6}{11} \dots \dots)$

पूर्णांक संख्याएँ $[\infty \dots .. -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \dots . \infty]$

पूर्ण संख्याएँ $[0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots . \infty]$

प्राकृत संख्याएँ $[1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots \infty]$

- **प्राकृत संख्या** – वे सभी संख्याएँ जो 1 से प्रारम्भ होती हैं। इन्हें N से प्रदर्शित किया जाता है।

$$N = [\,1,2,3,4, \dots \dots \dots \dots . \infty]$$

- **पूर्ण संख्या** – इन संख्या को शून्य से प्रारम्भ किया जाता है। इसे W से दर्शाया जाता है।

$$W = [0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots \dots \dots .. \infty]$$

- **पूर्णांक संख्या** – ये संख्या धनात्मक और ऋणात्मक रूप में चलती है। इसे I से दर्शाया जाता है।

$$I = [\,\infty \dots \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \dots \dots \dots . \infty]$$

इसमें शून्य एक उदासीन पूर्णांक है।

- **सम संख्या** – वे प्राकृत संख्या जिनमें 2 से पूरा –पूरा भाग जाए।

  जैसे – $2, 4, 6, 8, \dots \dots \dots \dots$

- **विषम संख्या** – वे प्राकृत संख्या जिनमें 2 से पूरा –पूरा भाग ना जाए।

  जैसे – $1, 3, 5, 7, \dots \dots \dots \dots \dots \dots ..$

- **अभाज्य / रूढ़ संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या जो 1 या स्वयं के अलावा किसी अन्य का भाग ना जाए। जैसे – $2, 3, 5, 7, 11, \dots \dots \dots \dots \dots ..$
- **भाज्य या यौगिक संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या जो 1 के अलावा किसी अन्य का भाग चला जाए।

  जैसे – $4, 6, 8, 9, 12, 16, \dots \dots \dots ..$

- **सह अभाज्य संख्याएँ** – वे प्राकृत संख्या (दो या दो से ज्यादा) जिनका HCF = 1 हो। 1 के अलावा कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो।

  जैसे – $(4, 9,), \ (16, 21, 25)$

- **परिमेय संख्या** – वे संख्या जिन्हें $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जाता है और $q \neq 0$ नहीं होना चाहिए।

  जैसे – $\frac{3}{2}, \frac{4}{9} \dots \dots \dots$

- **अपरिमेय संख्या** – वे वास्तविक संख्या जो $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखी जा सकती है।

  जैसे – $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi \ldots \ldots$

- एक करोड़ तक की पूर्ण संख्याएँ
- पूर्ण संख्याएँ – $[0, 1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \infty]$
- 0 सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।
- ये सभी धनात्मक होती हैं।
- एक अंक की पूर्ण संख्या 1 से 9 तक – कुल 9 होती हैं।

	सबसे बड़ी	**सबसे छोटी**
एक अंक	9	1
दो अंकों	99	10
तीन अंकों	999	100
चार अंकों	9999	1000
पाँच अंकों	99999	10000
छः अंकों	999999	100000
सात अंका	9999999	1000000
आठअंकों	99999999	10000000 (एक करोड़)

संख्याओं को शब्दों में लिखना

अंकों में	शब्दों में
6009	छः हजार नौ
68111	अड़सठ हजार एक सौ ग्यारह
10101001	एक करोड़ एक लाख एक हजार एक
9909	नो हजार नौ सौ नो

संख्याओं को अंकों में लिखना

शब्दों में	अंकों में
नौ लाख चार हजार	904000
एक लाख ग्यारह हजार ग्यारह सौ ग्यारह	111111
एक लाख चार हजार पाँच	104005
आठ करोड़ नब्बे लाख चालीस हजार दस	89040010
एक करोड़ एक लाख एक हजार एक सौ एक	10101101

संख्या की रोमन पद्धति

रोमन पद्धति – रोमन संख्या पद्धति का उद्गम प्राचीन रोम से हुआ है।

रोमन अंक पद्धति के संकेत –

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

रोमन संख्या पद्धति के कुछ नियम

1. किसी भी संकेत को एक साथ चार बार नहीं लिख सकते हैं।
2. किसी संख्या को बढ़ाने के लिए बड़ी संख्या को पहले लिखा जाता है।

   उदाहरण

   XI = $10 + 1 = 11$

   LV = $50 + 5 = 55$
3. किसी छोटी संख्या को घटाने के लिए छोटी संख्या पहले लिखी जाती है।

   उदाहरण

   IX = $10 - 1 = 9$

   XC = $100 - 10 = 90$

रोमन अंक

	I	2	II
	III	4	IV
	V	6	VI
	VII	8	VIII
	IX	10	X
	XI	12	XII
	XIII	14	XIV
	XV	16	XVI
	XVII	18	XVIII
	XIX	20	XX

2 CHAPTER स्थानीय मान

स्थानीय मान

किसी संख्या या अंक का मान जिस स्थान के कारण होता है वह उसका स्थानीय मान है।
किसी दी गई संख्या में –

इकाई अंक का स्थानीय मान = (इकाई अंक x 1)

दहाई अंक का स्थानीय मान = (दहाई अंक x 10)

सैकड़ा अंक का स्थानीय मान = (सैकड़ा अंक x 100)

हजार अंक का स्थानीय मान = (हजार अंक x 1000)

उदाहरण – संख्या 49265 में अंक 2, 5, 9 का स्थानीय मान बताइए।
हल – इन्हें तालिका में लिखने पर –

दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
4	9	2	6	5

2 का स्थानीय मान = $2 \times 100 = 200$

5 का स्थानीय मान $= 5 \times 1 = 5$

9 का स्थानीय मान $= 9 \times 1000 = 9000$

जातीय मान

किसी भी अंक का अपना शुद्ध मान/वास्तविक मान ही उसका जातीय मान हैं।
जैसे –

89692 में 8 व 6 का जातीय मान बताइए –

8 का शुद्ध मान 8 ही है यही उसका जातीय मान है।

6 का जातीय मान 6 ही है।

स्थानीय मान व जातीय मान में अन्तर –

उदाहरण – संख्या 96259 में 6 के स्थानीय व जातीय मान में अन्तर बताइए।
हल – सबसे पहले तालिका बनाइयें

दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
9	6	2	5	9

6 का स्थानीय मान $= 6 \times 1000 = 6000$

6 का जातीय मान $= 6$

अतः 6 के स्थानीय मान व जातीय मान में अन्तर –

= 6000 – 6 = 5994

स्थानीय मानों का योगफल

उदाहरण – संख्या 106295 में 6, 2, 5 के स्थानीय मान का योगफल क्या होगा ?
हल –

6 का स्थानीय मान $= 6 \times 1000 = 6000$

2 का स्थानीय मान $= 2 \times 100 = 200$

5 का स्थानीय मान $= 5 \times 1 = 5$

अतः तीनों के स्थानीय मान का योगफल $= 6000 + 200 + 5 = 6205$

स्थानीय मानों का गुणनफल

Q.1. संख्या 60321045 में 3, 4 तथा 5 के स्थानीय मानों का गुणनफल बराबर है।

(a) 60 (b)900

(c)60000000 (d) 1200000

Ans. संख्या की तालिका बनाइए।

करोड़	दस लाख	लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
6	0	3	2	1	0	4	5

3 का स्थानीय मान $= 3 \times 100000 = 300000$

4 का स्थानीय मान $= 4 \times 10 = 40$

5 का स्थानीय मान $= 5 \times 1 = 5$

अतः तीनों का गुणनफल $= 300000 \times 40 \times 5 = 60{,}000{,}000$

दशमलव संख्याओं का स्थानीय मान

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशमलव	दसवाँ भाग	सौवाँ भाग	हजारवाँ भाग
अंक $\times 1000$	अंक $\times 100$	अंक $\times 10$	अंक $\times 1$	•	$\frac{1}{10}$	$^1/_{100}$	$^1/_{1000}$

उदाहरण – संख्या 28.329 का स्थानीय मान लिखिए।
हल –

दहाई	इकाई	दशमलव	दसवाँ भाग	सौवाँ भाग	हजारवाँ भाग
2	8	•	3	2	9

2 का स्थानीय मान $= 2 \times 10 = 20$
8 का स्थायी मान $= 8 \times 1 = 8$
3 का स्थायी मान $= 3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$
2 का स्थानीय मान $= 2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$
9 का स्थानीय मान $= 9 \times \frac{1}{1000} = \frac{9}{1000}$

उपर्युक्त उदा. का विस्तारित रूप लिखिए।
उदाहरण – संख्या 28.329 का विस्तारित रूप ?
हल – $20 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{9}{1000}$

संख्याओं में तुलना

हम संख्याओं की तुलना उनके छोटे, बड़े से करते हैं। यह हम दो प्रकार से करते हैं –

1. आरोही क्रम
2. अवरोही क्रम

1. **आरोही क्रम –** इसमें संख्याएँ छोटे से बड़े के क्रम में बढ़ती हैं इसे **आरोही** क्रम कहा जाता हैं।

जैसे – o0000

उदाहरण – संख्याओं 492, 496, 312, 981 201, 204, 106, 196 को आरोही क्रम में लिखिए ?
हल – आरोही क्रम – छोटे से बड़ा क्रम
106, 196, 201, 204, 312, 492, 496, 981

2. अवरोही क्रम – संख्याएँ इसमें बड़े से छोटे की तरफ बढ़ती जाती हैं। इसे **अवरोही क्रम** कहते हैं।

जैसे – 0000o

उदाहरण – संख्याओं 9424, 9892, 9812, 9622, 8922, 9629 को अवरोही क्रम में दर्शाइयें ?
(a) 9892, 8922, 9629, 9424, 9812, 9622
(b) 9892, 9812, 9629, 9622, 9424, 8922
(c) 9892, 9812, 9629, 8922, 9622, 9424
(d) 9892, 9629, 9812, 9622, 9424, 8922
हल – (b)

दशमलव संख्याओं का आरोही व अवरोही क्रम

उदाहरण – संख्याओ 48.92, 48.62, 49.23 व 48.91 को अवरोही क्रम में लिखिए ?
हल – 49.23, 48.92, 48.91, 48.62

हम इस प्रकार के प्रश्नों को हल करते समय दशमलव के पहले वाली संख्या को देखकर व दशमलव के पहले समान संख्या होने पर बाद वाली संख्या को देखकर हल करेंगे।

उदाहरण – संख्याओं 191.92, 191.91, 181.68 व 191.99 को अरोही क्रम में लिखिए ?
हल – 181.68, 191.91, 191.92, 191.99

भिन्नों के आरोही व अवरोही क्रम

उदाहरण – भिन्नों $\frac{4}{5}, \frac{9}{11}, \frac{6}{7}, \frac{9}{13}$ को आरोही क्रम में दर्शाइए।
Q. भिन्न $\frac{6}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{9}{11}$ का अवरोही क्रम बताइए।
भिन्नों के आरोही व अवरोही क्रम के प्रश्न Reet की परीक्षा में आते हैं। इन प्रश्नों का हल देखने के लिए टॉपिक **भिन्न** को पढ़े।

3 CHAPTER गणितीय मूल संक्रियाएँ

- हम अपने हिसाब व अन्य कार्यों में गणितीय सक्रियाएँ (जोड़, बाकी, गुणा, भाग) करते रहते है।
- यह हमारे जीवन के साथ–साथ चलती ही रहती है।
- इस प्रकार हम सर्वप्रथम गणित की मूल संक्रिया जोड़ को करते है।

जोड़

- किसी एक संख्या को दूसरी संख्या`में मिलना जिससे हमें एक अन्य संख्या प्राप्त होती है। यह संख्या उन दोनों संख्या का योगफल है।
- इसको + चिन्ह से दर्शाया जाता है।

उदाहरण

(i)

		4	8	9	2
+		9	8	6	2
	1	4	7	5	4

(ii)

		9	8	6	9	2
		4	3	2	6	8
+		9	3	2	6	1
	2	3	5	2	2	1

दशमलव की संख्या को जोडना

(i)

		6	2	9	.	4	2	0
			9	6	.	0	4	2
+		8	6	1	.	9	2	0
	1	5	8	7	.	3	8	2

(ii)

			6	8	.	0	9	2
				2	.	3	5	9
		6	8	2	.	4	3	9
		9	2	8	.	4	2	8
+			6	2	.	5	0	9
	1	7	4	3	.	8	2	7

स्वयं हल करें

प्रश्न 1. निम्न संख्याओं को हल करें।
9.42 + 42.926 + 982.52 + 926.32

योग करने की अन्य प्रक्रियाएँ

- प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$
  जहाँ n प्राकृत संख्याओं की संख्या है।

उदाहरण – 1 से 25 तक की प्राकृत संख्याओं का योग?
हल – 1 से 25 तक की प्राकृत संख्याओं का योग

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

$n = 25$

$$\Rightarrow \; = \frac{25(25+1)}{2} = \frac{25\times 26}{2}$$

$$\Rightarrow \; \frac{650}{2} = 325$$

अतः 1 से 25 तक की प्राकृत संख्याओं का कुल योग = 325 है।

- **प्रथम n सम संख्याओं का योग = $n(n + 1)$**

उदाहरण – प्रथम 25 सम संख्याओं का योग कीजिए।
हल – प्रथम 25 सम संख्याओं का योग= 25 (25 + 1)
= 25 × 26
= 650
अतः प्रथम 25 सम संख्या का योग = 650 है।

- **प्रथम n विषम संख्याओं का योग बताओ = n^2**

उदाहरण

(i) प्रथम 20 विषम संख्याओं का योग बताओ।
हल – प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2
प्रथम 20 विषम संख्याओं का योग = $(20)^2$ = 400

(ii) 1 से 100 तक विषम संख्याओं का योग कितना होगा?
हल – आप जानते है कि 1 से 100 तक लगभग 50 विषम संख्याएँ होती है।
अतः प्रथम 50 विषम संख्याओं का योग ज्ञात करने पर –
सुत्र = प्रथम n विषम संख्या का योग = n^2
= $(50)^2$
= 2500
अतः प्रथम 50 विषम संख्याओं का योग = 2500 होगा।

- **प्रथम 20 पूर्ण संख्याओं का योग = $\frac{n(n-1)}{2}$**

उदाहरण – प्रथम 20 पुर्ण संख्याओं का योग कितना होगा ?

हल – हमे जानते है कि पूर्ण संख्याएँ शून्य से प्रारम्भ होती है।

पूर्ण संख्याएँ = 0, 1, 2, 3, 4, ...

प्रथम 20 पूर्ण संख्याओं का योग $=\frac{n(n-1)}{2}$

$=\frac{20(20-1)}{2}=\frac{20\times19}{2}$

$=\frac{380}{2}$

$=190$

अतः प्रथम 20 पूर्ण संख्याओं का योग = 380 होगा।

- **प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग** $=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

उदाहरण – प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गो का योग बताओ।

हल – प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग $=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग

$= 1^2 + 2^2 + 3^2$ .... $+ 10^2$

$=\frac{10(10+1)(2\times10+1)}{6}$

$=\frac{10\times11\times21}{6}$

$=385$

स्वयं हल करें

प्रश्न – प्रथम 25 प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग बताइये।

उत्तर – 5525

बाकी/घटाव

हमारे पास कुछ वस्तुएँ हैं उसमें से हमनें कुछ वस्तुएँ अपने पडोसी को दे दी। अब हमारे पास कितनी वस्तुएँ शेष बची इसी प्रक्रिया को बाकी/घटाव–व्यवकलन कहा जाता है।

- घटाव/बाकी को (–) चिह्न से प्रदर्शित किया जाता है।

उदाहरण –

उदाहरण –पाँच अकों की सबसे बड़ी संख्या में से चार अंकों की सबसे छोटी संख्या का अन्तर कितना होगा?

हल –सर्वप्रथम हम पाँच अकों की सबसे बड़ी संख्या – चार अकों की सबसे छोटी संख्या

पाँच अकों की सबसे बड़ी संख्या = 99.999

चार अकों की सबसे छोटी संख्या = 1000

अतः

	9	9	9	9	9
–		1	0	0	0
	9	8	9	9	9

अतः इन संख्याओं का अन्तर = 98999

उदाहरण –राजू के पास 632.75 रुपये है। वह बाजार से 182.28 रुपये का सामान लाता है। अब उसके पास कुल कितने रुपये है?

हल – राजू के पास कुल रूपये = 632.75 रु

राजू ने सामान खरीदा = 182.28 रु

	रु				पैसे	
	6	3	2	.	7	5
–	1	8	2	.	2	8
	4	5	0	.	4	7

अतः राजू के पास शेष रुपये है – 450.47रु.

स्वयं करें

प्रश्न –(......?......) – 2359 – 4268 = 9696

उदाहरण –राम ने बाजार से 9 किग्रा. 500 ग्राम चीनी खरीदी और राधा ने 7 किग्रा 875 ग्राम चीनी खरीदी तो बताओ राम ने कितनी अधिक चीनी खरीदी।

हल – राम ने बाजार से चीनी

		किग्रा	ग्राम
खरीदी	→	9	500

राधा ने बाजार से चीनी

खरीदी	→	7	875

- 1 किग्रा. = 1000 ग्राम

	किग्रा.	ग्राम
	9	500
–	7	875
	1	652

(i)

	4	8	9	9
–	4	1	0	6
	0	7	9	3

(ii)

	9	3	2	1
–	6	8	8	2
	2	4	3	9

अतः राम ने 1 किग्रा 625 ग्राम अधिक चीनी खरीदी।

गुणा

- गुणा को (×) चिह्न से दर्शाया जाता है।
- यदि हमें दो संख्या के मध्य यह चिह्न मिले तो उन संख्याओं को गुणा करने का भाव आता है।

उदाहरण

423 × 94 को हल करें।

हल –

$$\begin{array}{rrrrrl} & & 4 & 2 & 3 & \\ & & \times & 9 & 4 & \rightarrow \textbf{गुणक (f)} \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 2 & \\ 3 & 8 & 0 & 7 & \times & \\ \hline 3 & 9 & 7 & 6 & 2 & \rightarrow \textbf{गुणनफल} \\ \hline \end{array}$$

प्रश्न 1. 928 × 98 × 62 को हल करे

प्रश्न 2. 49. 285 × 96.2 को हल करें।

प्रश्न 3. 2.34 × 3.05 × 0.05 को हल किजिए।

उदाहरण – एक सेल फोन का मूल्य $434\frac{2}{3}$ रु. है तो 14 सेल फोन का मूल्य कितना होगा?

हल – एक सेल फोन का मूल्य = $434\frac{2}{3}$ रु. 14 सेल फोन का मूल्य

$$= 434\frac{2}{3}\times 14$$
$$= \frac{1304}{3}\times 14$$
$$= \frac{18256}{3}$$
$$= 6085\frac{1}{3}$$

अतः 14 सेल फोन का मूल्य $= 6085\frac{1}{3}$ रुपये होगा।

इकाई का अंक ज्ञात करना

किन्हीं भी संख्याओं के मध्य गुणा करने पर प्राप्त गुणन फल में इकाई का अंक ज्ञात करना।

उदाहरण – 12 × 14 × 8 के इकाई का अंक ज्ञात करों।

हल – 12 × 14 × 08 = 1344

यहाँ इकाई अंक = 4 होगा

स्वयं हल करें

प्रश्न 1. संख्या 692 × 481 × 699 का इकाई अंक ज्ञात करो।

उदाहरण – $427^{42}\times 98^{13}\times 892^{93}$ में इकाई का अंक ज्ञात करो।

प्रश्न 2. 489 × 426 × 989 × 235 × 24 का इकाई अंक ज्ञात करो।

हल – हम इस तरह के प्रश्न को आसानी से हल नही कर सकते इस प्रकार के प्रश्न मे हमारा काफी समय बर्बाद हो जाएगा।

तो इस तरह के प्रश्न का अलग प्रकार से हल करेंगे।

जैसे –

अंक	x^1	x^2	x^3	x^4
2	2	4	8	6
3	3	9	7	1
4	4	6	4	6
7	7	9	3	1
8	8	4	2	6
9	9	1	9	1

इनके अलावा यदि 0, 1, 5, 6 अंक आए तो उनका इकाई अंक उस अंक के समान रहेगा।
इनमें हम घात में 4 का भाग देंगे।

जैसे –

$427^{42} \rightarrow \frac{42}{4}$ = शेष = 2

तो यहाँ 7 की घात = 7^2 होगी

और 7 × 7 = 49

यहाँ 9 इकाई अंक होगा

इसी प्रकार अन्य –

$\Rightarrow 98^{13} = \frac{13}{4} = 1$

यहाँ 8 की घात = 8^1

$892^{93} = \frac{93}{4} = 1$

तो यहाँ 2 की घात = 2^1 होगी

अतः

9 × 8 × 2 = 144 तो इनका इकाई अंक 4 होगा।

स्वयं हल करें

प्रश्न 1. $981^{29} \times 228^{15} \times 249^{46}$ का इकाई अंक ज्ञात करो?

प्रश्न 2. $16^{24} \times 15^{19} \times 11^{122}$ का इकाई अंक ज्ञात करो?

उदाहरण – $767^{65} \times 6^{41} \times 3^{57}$ में इकाई अंक क्या है?

हल – 767^{65} का इकाई अंक $= \frac{65}{4} = 1$

अतः $7^1 = 7$

पुनः 6^{41} का इकाई अंक = 6

पुनः 3^{57} का इकाई अंक $= \frac{57}{4} = 1$

अतः $3^1 = 3$

अभीष्ठ अंक = (7 × 6 × 3) = 126

यहाँ इकाई अंक = 6 होगा।

योज्य तत्समक

- x का योज्य तत्समक = 0
- $x + 0 = x$

योज्य प्रतिलोम

- x का योज्य प्रतिलोम = $-x$
- $x + (-x) = 0$

उदाहरण – 4 का योज्य प्रतिलोम क्या होगा?

हल – 4 का योज्य प्रतिलोम = – 4

= 4 + (– 4) = 0

गुणन तत्समक

- x का गुणन तत्समक = 1
- $x \times 1 = x$

गुणन प्रतिलोम

- x का गुणन प्रतिलोम $= \frac{1}{x}$
- $x \times \frac{1}{x} = 1$

उदाहरण –

(i) 3 का गुणन प्रतिलोम बताओ?

हल – 3 का गुणन प्रतिलोम $= 3 \times \frac{1}{3} = 1$

(ii) $\frac{5}{7}$ का गुणन प्रतिलोम बताओ?

हल – $\frac{5}{7}$ का गुणन प्रतिलोम $= \frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = 1$

भाग

भाग: गणित के इस संक्रिया मे ÷ इस चिन्ह का प्रयोग किया जाता है।

माना किसी संख्या a को b से विभक्त करने पर भागफल q तथा शेषफल r है तब

a = भाज्य

b = भाजक

q = भागफल

r = शेषफल

$\sqrt[b]{a}\,2$

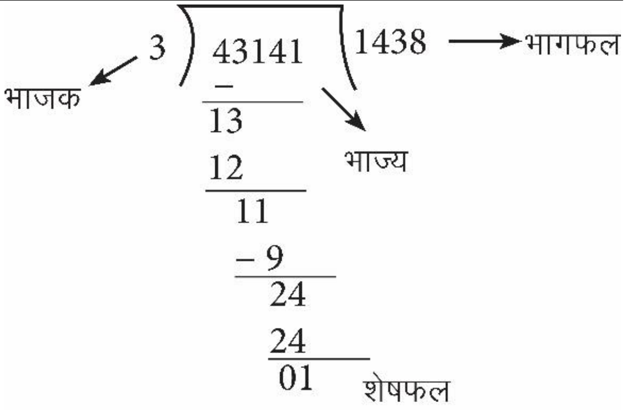
–

r

भाज्य = (भाजक × भागफल) + शेषफल

उदा. 43141 मे 3 का भाग देने पर भागफल और शेषफल बताइये?

हल. 43141 मे 3 का भाग देने पर



यहाँ भाज्य = 43141

भाजक = 3

भागफल = 1438

शेषफल = 1

भाजकता के नियम

किसी संख्या में भाग देने के लिए भी कुछ नियम होते है। उन्हें ही भाजकता नियम कहते है। इनसे शीघ्र पता चल जाता है कि भाग जाएगा या नही।

- **2 का भाजकता नियमः**

  जिस संख्या के अन्त मे 0, 2, 4, 6, 8 अंक हो

- **3 से भाजक नियम**

  जिस संख्या के सभी अंको का योग 3 से विभाजित होता–

  उदा. 38922

  इसमे 3 + 8 + 9 + 2 + 2 = 24

  अतः यह संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित है।

- **4 से भाजकता नियम**

  जिस संख्या के अन्तिम दो अक इकाई अंक व दहाई अंक दोनो मे पूर्णतः भाग चला जाए तो –

  उदा. (1) 42984

  इस संख्या के 84 मे भाग जाएगा तो सम्पूर्ण संख्या मे भाग चला जाएगा।

- **5 से भाजकता नियम**

  जिस संख्या का अन्त में इकाई अंक 0, 5 तो वह 5 से पूर्णतः विभाजित होगी।

  उदा. (1) 9240

  इस संख्या के अन्त में 0 है इसलिए यह 5 से पूरी तरह विभाजित होगी।

  Note – 15 का विभाजकता नियम इसी तरह से होगा।

- **6 का भाजकता –**

  जिस संख्या मे 2 या 3 का भाग भी पूरा–पूरा चला जाए तो उस संख्या 6 का भाग भी चला जाएगा।

  उदा. (1) 48 इसमे 2 व 3 का पूरा भाग जाता है इसलिए इसमे 6 का भाग भी पूरा–पूरा जाएगा।

- **7 का भाजकता नियम**
  किसी संख्या में 7 का पूरा पूरा भाग जाएगा।
  जिसके लिए हमें संख्या के अंक को दुगना कर शेष बची संख्या मे से घटाना है।
  यह प्रकिया कई बार भी करनी पड़ सकती है।

  उदा. (1) 2961
  इस संख्या का इकाई अंक 1 है और इसका दोगुना कर शेष बची संख्या मे से घटाना होगा।
  $\Rightarrow$ 2961 का इकाई अंक $1 \times 2 = 2$
  $\Rightarrow 296 - 2 = 29\underline{4} \rightarrow 4 \times 2 = 8$
  $\Rightarrow 29 - 8 = 21$
  $\Rightarrow$ 21 से पुरी विभाजित है। अतः यह संख्या भी पूर्णतः विभाजित है।
  Note– यदि कोई संख्या लगातार 6 बार आ जाए तो वह संख्या भी 7 से पूर्णतः विभाजित होगी।
  उदा. (1) 222222
  (2) 999999

- **13 का भाजकता नियम** – इसमें इकाई के अंक का चार गुना करके शेष संख्या मे जोडते है।
  उदा. (1) 6357
  यहाँ $635 + 7 \times 4 = 635 + 28 = 663$
  $660 + 3 \times 4 = 66 + 12 = 78$
  अतः 78 मे 13 का भाग पूर्णतः विभाजित है।

- **8 का भाजकता**
  जिस संख्या के अन्त के तीन अंकों मे 8 का भाग चला जाए तो उस पूरी संख्या मे 8 का भाग जाएगा। जिसके अन्त के इकाई, दहाई, सैकड़ा के अंक लेने है।
  उदा. (1) 5432 संख्या 432 मे यदि 8 का भाग पुरा–पुरा चला जाए तो यह संख्या 8 से पूर्णतः विभाजित होगी।

- **9 का भाजकता नियम**
  जिस संख्या के अंको का योग करने पर उस संख्या मे 9 का भाग चला जाए तो वह 9 से पूर्णतः विभाजित है।
  उदा. (1) 8073 में अंकों का योग
  $8 + 0 + 7 + 3 = 18$
  18 मे 9 का भाग जाता है इसलिए इस पूरी संख्या 8073 में भी जाएगा।

- **10 का भाजकता नियम**
  जिस संख्या का अन्त 0 से हो
  उदा. (1) 100, (2) 1000 (3) 590

- **11 का भाजकता नियम**
  जिस भी संख्या में सम स्थान पर अंक और विषम स्थान पर अंक का अन्तर 0 या 11 के पहाड़े में से आये तो वह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित होगी।
  उदा. (1) 2893
  यहा संख्या के सम स्थान पर अंक – विषम स्थान पर अंक =
  $= (8 + 3) - (2 + 9)$
  $= 11 - 11 = 0$
  यहा 0 आने पर यह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित है।
  (2) 76,824 संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित है या नही?

17 का विभाजकता नियम – इसमे संख्या के इकाई अंक को पाँच गुना करके शेष में से घटाते है और अन्त मे जो बची संख्या मे 17 का भाग जाएगा तो वह 17 से पूर्णतः विभाजित होगी।

उदा. (1) यदि 9 से संख्या $70x6$ मे भाग पूरा जाए तो x का मान हो सकता है ?

(a) 9 (b) 4
(c) 5 (d) 3

जैसे – 9 का भाजकता नियम
$7 + 0 + x + 6 = 13 + x$
हम यहा x का मान विक्ल्पो मे से रखेगें।
यहा x का मान = 5 सही है।

(2) यदि 11 से संख्या $x756$ मे भाग देने पर पूरा – पूरा जाए तो x का मान होगा ?

(a) 2 (b) 8
(c) 4 (d) 3

(3) कोई संख्या x मे 8 से भाग देने पर भागफल 489 आये तो भाज्य, शेषफल ज्ञात कीजिए?

BODMAS का नियम

यह नियम अपने हिसाब से कार्य करता है जिसमे यह
$$[x - \{d \div c(x + y)\}]$$
यह सबसे पहले बार – को हल उसमे बाद ( ) कोष्ठक, उसके पश्चात { } कोष्ठक और बड़े कोष्ठक [ ] को हल किया जाता है।
इसके बाद क्रमशः का भाग गुणा, जोड़ या घटाव किया जाता है।

सरल स्तर

उदा. (1) $96 + 14 \times 12 - 20 \div 4$ का मान ज्ञात कीजिए ?

(a) 289 (b) 259
(c) 296 (d) 258

Ans. (b)

जैसे यहाँ 96 + 14 × 12 − 20 ÷ 4 मे हम भाग की पहले हल करेंगे ?

→ 96 + 14 × 12 − 5

→ 96 + 168 − 5

→ 264 − 5

= 259

कठिन स्तर

(2) $4\frac{2}{5}-\left(2\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{7}\right)$ का मान कितना होगा ?

(a) $2\frac{1}{140}$ (b) $3\frac{1}{140}$

(c) $2\frac{3}{140}$ (d) $3\frac{3}{140}$

Ans. (a)

हल. $= 4\frac{2}{5}-\left(2\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{7}\right)$ पहले कोष्ठक हल करे ?

$= 4\frac{2}{5}-\left(2\frac{1}{4}+\frac{1}{7}\right)$

$= 4\frac{2}{5}-\left(\frac{9}{4}+\frac{1}{7}\right)=\frac{22}{5}-\frac{67}{28}$

$=\frac{22}{5}-\frac{67}{28} = \frac{616-335}{140}$

$=\frac{281}{140}=2\frac{1}{140}$ Ans.

नोट – उपरोक्त प्रश्न REET की पूर्व परीक्षा में आ चुके है और आगे भी आने की सम्भावना है और लघुत्तम समापर्त्य, महत्तम समापवर्तक निकालने के लिए इन टॉपिकों का अध्ययन करें।

4 CHAPTER

भारतीय मुद्रा

- प्राचीन समय में मानव अपनी आवश्यकता की पूर्ति करने के लिए वस्तु के बदले में वस्तु लेन देन करता था जिसे वस्तु विनिमय कहा जाता था।

मुद्रा – यह एक ऐसी वस्तु हैं जिसके द्वारा वस्तुओं व आवश्यकता पूर्ति के सामान का क्रय–विक्रय किया जाता हैं।

- प्राचीन समय में यह मुद्रा धातु से निर्मित होती थी। धीरे–धीरे इसने कागज का रूप अपना लिया।
- भारतीय मुद्रा का रूप रूपया हैं।
- जिसका प्रतीक चिन्ह – रु. हैं।
- इसकी डिजाइन उदय कुमार द्वारा की गई जो चेन्नई के निवासी हैं। इस डिजाइन को 15 July 2010 को मान्यता दी गई।
- भारतीय मुद्रा का निर्माण भारतीय रिजर्व बैंक के द्वारा भारतीय सरकार के आदेश के आधार पर किया जाता हैं और इन सभी नोटों पर भारतीय रिजर्व बैंक के गवर्नर के हस्ताक्षर होते हैं।
  जो निम्न प्रकार से हैं –
  2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 2000
- 1 रुपये के नोट पर वित्त सचिव के हस्ताक्षर होते हैं जो भारत सरकार के वित्त मंत्रालय द्वारा छपवाया जाता हैं।
- 8 नवम्बर 2016 को भारतीय मुद्रा के 500, 1000 के नोटों को प्रचलन से बाहर कर दिया गया। उनके स्थान पर 500 और 2000 के नए नोट जारी किए गये।
- भारतीय मुद्रा की सबसे छोटी इकाई पैसा हैं।
- 1947 से पहले भारतीय मुद्रा 'आने' में हुआ करती थी।
  जैसे –
  4 आने = 25 पैसे
  8 आने = 50 पैसे
  12 आने = 75 पैसे
  16 आने = 1 रुपया ।
  1 रुपया = 100 पैसे
- रुपयों को पैसों में बदलने के लिए 100 से गुणा करते हैं।
- पैसों को रुपयों में बदलने के लिए 100 से भाग कर देते हैं।

सरल स्तर

उदाहरण –

(i) 125 रु. को पैसों में बदलिए।

= 125 x 100
= 12500 पैसे

(ii) 192000 पैसो को रुपयो में बदलिए।

हल – $\frac{192000}{100} = 1920$ रुपये।

औसत स्तर

उदाहरण –

(iii) 29रु. 40 पैसे और 33रु. 96 पैसे को पैसों में बदलो।

हल –

  29 रु. 40 पैसे
\+ 33 रु. 96 पैसे
____
62 रु. 136 पैसे

अब

62 रु. (100 + 36) पैसे (∵ 100 पैसे = 1 रुपया)

तब

= 62 रु. + 1 रु. + 36 पैसे
= 63 रु. + 36 पैसे
= 63 रु. x 100 + 36 पैसे (∵ रुपये को पैसे में बदलने के लिए 100 से गुणा करते है।)
= 6300 पैसे + 36 पैसे
= 6336 पैसे

कठिन स्तर –

प्रश्न – (iv) 25 पैसे के 96 सिक्कें किसके बराबर हैं ?

(a) 1रु. के 10 सिक्के + 50 पैसे के 12 सिक्के + 25 पैसे के 16 सिक्के

(b) 1रु. के 10 सिक्के + 2रु. के 8 सिक्के

(c) 1रु. के 15 सिक्के + 50 पैसे के 6 सिक्के

(d) 1रु. के 10 सिक्के + 50 पैसे के 20 सिक्के + 25 पैसे के 16 सिक्के

उत्तर – (d)

हल – विकल्प (d) से हल करने पर –

1 रु. के 10 सिक्के = 1x10 = 10 रु.

50 पैसे के 20 सिक्के = 50x20 = 1000 पैसे = 10रु.

25 पैसे के 16 सिक्के = 25x16 = 400 पैसे = 4रु.

कुल रुपये = 10रु. + 10रु. + 4रु.

प्रश्नानुसार –

25 पैसे के 96 सिक्के

या 1/4 रु. के 96 सिक्के

कुल रुपये = 96 x $\frac{1}{4}$ = 24

प्रश्न – समीर के पास 50 पैसे के 43 सिक्के हैं। 1रु. के 15 सिक्के हैं। 25 पैसे के 82 सिक्के हैं तो बताओं समीर के पास कुल कितने रुपये हैं।

(a) 56.50 रु.

(b) 58.50 रु.

(c) 57.00 रु.

(d) 57.50 रु.

उत्तर – (c)

हल –

50 पैसे x 43 सिक्के = 2150 पैसे = 21.50 रु.

1 रु. x 15 सिक्के = 15 रु.

25 पैसे x 82 सिक्के = 2050 पैसे = 20.50 रु.

कुल = 21.50 + 15 + 20.50 = 57.00 रु.

अन्य महत्त्वपूर्ण –

नये नोटों के बारे में अन्य महत्त्वपूर्ण जानकारी –

रुपये के नोट		चित्र
10 रु.	=	सूर्य मन्दिर, कोणार्क
50 रु.	=	हम्पी
100 रु.	=	रानी की वाव
200 रु.	=	साँची का स्तूप
500 रु.	=	लाल किला
2000 रु.	=	मंगलयान

- भारतीय मुद्रा पर 17 भाषाएँ छपी होती हैं। जिसमें से 15 भाषाएँ पीछे की तरफ होती हैं। Hindi एवं English आगे की तरफ होती हैं। साथ ही 2000 के नोट पर ब्रेल लिपि भी छपी हुई होती हैं।