Toppersnotes®
Unleash the topper in you

राजस्थान

पटवारी

राजस्थान अधीनस्थ एवं मंत्रालयिक सेवा चयन बोर्ड (RSMSSB)

भाग - 6

गणित एवं रीजनिंग

SIERRA
INNOVATIONS

विषयसूची

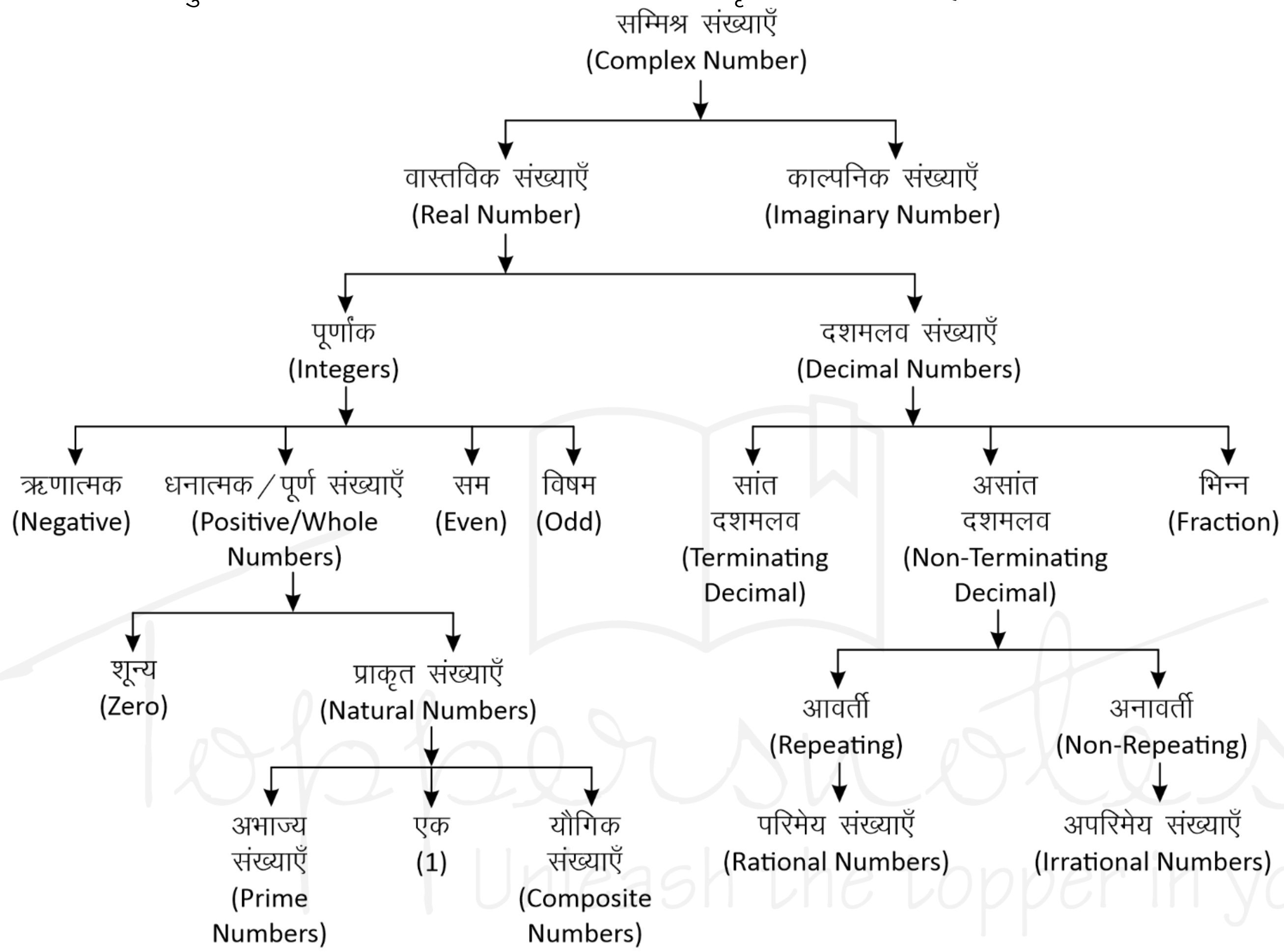
विषयसूची

1 CHAPTER

संख्या पद्धति (Number System)

संख्या पद्धति :– किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है –



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती है।

इन्हें (a + ib) के रूप में लिखा जाता है। जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ है तथा $i = \sqrt{-1}$ है।

Z = a (वास्तविक संख्या) + ib (काल्पनिक संख्या)

1. वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers): परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

I. पूर्णांक संख्याएँ : संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ–साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती है, इसे **I** से सूचित करते हैं।

I = {–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4,.....}

(i) धनात्मक / पूर्ण संख्याएँ : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते है, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती है।

W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

नोट : चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

A. प्राकृत संख्याएँ : जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते है।

N = {1, 2, 3, 4, 5, ...}

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \dfrac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है ।

उदाहरण –

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :- एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।
जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19........}

- तीन अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101
- तीन अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997
  जहाँ 1 Prime Number नहीं है।
  2 एकमात्र सम Prime संख्या है।
  3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।
  1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9
  25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6
  1-50 तक कुल 15 Prime Number है।
  51-100 तक कुल 10 Prime Number है।
  अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।
  1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46
  1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62
  1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78
  1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

☞ **अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :–** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या x है, अब x से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

उदाहरण –

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

हल –

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है।
स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)
HCF = 1

(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :- वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है।
जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

(ii) सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।
n वां पद = 2n
प्रथम n सम संख्याओं का योग = n(n+1)
प्रथम n सम संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2}\right\}$

(iii) विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती है।
प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2}\right\}$

II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ है जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांको के बीच आती है। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

(i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

(ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।
जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183...........
ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।
जैसे – $\frac{1}{3} = 0.333...,\frac{22}{7} = 3.14285714.....$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

$0.333..... = 0.\overline{3}$ — इसे बार बोलते है।

$\frac{22}{7} = 3.14285714.... = 3.14\overline{2857}$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.\overline{P} = \frac{P}{9}$ $\quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99}$ $\quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.p\overline{q} = \frac{pq - p}{90}$ $\quad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr - pq}{900}$

$0.p\overline{qr} = \frac{pqr - p}{990}$ $\quad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs - pq}{9900}$

उदाहरण –

(i) $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii) $0.6\overline{25} = \frac{625 - 6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii) $0.35\overline{24} = \frac{3524 - 35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

- **परिमेय (Rational) संख्याएँ** – वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

उदाहरण –

$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

B. अनावर्ती (Non-Repeating)

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

जैसे – $\pi = 3.1415926535897932...$

$\sqrt{2} = 1.41421356237...$

- **अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ** – इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण –

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}......$

भिन्न (Fraction) :- भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।
जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते है, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे $\frac{1}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जाता है। जबकि शेष बचे भाग को $\frac{3}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जायेगा।
भिन्न दो भागों में बंटा होता है – अंश व हर

माना कोई भिन्न $= \frac{p \rightarrow \text{अंश}}{q \rightarrow \text{हर}}$

भिन्नों के प्रकार

भिन्न

- **साधारण भिन्न, जिसमें अंश, हर से पूर्णतः विभाजित नहीं होता**
  उदा. – $\frac{5}{6}$
  - **उचित भिन्नः अंश का मान हर की अपेक्षा कम होता है।**
    जैसे – $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{11}$
  - **अनुचित भिन्नः अंश का मान, हर की अपेक्षा अधिक होता है।**
    जैसे – $\frac{4}{3}, \frac{7}{5}, \frac{23}{15}$
  - **मिश्रित भिन्न – जो एक पूर्णाक व एक भिन्न से मिलकर बनी हो।**
    जैसे – $6\frac{3}{4}, 2\frac{3}{5}$
- **दशमलव भिन्नः जिसमें हर के रूप में 10 अथवा 10 की कोई घात होती है।**
  उदा. – $\frac{45}{100}$
  - **साधारण आवृत दशमलव भिन्न –जिनमें दशमलव बिन्दु के बाद आने वाले सभी अंको की पुनरावृत्ति हो**
    जैसे – $\frac{10}{3} = 2.8333...$
  - **मिश्रित आवृत दशमलव भिन्न – जिनमें दशमलव बिन्दु के 1 या 2 अंको के बाद अंको की पुनरावृत्ति हो।**
    जैसे – $\frac{17}{6} = 2.8333$

2. **काल्पनिक संख्याएँ (Imaginary Numbers)**: जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

परफेक्ट संख्या (Perfect Number)

वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

उदाहरण –

6 → 1, 2, 3 → यहाँ 1 + 2 + 3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1 + 2 + 4 + 7 + 14 → 28

पूर्णवर्ग संख्या की पहचान

↓

इकाई अंक जो एक पूर्ण वर्ग संख्या के हो सकते है।	जो नहीं हो सकते
• 0	2 ——
• 1	3 ——
• 4	7 ——
• 5 or 25	8 ——
• 6	
• 9	

- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

नोट – अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवष्य याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. **Decimal संख्या को Binary में बदलना :**
   किसी डेसीमल (दस–आधारी) संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त डेसीमल (दस–आधारी) संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते है जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।
   अब सभी शेषफल को उल्टे क्रम में लिखा जाए तो परिवर्तित बाइनरी संख्या प्राप्त होती है।

उदाहरण –

2 × 44 = 88 ; 89 – 88 = 1	89
2 × 22 = 44 ; 44 – 44 = 0	44
2 × 11 = 22 ; 22 – 22 = 0	22
2 × 5 = 10 ; 11 – 10 = 1	11
2 × 2 = 4 ; 5 – 4 = 1	5
2 × 1 = 2 ; 2 – 2 = 0	2
	1

अतः 89 के समतुल्य **Binary number = $(1011001)_2$**

2. **Binary को Decimal में बदलना :**
   Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाई ओर एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दुगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण –

1	0	1	1	0	0	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

अब

$(1011001)_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 \times 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \; \{2^0 = 1\} = 89$

भाजकों की संख्या या गुणनखंड की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर घातो का गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण –

2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

हल –

$2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$

भाजकों की संख्या = (3+1) (1+1) (1+1) (1+1)

= 4 × 2 × 2 × 2 = 32

इकाई का अंक ज्ञात करना

1. **जब संख्या घात (Power) के रूप में हो**
   जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा।
   जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना षेश प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. **सरलीकरण के रूप में हो**
   प्रत्येक संख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

1. यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो
   n विषम होने पर (a+b) इसका भाजक होगा।
2. यदि $a^n – b^n$ दिया हो तो।

n विषम होने पर भाजक → (a–b)

n सम होने पर भाजक → (a – b) या (a + b) या दोनों।

(i) $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।

(ii) $a^n \div (a+1) \begin{cases} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } a \text{ होगा} \end{cases}$

(iii) $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा

(iv) $(a^n + a) \div (a+1) \begin{cases} \text{यदि } n \text{ सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा।} \\ \text{यदि } n \text{ विषम हो, तो शेषफल } (a-1) \text{ होगा।} \end{cases}$

रोमन पद्धति के संकेतक

1	→	I	20	→	XX
2	→	II	30	→	XXX
3	→	III	40	→	XL
4	→	IV	50	→	L
5	→	V	100	→	C
6	→	VI	500	→	D
7	→	VII	1000	→	M
8	→	VIII			
9	→	IX			
10	→	X			

विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे – 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या मे अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे – 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे – 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे – 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे – 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी। अथवा किसी संख्या में अंको की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 44444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो । जैसे – 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे – 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 17784

अभ्यास प्रश्न

संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किसी संख्या का 3/4 उस संख्या के 1/6 से 7 अधिक है, तो उस संख्या 5/3 क्या होगा?

(a) 12 (b) 18
(c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b, उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

(a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$
(c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

(a) 1350 (b) 1250
(c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का 5/16 ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का 5/6 ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये।

(a) 300 (b) 480
(c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

सम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी ।

(a) 47 (b) 48
(c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 64329 को जब किसी सख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते है तो भाज्य क्या है ?

(a) 184 (b) 224
(c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2 $(3^{25}+3^{26}+3^{27}+3^{28})$ विभाजित है।

(a) 11 (b) 16
(c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

(a) 2706
(b) 2796
(c) 2736
(d) 2826

उत्तर (c)

इकाई अंक निकालना आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $416\times333+2167\times118-114\times133$ के परिणाम का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

कितना है ?

(a) 0 (b) 2
(c) 3 (d) 5

प्राकृतिक संख्याओं के squre/cube के योग एवं अंतर पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + ... + 20^2) = ?$

(a) 385 (b) 2485
(c) 2870 (d) 3255

उदा.2 $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 10^3 = ?$

दशमलव संख्या आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक विद्यार्थी को निम्नलिखित व्यंजक को सरल करने को कहा गया

$$\frac{0.0016\times0.025}{0.325\times0.05}\div\frac{0.1216\times0.105\times0.002}{0.08512\times0.625\times0.039}+\left(\sqrt[6]{27}-\sqrt{6\frac{3}{4}}\right)^2$$

उसका उत्तर $\frac{19}{10}$ था। उसके उत्तर में कितने प्रतिशत त्रुटि थी ?

उदा.2 $\frac{0.\overline{936}-0.\overline{568}}{0.\overline{45}+2.\overline{67}}$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

शून्य की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(1^1\times2^2\times3^3\times4^4\times..........\times98^{98}\times99^{99}\times100^{100}\right)$ के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की संख्या ज्ञात करें ?

(a) 1200 (b) 1300
(c) 1500 (d) 1600

उदा.2 1 × 2 × 3 × ...... × 250 को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे ?

सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या/भिन्न ज्ञात करने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्न मे से $\frac{2}{5}$ और $\frac{4}{9}$ के बीच उपस्थित भिन्न हैं ?

(a) $\frac{3}{7}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

उदा.2 निम्न में से बड़ी संख्या हैं।

$(3)^{\frac{1}{3}}, (2)^{\frac{1}{2}}, 1, (6)^{\frac{1}{6}}$

(a) $(2)^{\frac{1}{2}}$ (b) 1
(c) $(6)^{\frac{1}{6}}$ (d) $(3)^{\frac{1}{3}}$

आरोही/अवरोही क्रम आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ को बढ़ते क्रम में लिखने पर –

(a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ (b) $\sqrt[4]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$
(c) $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4}$

उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ –

$\sqrt{7}-\sqrt{5}, \sqrt{5}-\sqrt{3}, \sqrt{9}-\sqrt{7}, \sqrt{11}-\sqrt{9}$

उदा.3 संख्याओं $\frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{16}{19}, \frac{21}{25}$ को अवरोही क्रम में लिखिये ?

गुणनखंडों की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left\{(127)^{127}+(97)^{127}\right\}$ तथा $\left\{(127)^{97}+(97)^{97}\right\}$ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?

(a) 127 (b) 97
(c) 30 (d) 224

उदा.2 $\frac{(18)^{15}\times(75)^{16}\times(42)^{14}}{(35)^{12}\times(12)^{16}}$ में कितने अभाज्य खंड है ?

2 CHAPTER
सरलीकरण (Simplification)

- सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आँकडों को सरल रूप में प्रदर्शित करते हैं जैसे कि आँकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical Operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है ।
- यदि कुछ संख्या पर भिन्न–भिन्न प्रकार के Operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते है ।
- हम पहले कौनसा Operation करे, यह VBODMAS का Rule तय करता है ।

V ↓ Vinculum रेखा कोष्ठक
B ↓ Bracket [{()}]
O ↓ Of (का)
D ↓ Divide /
M ↓ Multiplication ×
A ↓ (+) Addition
S ↓ Subtraction (-)

- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब **Vinculum** (रेखा कोष्ठक) है । यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसमें फिर (BODMAS) Rule कार्य करेगा
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते हैं–
  1. छोटा कोष्ठक ( )
  2. मंझला कोष्ठक { }
  3. बड़ा कोष्ठक [ ]
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है ।
- तृतीय स्थान पर “O” है जो कि “of” या “Order” से बना है, जिसका मतलब ''गुणा'' से या ''का'' से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर “D” है जिसका मतलब “Division” है, दिए गये व्यंजन में भिन्न–भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते है यदि दिया है तो ।
- पंचम स्थान पर “M” है जिसका मतलब “Multiplication” है, दिये गए व्यंजन में “Division” के बाद “Multiplication” (गुणा) करेंगे।
- छठा स्थान “A” रखता है जो “Addition” (जोड़ा) से संबंधित है। Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है ।
- सप्तम स्थान पर “S” है जो “Subtraction” से बना है ।

प्रश्न –
सरल कीजिए ।

$$\left[3\frac{1}{4}\div\left\{1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\,4\frac{1}{3}\right)$$

हल:

Step 1 – सबसे पहले सभी मिश्र भिन्नों को साधारण भिन्नों में बदलते हैं ।

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

अब VBODMAS के अनुसार

Step 2 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{3-2}{12}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

Step 3 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 4 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{30-1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 5 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{29}{12}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 6 – $\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{30-29}{24}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$

Step 7 – $\left[\frac{13}{4}\div\frac{1}{24}\right]\div\frac{13}{6}$

Step 8 – $\left[\frac{13}{4}\times 24\right]\div\frac{13}{6}$

Step 9 – $13 \times 6 \times \frac{6}{13}$

= 36 Ans.

बीजगणितीय सूत्र

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
4. $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$
5. $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
6. $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$
7. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}\left[(a-b)^2 + (b+c)^2 + (c-a)^2\right]$
8. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
9. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
10. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

    $= \frac{1}{2}(a+b+c)\left\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right\}$

    यदि $a + b + c = 0$ हो तो

    $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
11. $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$
12. $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$

समान्तर श्रेणी

वह श्रेणी जिसका प्रत्येक पद अपने पूर्व पद से कोई नियत राषि जोड़ने अथवा घटाने से प्राप्त होता है ।

जैसे – 2, 5, 8, 11, ...

समांतर श्रेणी का n वाँ पद

$T_n = a + (n - 1)$

जहाँ a = प्रथम पद

d = सार्व अंतर (द्वितीय पद – प्रथम पद)

n = पदों की संख्या

समांतर श्रेणी के n पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

यदि प्रथम व अंतिम पद ज्ञात हो तो $S_n = \frac{n}{2}[a + \ell]$

जहाँ $\ell =$ अंतिम पद

दो राशियों के मध्य समांतर माध्य $A = \frac{a+b}{2}$ [a, b का समांतर माध्य A है ।]

गुणोत्तर श्रेणी

यदि श्रेणी के प्रत्येक पद का उससे पूर्व पद से अनुपात एक निश्चित राशि होती है तो गुणोत्तर श्रेणी होती है । इस निश्चित राशि को सार्वअनुपात कहते हैं ।

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पद

$T_n = a.r^{n-1}$

जहाँ a = प्रथम पद

r = सार्व अनुपात

n = पदों की संख्या

गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल

$S_n = a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$; जब $r < 1$ $\qquad S_n = a\left(\frac{r^n - 1}{r-1}\right)$; जब $r > 1$

1. दो राशियों के मध्य गुणोत्तर माध्य $G = \sqrt{ab}$
2. यदि दो धनात्मक राशियों a व b के मध्य समांतर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य A व G है तो

   $A > G, \quad \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

हरात्मक श्रेणी

किसी श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम उसी क्रम में लिखने पर समांतर श्रेणी में हो तो उसे हरात्मक श्रेणी कहते है ।

हरात्मक श्रेणी का n वां पद

$T_n = \frac{1}{a + (n-1)d}$

हरात्मक माध्य (H) = $\frac{2ab}{a+b}$

समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में संबंध

माना A, G तथा H दो राषियों a व b के मध्य क्रमशः समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य है तब

$\boxed{G^2 = AH}$ तथा $\boxed{A > G > H}$

अभ्यास प्रश्न

VBODMAS – आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $24 \times 2 \div 12 + 12 \div 6 \text{ of } 2 \div (15 \div 8 \times 4) \text{ of } (28 \div 7 \text{ of } 5)$ का मान होगा –

(a) $4\frac{32}{75}$ (b) $4\frac{8}{75}$

(c) $4\frac{2}{3}$ (d) $4\frac{1}{6}$

उदा.2 सरल करें

$$\left[3\frac{1}{4}\div\left\{1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of } 4\frac{1}{3}\right)$$

उदा.3 सरल करें ।

$$2\frac{3}{4}\div 1\frac{5}{6}\div\frac{7}{8}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{7}\div\frac{3}{4}\text{ of }\frac{3}{7}$$

(a) $\frac{56}{77}$ (b) $\frac{49}{80}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $3\frac{2}{9}$

वर्गान्तर तथा वर्गमूल आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

$$\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{29+\sqrt{49}}}}}\text{ is}$$

(a) 3 (b) 9

(c) 7 (d) 5

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $(102)^2 = 10404$ है, तो $\sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404}$ का मान किसके बराबर है ?

(a) 0.306 (b) 0.0306

(c) 11.122 (d) 11.322

उत्तर (d)

उदा.3 $33 - 4\sqrt{35}$ का वर्गमूल क्या है ?

(a) $\pm(2\sqrt{7}+\sqrt{5})$ (b) $\pm(\sqrt{7}+2\sqrt{5})$

(c) $\pm(\sqrt{7}-2\sqrt{5})$ (d) $\pm(2\sqrt{7}-\sqrt{5})$

घनान्तर तथा घनमूल आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(\sqrt{4^3+15^2}\right)^3$ का मान क्या है ?

(a) 4913 (b) 4313

(c) 4193 (d) 3943

उत्तर (a)

उदा.2 710 में कौनसी छोटी संख्या जोड़ी जानी चाहिए ताकि योग एक पूर्ण घन बन जाए ?

(a) 29 (b) 19

(c) 11 (d) 21

उत्तर (b)

भिन्न आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

(c) $\frac{1}{16}$ (d) $\frac{1}{32}$

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $2 = x + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}}$ है तो x का मान ज्ञात करें ।

(a) $\frac{18}{17}$ (b) $\frac{21}{17}$

(c) $\frac{13}{17}$ (d) $\frac{12}{17}$

उत्तर (b)

उदा.3 $999\frac{998}{999} \times 999$ किसके बराबर है ?

(a) 998999 (b) 999899

(c) 989999 (d) 999989

उत्तर (a)

उदा.4 $\frac{1}{5} + 999\frac{494}{495} \times 99$ का मान ज्ञात करें ।

(a) 90000 (b) 99000

(c) 90900 (d) 99990

उत्तर (b)

बीजगणितीय सूत्रों पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ के बराबर है ?

(a) $2\frac{1}{2}$ (b) $3\frac{1}{2}$

(c) $4\frac{1}{2}$ (d) $5\frac{1}{2}$

उत्तर (c)

उदा.2 $\frac{0.51 \times 0.051 \times 0.051 + 0.041 \times 0.041 \times 0.041}{0.51 \times 0.051 - 0.051 \times 0.041 + 0.041 \times 0.041}$ का मान क्या है ?

(a) 0.92 (b) 0.092

(c) 0.0092 (d) 0.00092

उत्तर (b)

श्रेणी आधारित (समान्तर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी)

प्रश्नों के हल

उदा.1 50 से कम 3 के सभी गुणजों का योगफल ज्ञात करो?

(a) 400 (b) 408

(c) 404 (d) 412

उत्तर (b)

उदा.2 निम्नलिखित समांतर श्रेणी में कितने पद हैं ?

7, 13, 19, ... , 205

उदा.3 5 के उन सभी धनात्मक गुणांकों का योग ज्ञात करें जो 100 से कम है ?

समीकरण आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक पर्यटक प्रतिदिन उतने ही रूपये खर्च करता है जितने उसके पर्यटन के दिनों की संख्या है । उसका कुल खर्च रूपये 361 है, तो ज्ञात करें कि उसका पर्यटन कितने दिनों तक चला ?

(a) 17 days (b) 19 days

(c) 21 days (d) 31 days

उत्तर (b)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योग 22 है, और उनके वर्गों का योग 404 है, तो उन संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करें ?

(a) 40 (b) 44

(c) 80 (d) 89

उत्तर (a)

उदा.3 जब एक दो अंकों की संख्या को उसके अंकों के योग से गुणा किया जाता है, तो गुणनफल 424 होता है। जब उसके अंकों को आपस में बदलने से प्राप्त संख्या को अंकों के योग से गुणा किया जाता है तो परिणाम 280 होता है । संख्या के अंकों का योग कितना है?

(a) 7 (b) 9

(c) 6 (d) 8

उत्तर (d)

3 CHAPTER औसत (Average)

$$\text{औसत} = \frac{\text{परीक्षणों का योग}}{\text{परीक्षणों की संख्या}}$$

संख्या आधारित औसत (सूत्र)

1. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का औसत $= \frac{(n+1)}{2}$
2. प्रथम n क्रमागत सम संख्याओं का औसत = (n+1)
3. प्रथम n क्रमागत विशम संख्याओं का औसत = n
4. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गो का औसत $= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$
5. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के घनों का औसत $= \frac{\{n(n+1)^2\}}{4}$
6. 1 से लेकर n तक की विशम संख्याओं का औसत $= \frac{(n+1)}{2}$, (जहाँ n = अन्तिम विषम संख्या)
7. 1 से लेकर n तक की सम संख्याओं का औसत $= \frac{(n+2)}{2}$, (n जहाँ = अन्तिम सम संख्या)
8. यदि समान दूरी तय करने में क्रमशः चाल a किमी./घंटा और b किमी./घंटा हो, तो औसत चाल $= \frac{2ab}{(a+b)}$ होगी।
9. यदि समान दूरी के लिए औसत चाल a किमी./घंटा, b किमी./घंटा तथा c किमी./घंटा हो, तो औसत चाल $= \frac{3abc}{(ab+bc+ca)}$ किमी./घंटा होगी ।
10. P व्यक्तियों में से एक व्यक्ति, जिसका औसत भार x किग्रा. है, चला जाता है के स्थान पर एक नया व्यक्ति आ जाता है, जिससे व्यक्तियों का औसत भार y किग्रा. बढ़ जाता है, तो नये व्यक्ति का भार = (x + P + y) किग्रा.
11. P व्यक्तियों की औसत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के और सम्मिलित हो जाने पर औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो नये व्यक्तियों की औसत आयु $x + (y-x) \times \frac{(P+Q)}{Q}$ वर्ष
12. P व्यक्तियों की औसत आयु x वर्ष है। Q व्यक्तियों के बाहर चले जाने से व्यक्तियों की औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले व्यक्तियों की औसत आयु $= x - \left[(y-x) \times \frac{(P-Q)}{Q}\right]$ वर्ष
13. x बच्चों की औसत आयु y वर्ष है। यदि बच्चों की आयु में पिता की आयु जोड़ दी जाती है, तो उनकी औसत आयु z वर्ष हो जाती है। पिता की आयु = z × (x + 1) – y × z वर्ष
14. P छात्रों की औसत आयु x वर्ष है। एक छात्र के बाहर चले जाने पर छात्रों की औसत आयु y वर्ष हो जाती है, तो बाहर जाने वाले छात्र की औसत आयु = P × x – (P – 1)y वर्ष
15. किसी संस्थान में कुल P कर्मचारियों व अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह ₹ x हो तथा अधिकारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह ₹ y तथा कर्मचारियों के वेतन का औसत मान प्रतिमाह ₹ z है तो, संस्था में कुल कर्मचारियों की संख्या $= \frac{(x-y) \times P}{(z-y)}$
16. यदि प्रत्येक राशि को x गुना कर दिया जाए तो औसत भी x गुना हो जाता है।
17. गेंदबाज का औसत निकालना :-

$$\text{गेंदबाज का औसत} = \frac{\text{कुल रन}}{\text{विकेटो की संख्या}}$$

कुल रन = औसत × विकेटो की संख्या

18. एक बल्लेबाज ने अपनी n^{th} पारी में 's' रन बनाए जिससे उसके औसत में 't' वृद्धि हो गई, तो 'n' पारियों के बाद औसत [x – t(n – 1)] होगा।

संख्या के मान में परिवर्तन	औसत में परिवर्तन
(1) प्रत्येक मान में 'x' की वृद्धि	(1) औसत में 'x' की वृद्धि
(2) प्रत्येक मान में 'x' की कमी	(2) औसत में 'x' की कमी
(3) प्रत्येक मान में 'x' से गुणा	(3) औसत में भी 'x' का गुणा
(4) प्रत्येक मान में 'x' से भाग	(4) औसत में भी 'x' का भाग

भारित औसत (Weighted Average)

यदि सदस्यों के दो या दो से अधिक समूह है जिनका व्यक्तिगत औसत ज्ञात है, तो सभी समूहों के सभी सदस्यों का संयुक्त औसत भारित औसत के रूप में जाना जाता है।

- यदि $n_1, n_2, n_3, \ldots. n_k$ के सदस्य वाले k समूह है जिनका औसत क्रमशः $A_1, A_2, A_3 \ldots. A_k$ है तो

$$\text{भारित औसत } (A_w) = \frac{n_1A_1 + n_2A_2 + n_3A_3 + \ldots..n_kA_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \ldots..n_k}$$

अभ्यास प्रश्न

संख्या आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 18 संख्याओं का औसत 42 है। यदि प्रत्येक संख्या को $1\frac{1}{2}$ गुना कर दिया जाए, तो परिणामी संख्या का औसत कितना होगा ?

उदा.2 प्रथम 50 प्राकृत संख्याओं का औसत कितना है ?

उदा.3 प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के वर्गो का औसत कितना है ?

(a) 35.5 (b) 36
(c) 37.5 (d) 38.5

उदा.4 5 संख्याओं का योग 240 है। इनमें से पहली दो संख्याओं का औसत 30 है तथा अन्तिम दो संख्याओ का औसत 70 है, तीसरी संख्या क्या है ?

(a) 40
(b) 60
(c) 75
(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

उदा.5 दो संख्याओं A तथा B का औसत 20, B तथा C का औसत 19 और C तथा A का औसत 21 है, A का मान कितना है ?

(a) 24 (b) 2
(c) 20 (d) 18

बल्लेबाजी / गेंदबाजी आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 किसी बल्लेबाज ने बारहवीं पारी में 63 रन बनाये जिससे उसके रनों की औसत में 2 रन की वृद्धि हो जाती है, बारहवीं पारी के बाद उसके रनों का औसत कितना है ?

(a) 41 (b) 42
(c) 34 (d) 35

उदा.2 एक क्रिकेट मैच में पहले 10 ओवर में रन रेट केवल 3.2 थी। 282 रन के लक्ष्य को पूरा करने हेतु शेष 40 ओवर के लिए रन रेट क्या होनी चाहिए ?

(a) 6.25 (b) 6.50
(c) 6.75 (d) 7.0

उदा.3 एक क्रिकेटर का गेंदबाजी औसत 12.4 था। अपने अन्तिम मैच में 26 रन देकर 5 विकेट लेने पर उन्होंने अपने गेंदबाजी औसत में 0.2 अंको का सुधार किया। पिछले मैच से पहले उनके द्वारा लिए गए विकेटों की सख्या कितनी थी ?

(a) 125 (b) 150
(c) 175 (d) 200

चाल संबंधी औसत

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक स्थान A से B तक एक मोटरसाईकिल की औसत चाल 65 किमी/घण्टा रही तथा B से A तक आने में इसकी औसत चाल 60 किमी/घण्टा थी। पूरी यात्रा में मोटरसाईकिल की औसत चाल कितनी थी ?

(a) 62.5 किमी/घण्टा
(b) 72.2 किमी/घण्टा
(c) 62.4 किमी/घण्टा
(d) 60.8 किमी/घण्टा

उदा.2 एक हवाई जहाज किसी वर्गाकार खेत के चारों भुजाओं के ऊपर 200, 400, 600 एवं 800 किमी. प्रति घण्टा की रफ्तार से चलता है। तो पूरी यात्रा के लिए हवाई जहाज की औसत चाल ज्ञात करें ? (किमी/घण्टा में)

(a) 600 किमी./घंटा
(b) 400 किमी./घंटा
(c) 500 किमी./घंटा
(d) 384 किमी./घंटा

किसी समूह में व्यक्तियों के आने जाने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 तीन आदमियों A, B एवं C का औसत भार 84 किग्रा. है। एक दूसरा आदमी D इस समूह में शामिल हो जाता है और अब औसत भार 80 किग्रा. हो जाता है। यदि एक और आदमी E जिसका भार D के भार से 3 किग्रा. ज्यादा है A की जगह पर समूह में आता है, तो B. C, D एवं E का औसत भार 79 किग्रा. हो जाता है। A का भार ज्ञात करें ?

(a) 70 किग्रा. (b) 72 किग्रा.
(c) 75 किग्रा. (d) 80 किग्रा.

उदा.2 25 लडकों की औसत ऊँचाई 1.4 मीटर है, इस ग्रुप में से 5 लडकों के कैम्प छोड जाने के बाद शेष लडकों की औसत ऊँचाई में 0.15 मीटर की वृद्धि हो जाती है, जाने वाले 5 लडकों की औसत ऊँचाई कितनी है ?

(a) 0.8 मीटर (b) 0.9 मीटर

(c) 0.95 मीटर (d) 1.05 मीटर

आय तथा व्यय आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 A तथा B की औसत मासिक आय ₹14,000 B तथा C की औसत मासिक आय ₹ 15,600 और A तथा C की औसत मासिक आय ₹ 14,400 है। B की मासिक आय कितनी है ?

(a) 12,400 रुपये

(b) 12,800 रुपये

(c) 15,200 रुपये

(d) 16,000 रुपये

उदा.2 एक परिवार का औसत मासिक व्यय प्रथम तीन माह ₹ 2,200 है, अगले चार माह का ₹ 2,550 है, और अंतिम पाँच का ₹ 3,120 है। यदि पूरे वर्ष की बचत ₹ 1,260 हो, तो औसत मासिक आय ज्ञात करें ?

(a) 1,260 रुपये (b) 1,280 रुपये

(c) 2,805 रुपये (d) 2,850 रुपये

आयु आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 3 वर्ष पहले, 5 सदस्यों वाले परिवार की औसत आयु 17 वर्ष है। एक बच्चे का जन्म होता है फिर भी परिवार की वर्तमान औसत आयु 3 वर्ष पहले की औसत आयु के समान है। बच्चे की वर्तमान आयु ज्ञात करें ?

(a) 2 वर्ष (b) 2.4 वर्ष

(c) 3 वर्ष (d) 1.5 वर्ष

उदा.2 एक परिवार में पिता तथा माता की औसत आयु 35 वर्ष है। पिता, माता तथा उनके एकमात्र पुत्र की औसत आयु 27 वर्ष है। पुत्र की आयु कितनी है ?

(a) 12 वर्ष (b) 11 वर्ष

(c) 10.5 वर्ष (d) 10 वर्ष

तापमान आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 सोमवार, मंगलवार एवं बुधवार का औसत ताप 75°C था। मंगलवार, बुधवार एवं गुरूवार का औसत ताप 77°C था। यदि गुरूवार का ताप 76°C था, तो सोमवार का ताप ज्ञात कीजिए ?

उदा.2 एक नगर के एक महीने के चार दिनों का औसत ताप 58°C था। यदि दूसरे तथा तीसरे दिन का औसत ताप 44°C है तथा पहले तथा चौथे दिन के ताप में अनुपात 7 : 11 है, तो पहले तथा चौथे दिन का ताप ज्ञात करो ?

(a) 50°C,100°C (b) 54°C, 88°C

(c) 46°C, 76°C (d) 56°C, 88°C

व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करना

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक प्राथमिक विद्यालय में, छात्रों की औसत आयु 8 वर्ष और 12 शिक्षकों की औसत आयु 45 वर्ष है। यदि सभी की औसत आयु 9 साल है, तो छात्रों की संख्या क्या है ?

(a) 432 (b) 540

(c) 408 (d) 416

उदा.2 12000 सिपाहियों की एक सेना में भारतीय तथा अंग्रेज हैं। एक अंग्रेज की औसत ऊँचाई 5 फुट 10 इंच है और भारतीय की औसत ऊँचाई 5 फुट 9 इंच हैं। पूरी सेना की औसत ऊँचाई 5 फुट $9\frac{3}{4}$ इंच हैं। सेना में भारतीयों की संख्या ज्ञात करो ?

(a) 2500 (b) 3000

(c) 2800 (d) 2200

सही–गलत अंक आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 35 बच्चों की एक कक्षा के औसत अंक 35 है। 35 अंक प्राप्त करने वाले एक विद्यार्थी के अंक गलती से 65 लिखे गए। कक्षा की सही औसत क्या है ?

(a) 33.76 (b) 4.14

(c) 35.24 (d) 36.50

उदा.2 512 पृष्ठों वाली एक पुस्तक में छपाई की त्रुटियों की औसत संख्या 4 प्रति पृष्ठ है, यदि प्रथम 302 पृष्ठों में इन त्रुटियों की संख्या 998 हो, तो शेष पृष्ठों में त्रुटियों की औसत संख्या प्रति पृष्ठ कितनी है ?

(a) 4 (b) 5

(c) 5.5 (d) 6.5

परीक्षा अंक आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक परीक्षा में छात्रों के एक समूह के प्राप्तांकों का समान्तर माध्य 52 था। उनमें सबसे अच्छे 20 प्रतिशत छात्रों को औसतन 80 अंक मिले और सबसे खराब 25 प्रतिशत छात्रों को औसतन 31 अंक, तब शेष 55 प्रतिशत छात्रों के प्राप्तांकों का औसत क्या था ?

(a) 45 (b) 50

(c) 51.4 लगभग (d) 54.6 लगभग

उदा.2 एक समूह में विद्यार्थियों के औसत अंक 63 है। इनमें से 3 के प्राप्तांक 78, 69 तथा 48 है, शेष 6 विद्यार्थियों के औसत अंक कितने है ?

(a) 63.5 (b) 64

(c) 63 (d) 62.5

(e) इनमें से कोई नहीं