Toppersnotes®
Unleash the topper in you

UPSSSC – PET

प्रारम्भिक अर्हता परीक्षा

उत्तर प्रदेश अधीनस्थ सेवा चयन आयोग (UPSSSC)

भाग - 2

गणित, तार्किक योग्यता एवं सामान्य विज्ञान

SIERRA INNOVATIONS

विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	संख्या पद्धति	1
2	प्रतिशतता	8
3	सरलीकरण	12
4	वर्ग और वर्गमूल	16
5	करणी व घातांक	19
6	औसत	23
7	समय और कार्य	27
8	अनुपात व समानुपात	30
9	लाभ – हानि	34
10	बट्टा	39
11	डेटा इंटरप्रिटेशन	42
12	क्रम और रैंकिंग	53
13	बैठक व्यवस्था	57
14	पहेली परीक्षण	61
15	रक्त संबंध	66
16	असमानता	73
17	कैलेंडर	76
18	घडी	79
19	कथन और तर्क	83
20	कथन और निष्कर्ष	88
21	कथन और कार्यवाही	93
22	कथन और धारणा	97
23	कूट भाषा परीक्षण	102

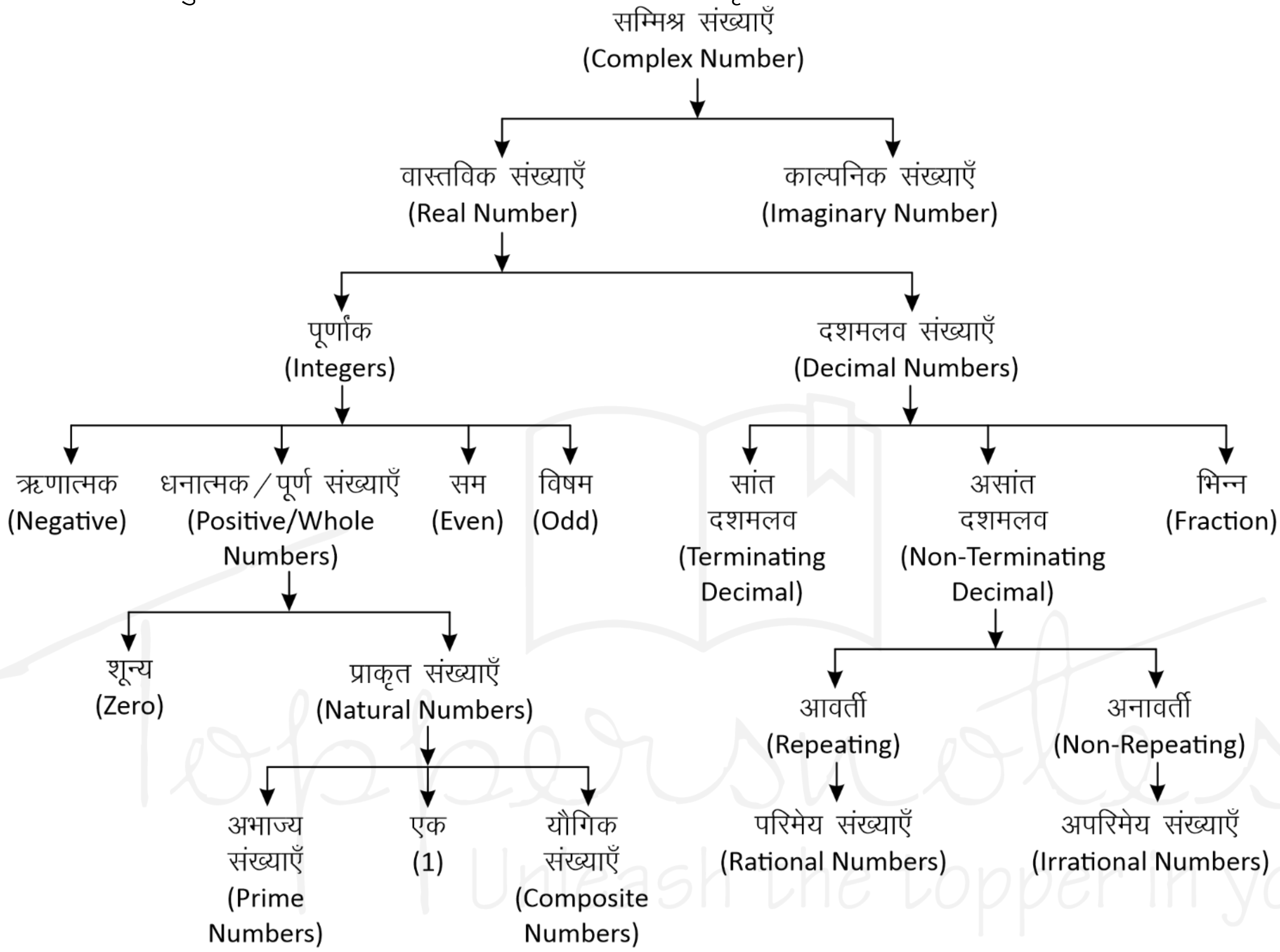
विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
24	निर्णय एवं समस्या समाधान	106
25	भौतिक शास्त्र	111
26	रसायन शास्त्र	126
27	जीव विज्ञान	142

1 CHAPTER संख्या पद्धति (Number System)

संख्या पद्धति :– किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है –



Toppersnotes Unleash the topper in you

सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती है।

इन्हें (a + ib) के रूप में लिखा जाता है। जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ है तथा $i = \sqrt{-1}$ है।

Z = a (वास्तविक संख्या) + ib (काल्पनिक संख्या)

1. वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers): परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

I. पूर्णांक संख्याएँ : संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ–साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती है, इसे **I** से सूचित करते हैं।

I = {–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4,.....}

(i) धनात्मक / पूर्ण संख्याएँ : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते है, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती है।

W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ….}

नोट : चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

A. प्राकृत संख्याएँ : जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते है।

N = {1, 2, 3, 4, 5, ……}

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है ।

उदाहरण –

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :- एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19........}

- तीन अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101
- तीन अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997

  जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

  2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

  3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

  1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

  25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

  1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

  51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

  अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

  1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

  1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

  1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

  1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

☞ **अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :–** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या x है, अब x से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

उदाहरण –

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

हल –

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :- वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है।

जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

(ii) सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

n वां पद = 2n

प्रथम n सम संख्याओं का योग = n(n+1)

प्रथम n सम संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2}\right\}$

(iii) विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती है।

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2}\right\}$

II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ है जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांको के बीच आती है। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

(i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

(ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।

जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183...........

ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

जैसे – $\frac{1}{3} = 0.333...,\frac{22}{7} = 3.14285714.....$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

Unleash the topper in you

इसे बार बोलते है।

$0.333..... = 0.\overline{3}$

$\frac{22}{7} = 3.14285714.... = 3.\overline{142857}$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.\overline{P} = \frac{P}{9}$ $\quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99}$ $\quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.p\overline{q} = \frac{pq-p}{90}$ $\quad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr-pq}{900}$

$0.p\overline{qr} = \frac{pqr-p}{990}$ $\quad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs-pq}{9900}$

उदाहरण –

(i) $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii) $0.6\overline{25} = \frac{625-6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii) $0.35\overline{24} = \frac{3524-35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

- **परिमेय (Rational) संख्याएँ** – वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

उदाहरण –

$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

B. अनावर्ती (Non-Repeating)

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

जैसे – $\pi = 3.1415926535897932...$

$\sqrt{2} = 1.41421356237...$

- **अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ** – इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण –

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}......$

भिन्न (Fraction) :- भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।

जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते है, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे $\frac{1}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जाता है। जबकि शेष बचे भाग को $\frac{3}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जायेगा।

भिन्न दो भागों में बंटा होता है – अंश व हर

माना कोई भिन्न $= \frac{p \rightarrow \text{अंश}}{q \rightarrow \text{हर}}$

भिन्नों के प्रकार

भिन्न

- **साधारण भिन्न, जिसमें अंश, हर से पूर्णतः विभाजित नहीं होता** उदा. – $\frac{5}{6}$
  - **उचित भिन्नः अंश का मान हर की अपेक्षा कम होता है।** जैसे – $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{11}$
  - **अनुचित भिन्नः अंश का मान, हर की अपेक्षा अधिक होता है।** जैसे – $\frac{4}{3}, \frac{7}{5}, \frac{23}{15}$
  - **मिश्रित भिन्न – जो एक पूर्णांक व एक भिन्न से मिलकर बनी हो।** जैसे – $6\frac{3}{4}, 2\frac{3}{5}$
- **दशमलव भिन्नः जिसमें हर के रूप में 10 अथवा 10 की कोई घात होती है।** उदा. – $\frac{45}{100}$
  - **साधारण आवृत दशमलव भिन्न –जिनमें दशमलव बिन्दु के बाद आने वाले सभी अंको की पुनरावृत्ति हो** जैसे – $\frac{10}{3} = 2.8333...$
  - **मिश्रित आवृत दशमलव भिन्न – जिनमें दशमलव बिन्दु के 1 या 2 अंको के बाद अंको की पुनरावृत्ति हो।** जैसे – $\frac{17}{6} = 2.8333$

Toppersnotes
Unleash the topper in you

2. **काल्पनिक संख्याएँ (Imaginary Numbers)**: जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

परफेक्ट संख्या (Perfect Number)

वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

उदाहरण –

6 → 1, 2, 3 → यहाँ 1 + 2 + 3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1 + 2 + 4 + 7 + 14 → 28

पूर्णवर्ग संख्या की पहचान

↓

इकाई अंक जो एक पूर्ण वर्ग संख्या के हो सकते है।	जो नहीं हो सकते
• 0	2 ——
• 1	3 ——
• 4	7 ——
• 5 or 25	8 ——
• 6	
• 9	

- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

<u>**नोट**</u> – अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवष्य याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. **Decimal संख्या को Binary में बदलना :**
   किसी डेसीमल (दस–आधारी) संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त डेसीमल (दस–आधारी) संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते है जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।
   अब सभी शेषफल को उल्टे क्रम में लिखा जाए तो परिवर्तित बाइनरी संख्या प्राप्त होती है।

उदाहरण –

2 × 44 = 88 ; 89 – 88 = 1 ↑	89
2 × 22 = 44 ; 44 – 44 = 0	44
2 × 11 = 22 ; 22 – 22 = 0	22
2 × 5 = 10 ; 11 – 10 = 1	11
2 × 2 = 4 ; 5 – 4 = 1	5
2 × 1 = 2 ; 2 – 2 = 0	2
	1

अतः 89 के समतुल्य **Binary number = $(1011001)_2$**

2. **Binary को Decimal में बदलना :**
   Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाई ओर एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दुगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण –

1	0	1	1	0	0	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

अब

$(1011001)_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 \times 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \{2^0 = 1\} = 89$

भाजकों की संख्या या गुणनखंड की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर घातो का गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण –

2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

हल –

$2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$

भाजकों की संख्या = (3+1) (1+1) (1+1) (1+1)

= 4 × 2 × 2 × 2 = 32

इकाई का अंक ज्ञात करना

1. **जब संख्या घात (Power) के रूप में हो**
   जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा।
   जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना षेश प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. **सरलीकरण के रूप में हो**
   प्रत्येक संख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

1. यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो
   n विषम होने पर (a+b) इसका भाजक होगा।
2. यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो।

toppersnotes Unleash the topper in you

n विषम होने पर भाजक → (a–b)

n सम होने पर भाजक → (a – b) या (a + b) या दोनों।

(i) $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।

(ii) $a^n \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा; यदि n विषम हो, तो शेषफल a होगा }

(iii) $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा

(iv) $(a^n + a) \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा। यदि n विषम हो, तो शेषफल $(a-1)$ होगा। }

रोमन पद्धति के संकेतक

1	→	I	20	→	XX
2	→	II	30	→	XXX
3	→	III	40	→	XL
4	→	IV	50	→	L
5	→	V	100	→	C
6	→	VI	500	→	D
7	→	VII	1000	→	M
8	→	VIII			
9	→	IX			
10	→	X			

विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे – 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या मे अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे – 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे – 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे – 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे – 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी। अथवा किसी संख्या में अंको की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 44444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो । जैसे – 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे – 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 17784

Unleash the topper in you

अभ्यास प्रश्न

संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किसी संख्या का 3/4 उस संख्या के 1/6 से 7 अधिक है, तो उस संख्या 5/3 क्या होगा?

(a) 12 (b) 18

(c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b, उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

(a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$

(c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

(a) 1350 (b) 1250

(c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का 5/16 ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का 5/6 ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये।

(a) 300 (b) 480

(c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

सम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी ।

(a) 47 (b) 48

(c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 64329 को जब किसी सख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते है तो भाज्य क्या है ?

(a) 184 (b) 224

(c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2 $(3^{25}+3^{26}+3^{27}+3^{28})$ विभाजित है।

(a) 11 (b) 16

(c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

(a) 2706

(b) 2796

(c) 2736

(d) 2826

उत्तर (c)

इकाई अंक निकालना आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $416\times333+2167\times118-114\times133$ के परिणाम का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

कितना है ?

(a) 0 (b) 2

(c) 3 (d) 5

toppersnotes
Unleash the topper in you

प्राकृतिक संख्याओं के squre/cube के योग एवं अंतर पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + ... + 20^2) = ?$

(a) 385 (b) 2485
(c) 2870 (d) 3255

उदा.2 $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 10^3 = ?$

दशमलव संख्या आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक विद्यार्थी को निम्नलिखित व्यंजक को सरल करने को कहा गया

$$\frac{0.0016\times0.025}{0.325\times0.05}\div\frac{0.1216\times0.105\times0.002}{0.08512\times0.625\times0.039}+\left(\sqrt[6]{27}-\sqrt{6\frac{3}{4}}\right)^2$$

उसका उत्तर $\frac{19}{10}$ था। उसके उत्तर में कितने प्रतिशत त्रुटि थी ?

उदा.2 $\frac{0.\overline{936}-0.\overline{568}}{0.\overline{45}+2.\overline{67}}$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

शून्य की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(1^1\times2^2\times3^3\times4^4\times..........\times98^{98}\times99^{99}\times100^{100}\right)$ के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की संख्या ज्ञात करें ?

(a) 1200 (b) 1300
(c) 1500 (d) 1600

उदा.2 1 × 2 × 3 × ...... × 250 को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे ?

सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या/भिन्न ज्ञात करने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्न मे से $\frac{2}{5}$ और $\frac{4}{9}$ के बीच उपस्थित भिन्न हैं ?

(a) $\frac{3}{7}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

उदा.2 निम्न में से बड़ी संख्या हैं।

$(3)^{\frac{1}{3}},(2)^{\frac{1}{2}}, 1, (6)^{\frac{1}{6}}$

(a) $(2)^{\frac{1}{2}}$ (b) 1
(c) $(6)^{\frac{1}{6}}$ (d) $(3)^{\frac{1}{3}}$

आरोही/अवरोही क्रम आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\sqrt{2},\sqrt[3]{4},\sqrt[4]{6}$ को बढ़ते क्रम में लिखने पर –

(a) $\sqrt{2},\sqrt[3]{4},\sqrt[4]{6}$ (b) $\sqrt[4]{6}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{4}$
(c) $\sqrt[4]{6}<\sqrt[3]{4}<\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2}<\sqrt[4]{6}<\sqrt[3]{4}$

उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ –

$\sqrt{7}-\sqrt{5},\sqrt{5}-\sqrt{3},\sqrt{9}-\sqrt{7},\sqrt{11}-\sqrt{9}$

उदा.3 संख्याओं $\frac{7}{9},\frac{11}{13},\frac{16}{19},\frac{21}{25}$ को अवरोही क्रम में लिखिये ?

गुणनखंडों की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left\{(127)^{127}+(97)^{127}\right\}$ तथा $\left\{(127)^{97}+(97)^{97}\right\}$ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?

(a) 127 (b) 97
(c) 30 (d) 224

उदा.2 $\frac{(18)^{15}\times(75)^{16}\times(42)^{14}}{(35)^{12}\times(12)^{16}}$ में कितने अभाज्य खंड है ?

2 CHAPTER

प्रतिशतता (Percentage)

- प्रतिशत का अर्थ है 'प्रति सैकड़ा' ।
- जिस भिन्न का हर 100 हो, उसे प्रतिशत कहते है और उस भिन्न का अंश प्रतिशत दर कहलाता है ।
- 100 में से 5 $= \frac{5}{100} = 5\%$
- 100 में से 10 $= \frac{10}{100} = 10\%$
- अर्थात् जब किसी राशि की तुलना 100 से की जाती है, तो वह प्रतिशत कहलाती है । जिससे तुलना की जाती है, वह आधार होता है । भिन्न में आधार हर को कहेगे ।

प्रतिशत से भिन्न में रूपांतरण

$100\% = 1$	$10\% = \frac{1}{10}$	$5\frac{5}{19}\% = \frac{1}{19}$
$50\% = \frac{1}{2}$	$9\frac{1}{11}\% = \frac{1}{11}$	$5\% = \frac{1}{20}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$	$4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$
$25\% = \frac{1}{4}$	$7\frac{9}{13}\% = \frac{1}{13}$	$4\% = \frac{1}{25}$
$20\% = \frac{1}{5}$	$7\frac{1}{7}\% = \frac{1}{14}$	$2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$
$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$	$6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$
$14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$	$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$
$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$5\frac{15}{17}\% = \frac{1}{17}$	$57\frac{1}{7}\% = \frac{4}{7}$
$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$	$5\frac{5}{9}\% = \frac{1}{18}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$
$80\% = \frac{4}{5}$	$75\% = \frac{3}{4}$	

नोट –

(i) किसी भिन्न या दशमलव भिन्न या पूर्णांक को प्रतिशत में बदलने के लिए उसे 100 से गुणा करते है ।

(ii) प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग देते हैं ।

- एक संख्या, दूसरी संख्या का कितना प्रतिशत है–

$$\text{राशि\%} = \frac{\text{दी गई संख्या}}{\text{मूल (दूसरी संख्या)}} \times 100$$

प्रश्नों के हल

उदा.1 6, 48 का कितना प्रतिशत है ?

उदा.2 जब किसी संख्या के 60% में से 60 घटाया जाता है, तो परिणाम 60 प्राप्त होता है । संख्या है–

(a) 120 (b) 150
(c) 180 (d) 200

- किसी राशि में दो बार लगातार प्रतिशत परिवर्तन होता हो –

Case I – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की वृद्धि हो, तो

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = x_1 + x_2 + \frac{x_1.x_2}{100}$$

Case II – यदि $x_1\%$ व $x_2\%$ की कमी हो, तो –

$$\text{प्रतिशत कमी} = x_1 + x_2 - \frac{x_1.x_2}{100}$$

Case III – यदि $x_1\%$ की वृद्धि तथा $x_2\%$ की कमी हो, तो प्रतिशत परिवर्तन =

$$x_1 - x_2 - \frac{x_1.x_2}{100} \left[\begin{array}{l} x_1 = \text{हमेशा प्रतिशत वृद्धि} \\ x_2 = \text{हमेशा प्रतिशत कमी} \end{array}\right]$$

[नोट – खर्च, बिक्री से प्राप्त आय, राजस्व, क्षेत्रफल इत्यादि में प्रतिशत परिवर्तन निकालना हो, तो Same Rule का प्रयोग करेगे ।]

उदा.1 किसी वस्तु की 10% तथा 10% की दो क्रमवार मूल्य वृद्धियाँ किस एकमात्र मूल्य–वृद्धि के समतुल्य है ?

(a) 19% (b) 20%
(c) 21% (d) 22%

Topper Notes Unleash the topper in you

उदा.2 लैपटॉप की कीमत में 25% की वृद्धि हुई । अब दूसरी बार कीमत में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई कि कुल वृद्धि 35% हो गई ?

(a) 7.5 (b) 9

(c) 8 (d) 10

जनसंख्या से संबंधित सूत्र

प्रश्नों के हल

- यदि किसी शहर की जनसंख्या P हो एवं यह x% प्रतिवर्ष की दर से बढ रही हो, तो n वर्षों के बाद जनसंख्या

$$=P\left(1+\frac{x}{100}\right)^n$$

- यदि कम हो रही हो, तो जनसंख्या

$$=P\left(1-\frac{x}{100}\right)^n$$

उदा.1 यदि किसी शहर की जनसंख्या 4% प्रतिवर्ष की दर से बढ रही हो तथा लोगों की वर्तमान संख्या 15625 हो, तो 3 वर्ष बाद जनसंख्या क्या होगी ?

उदा.2 किसी शहर की जनसंख्या 8000 है । यदि पुरूषो की संख्या 6 प्रतिशत की दर से बढे एवं महिलाओं की संख्या में वृद्धि की रफ्तार 10 प्रतिशत हो, तो जनसंख्या 8600 हो जाएगी । शहर में महिलाओं की संख्या ज्ञात करें ।

उदा.3 1988 में किसी शहर की जनसंख्या 12% कम हो गई । 1989 में इसमें 15% की वृद्धि हुई । 1990 के आरम्भ में शहर की जनसंख्या पर कुल मिलाकर कितना प्रभाव पडा था ?

- यदि किसी राशि का x प्रतिशत पहले व्यक्ति ने ले लिया हो, शेष का y प्रतिशत दूसरे व्यक्ति ने लिया हो तथा जो शेष बचे उसका z प्रतिशत तीसरे व्यक्ति द्वारा लेने के उपरान्त यदि A राशि बच जाएं, तो आरंभ में कुल राशि

$$=\frac{A\times100\times100\times100}{(100-x)(100-y)(100-z)}$$

- वस्तुओं के भाव में वृद्धि या कमी हो जाने पर उसके उपभोग में कमी अथवा वृद्धि

(a) $\text{उपभोग मे वृद्धि } \% = \frac{100\times\text{कमी}}{100-\text{कमी}}$

(b) $\text{उपभोग में कमी } \% = \frac{100\times\text{वृद्धि}}{100+\text{वृद्धि}}$

चीनी के भाव – खपत में कमी

प्रश्नों के हल

उदा.1 चीनी के भाव में 40% वृद्धि होने पर किसी परिवार को चीनी की वार्षिक खपत कितने प्रतिशत कम करनी होगी जिससे परिवार का खर्च न बढ़े ?

(a) $24\frac{4}{7}\%$ (b) $28\frac{4}{7}\%$

(c) $29\frac{4}{7}\%$ (d) $30\frac{4}{7}\%$

उदा.2 चीनी के मूल्य में 10% कमी होने पर कोई गृहिणी ₹ 1116 में 6.2 किग्रा. चीनी अधिक खरीद सकती है । चीनी का घटा हुआ मूल्य प्रति किग्रा. कितना है ?

(a)₹ 12 (b) ₹ 14

(c) ₹ 16 (d) ₹ 18

किसी त्रिभुज – विकर्ण आदि

सिद्धांत प्रश्नों के हल

- यदि किसी समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक भुजा या शीर्षलम्ब, वर्ग के प्रत्येक भुजा या विकर्ण या परिमिती, वृत्त की त्रिज्या, व्यास या परिधि, घन या घनाभ के प्रत्येक भुजा, किसी गोला या अर्द्धगोला के त्रिज्या या व्यास इत्यादि में x प्रतिशत की वृद्धि या कमी कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी या वृद्धि

$$=2x\pm\frac{x^2}{100}\begin{matrix}+\text{वृद्धि}\\-\text{कमी}\end{matrix}$$

उदा.1 जब त्रिज्या में 25% की वृद्धि की जाती है, तो वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए ?

(a) 50% (b) 56.25%

(c) 56% (d) 56.15%

उदा.2 यदि एक लम्ब वृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई में से प्रत्येक में 20% की वृद्धि की जाती है, तो बेलन का आयतन कितना बढ़ जाएगा ?

(a) 40% (b) 60%

(c) 72.80% (d) 96%

समुच्चय पर आधारित प्रश्न

प्रश्नों के हल

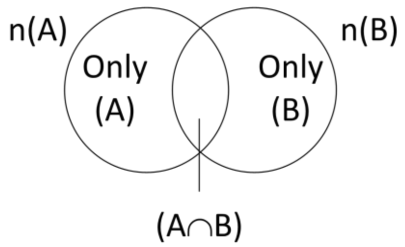
- $n(A\cup B)$ = A व B मिलकर या कम से कम एक हो ।

  $n(A\cap B)$ = दोनो में शामिल हो ।

  $n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

  केवल $A = n(A) - n(A\cap B)$

  केवल $B = n(B) - n(A\cap B)$

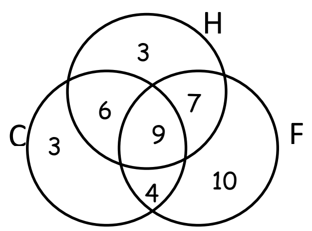


उदा.1 किसी विद्यालय में क्रिकेट टीम में 22, हॉकी टीम में 25 तथा फुटबॉल टीम में 30 लडके है । अब यदि 15 लडके हॉकी और क्रिकेट, 16 लडके हॉकी और फुटबॉल, 13 लडके फुटबॉल और क्रिकेट तथा 9 लडके हॉकी, फुटबॉल और क्रिकेट खेलते है, तो खेलने वाले कुल लडको की संख्या ज्ञात कीजिए?

हल माना C, H और H क्रमशः क्रिकेट, हॉकी तथा फुटबॉल खेलने वाले लडको का समुच्चय है ।

दिया है = $n(C) = 22$, $n(H) = 25$, $n(F) = 30$, $n(C\cap H\cap F) = 9$

$n(C\cap H) = 15$ $n(H\cap F) = 16$ तथा $n(C\cap F) = 13$



अब केवल C व H, खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $n(C\cap H) - n(C\cap H\cap F)$

= 15 – 9 = 6

केवल H व F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $n(H\cap F) - n(C\cap H\cap F)$

केवल C व F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = $n(C\cap F) - n(C\cap H\cap F)$

= 13 – 9 = 4

केवल C खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = 22 – 6 – 9 – 4 = 3

केवल H खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = 25 – 6 – 9 – 4 = 10

तथा केवल F खेलने वाले खिलाड़ियों की संख्या = 30 – 7 – 9 – 4 = 10

अतः खिलाड़ियों की कुल संख्या = 3 + 6 + 3 + 9 + 7 + 10 + 4 = 42

उदा.2 एक दफ्तर में 72% कर्मचारी चाय पीना पसंद करते है तथा 44% कॉफी पीना पसंद करते है । यदि प्रत्येक कर्मचारी दोनों में से एक अवश्य पसंद करें तथा 40 दोनों को पसंद करें, तो दफ्तर में कुल कर्मचारियों की संख्या कितनी है ?

(a) 200 (b) 240
(c) 250 (d) 320

हलः (c)

उदा.3 एक परीक्षा में 34% विद्यार्थी गणित में फेल हुए तथा 41% अंग्रेजी में । यदि 20% विद्यार्थी दोनों विषयों में फेल हुए हो, तब दोनों विषयों में उत्तीर्ण होने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत कितना है ?

(a) 44% (b) 50%
(c) 54% (d) 56%

unleash the topper in you

उदाहरण

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक भिन्न के अंश में 220% वृद्धि तथा हर में 150% वृद्धि करने पर परिणामी भिन्न 4/5 है । मूल भिन्न क्या है ?

(a) 5/8 (b) 3/5
(c) 4/5 (d) 5/6
(e) इनमें से कोई नहीं

उदा.2 यदि x, y से 10% अधिक हो, तो y, x से कितने प्रतिशत कम है ?

(a) $9\frac{1}{11}\%$ (b) $8\frac{1}{11}\%$
(c) $7\frac{1}{11}\%$ (d) $10\frac{1}{11}\%$

उदा.3 एक व्यक्ति अपनी आय का 75% खर्च करता है । उसकी आय में 20% की वृद्धि होती है तथा साथ ही उसके खर्च में भी 10% की वृद्धि होती है । उसके बचत में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात करें ?

उदा.4 एक आदमी अपनी आय का 20% भोजन पर, 15% बच्चों की शिक्षा पर खर्च करता है । बची हुई आय का 40% मनोरंजन और परिवार पर, 30% मेडिकल पर खर्च करता है । इन सबके बाद उसके पास 8775 रू. बच जाते है । उसकी मासिक आय ज्ञात करो ?

उदा.5 चीनी तथा पानी के 12 लीटर घोल में 4% चीनी है । घोल को गर्म करके वाष्प द्वारा 2 लीटर पानी उडा दिये जाने पर शेष घोल में कितने प्रतिशत चीनी है ?

(a) 1.4% (b) 5.2%
(c) 4.8% (d) 3.4%

उदा.6 एक परीक्षा में 900 लडकियाँ तथा 1100 लडके बैठे । इनमें से 40% लडकियाँ तथा 50% लडके उत्तीर्ण हुये । कुल कितने प्रतिशत विद्यार्थी अनुत्तीर्ण रहे ?

(a) 45% (b) 45.5%
(c) 54.5 % (d) 59.2%

उदा.7 किसी परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 40% अंक चाहिए । A ने उत्तीर्णांक से 10% कम अंक प्राप्त किये तथा B ने A से $11\frac{1}{9}\%$ कम अंक प्राप्त किये, कम अंक प्राप्त किये । ज्ञात कीजिए कि C इस परीक्षा में उत्तीर्ण हुआ अथवा नहीं ।

उदा.8 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे । एक उम्मीदार 30% मत लेकर 16000 मतों से हार गया । कुल कितने मत पड़े ?

(a) 24000 (b) 28000
(c) 30000 (d) 40000

उदा.9 दो उम्मीदवार के बीच हुए एक चुनाव में एक उम्मीदवार को कुल वैध मतों के 52% मत मिले तथा कुल मतों के 25% मत अवैध है । यदि कुल मतों की संख्या 8400 हो, तो दूसरे उम्मीदवार को कितने वैध मत मिले ?

(a) 3276
(b) 3196
(c) 3024
(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

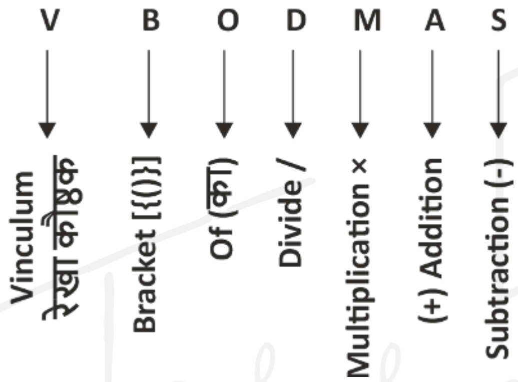
उदा.10 एक चुनाव में दो उम्मीदवार थे । इसमें 75% मतदाताओं ने अपनी मताधिकार का प्रयोग किया तथा इनमें से 2% मतों को अवैध घोषित कर दिया गया । एक उम्मीदवार ने 9261 मत प्राप्त किये जो वैध मतों के 75% थे । मतदाता सूची में कुल कितने मतदाता थे ?

Toppersnotes
Unleash the topper in you

3 CHAPTER

सरलीकरण (Simplification)

- सरलीकरण के अंतर्गत हम दिए गये आँकडों को सरल रूप में प्रदर्शित करते हैं जैसे कि आँकडे भिन्न में, दशमलव में, बट्टे में, घात में तथा Mathematical Operation को हल करके या रूप बदल के किया जाता है ।
- यदि कुछ संख्या पर भिन्न–भिन्न प्रकार के Operation दिये हो तो हम उसे कैसे हल करे कि प्रश्न का उत्तर सही आये उसके लिये एक Rule होता है जिसे हम VBODMAS का Rule कहते है ।
- हम पहले कौनसा Operation करे, यह VBODMAS का Rule तय करता है ।



- इन सभी गणितीय क्रियाओं में सबसे पहले V है जिसका मतलब **Vinculum** (रेखा कोष्ठक) है । यदि प्रश्न में रेखा कोष्ठक है तो सर्वप्रथम उसे हल करेंगे और उसमें फिर (BODMAS) Rule कार्य करेगा
- द्वितीय स्थान पर B (Bracket) मतलब कोष्ठक है जो निम्न हो सकते हैं–
  1. छोटा कोष्ठक ( )
  2. मंझला कोष्ठक { }
  3. बड़ा कोष्ठक [ ]
- सबसे पहले छोटा कोष्ठक, फिर मंझला कोष्ठक और उसके बाद बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है ।
- तृतीय स्थान पर “O” है जो कि “of” या “Order” से बना है, जिसका मतलब ‘‘गुणा’’ से या ‘‘का’’ से होता है।
- चतुर्थ स्थान पर “D” है जिसका मतलब “Division” है, दिए गये व्यंजन में भिन्न–भिन्न क्रियाओं में सबसे पहले भाग करते है यदि दिया है तो ।
- पंचम स्थान पर “M” है जिसका मतलब “Multiplication” है, दिये गए व्यंजन में “Division” के बाद “Multiplication” (गुणा) करेंगे।
- छठा स्थान “A” रखता है जो “Addition” (जोड़ा) से संबंधित है। Division-multiplication के बाद Addition क्रिया होती है ।
- सप्तम स्थान पर “S” है जो “Subtraction” से बना है ।

प्रश्न –

सरल कीजिए ।

$$\left[3\frac{1}{4}\div\left\{1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{ of }4\frac{1}{3}\right)$$

हलः

Step 1 – सबसे पहले सभी मिश्र भिन्नों को साधारण भिन्नों में बदलते हैं ।

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\overline{\frac{1}{4}-\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

अब VBODMAS के अनुसार

Step 2 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{3-2}{12}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of}\frac{13}{3}\right)$$

Step 3 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 4 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{30-1}{12}\right)\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 5 –

$$\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{29}{12}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$$

Step 6 – $\left[\frac{13}{4}\div\left\{\frac{30-29}{24}\right\}\right]\div\frac{13}{6}$

Step 7 – $\left[\frac{13}{4}\div\frac{1}{24}\right]\div\frac{13}{6}$

Step 8 – $\left[\frac{13}{4}\times 24\right]\div\frac{13}{6}$

Unleash the topper in you

Step 9 – $13 \times 6 \times \frac{6}{13}$

= 36 Ans.

बीजगणितीय सूत्र

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
3. $(a + b)^2 + (a – b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
4. $(a^2 – b^2) = (a + b)(a – b)$
5. $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 – 2(ab + bc + ca)$
6. $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$
7. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}\left[(a-b)^2 + (b+c)^2 + (c-a)^2\right]$
8. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 – 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 – ab + b^2)$
9. $a^3 – b^3 = (a – b)^3 + 3ab(a – b) = (a – b)(a^2 + ab + b^2)$
10. $a^3 + b^3 + c^3 – 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 – ab – bc – ca)$
    $= \frac{1}{2}(a+b+c)\left\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right\}$
    यदि $a + b + c = 0$ हो तो
    $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
11. $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$
12. $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$

समान्तर श्रेणी

वह श्रेणी जिसका प्रत्येक पद अपने पूर्व पद से कोई नियत राषि जोड़ने अथवा घटाने से प्राप्त होता है ।

जैसे – 2, 5, 8, 11, …….

समांतर श्रेणी का n वाँ पद

$T_n = a + (n – 1)$

जहाँ a = प्रथम पद

d = सार्व अंतर (द्वितीय पद – प्रथम पद)

n = पदों की संख्या

समांतर श्रेणी के n पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

यदि प्रथम व अंतिम पद ज्ञात हो तो $S_n = \frac{n}{2}[a + \ell]$

जहाँ $\ell =$ अंतिम पद

दो राशियों के मध्य समांतर माध्य $A = \frac{a+b}{2}$ [a, b का समांतर माध्य A है ।]

गुणोत्तर श्रेणी

यदि श्रेणी के प्रत्येक पद का उससे पूर्व पद से अनुपात एक निश्चित राशि होती है तो गुणोत्तर श्रेणी होती है । इस निश्चित राशि को सार्वअनुपात कहते हैं ।

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पद

$T_n = a.r^{n-1}$

जहाँ a = प्रथम पद

r = सार्व अनुपात

n = पदों की संख्या

गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल

$S_n = a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$; जब $r < 1$ $S_n = a\left(\frac{r^n-1}{r-1}\right)$; जब $r > 1$

1. दो राशियों के मध्य गुणोत्तर माध्य $G = \sqrt{ab}$
2. यदि दो धनात्मक राशियों a व b के मध्य समांतर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य A व G है तो

   $A > G, \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

हरात्मक श्रेणी

किसी श्रेणी के पदों के व्युत्क्रम उसी क्रम में लिखने पर समांतर श्रेणी में हो तो उसे हरात्मक श्रेणी कहते है ।

हरात्मक श्रेणी का n वां पद

$T_n = \frac{1}{a + (n-1)d}$

हरात्मक माध्य (H) = $\frac{2ab}{a+b}$

समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में संबंध

माना A, G तथा H दो राषियों a व b के मध्य क्रमशः समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य है तब

$\boxed{G^2 = AH}$ तथा $\boxed{A > G > H}$

Toppersnotes Unleash the topper in you

अभ्यास प्रश्न

VBODMAS – आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $24 \times 2 \div 12 + 12 \div 6 \text{ of } 2 \div (15 \div 8 \times 4) \text{ of } (28 \div 7 \text{ of } 5)$ का मान होगा –

(a) $4\frac{32}{75}$ (b) $4\frac{8}{75}$

(c) $4\frac{2}{3}$ (d) $4\frac{1}{6}$

उदा.2 सरल करें

$$\left[3\frac{1}{4}\div\left\{1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\left(2\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\right\}\right]\div\left(\frac{1}{2}\text{of }4\frac{1}{3}\right)$$

उदा.3 सरल करें ।

$$2\frac{3}{4}\div 1\frac{5}{6}\div\frac{7}{8}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{7}\div\frac{3}{4}\text{ of }\frac{3}{7}$$

(a) $\frac{56}{77}$ (b) $\frac{49}{80}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $3\frac{2}{9}$

वर्गान्तर तथा वर्गमूल आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

$$\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{29+\sqrt{49}}}}} \text{ is}$$

(a) 3 (b) 9

(c) 7 (d) 5

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $(102)^2 = 10404$ है, तो $\sqrt{104.04} + \sqrt{1.0404} + \sqrt{0.010404}$ का मान किसके बराबर है ?

(a) 0.306 (b) 0.0306

(c) 11.122 (d) 11.322

उत्तर (d)

उदा.3 $33 - 4\sqrt{35}$ का वर्गमूल क्या है ?

(a) $\pm\left(2\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)$ (b) $\pm\left(\sqrt{7}+2\sqrt{5}\right)$

(c) $\pm\left(\sqrt{7}-2\sqrt{5}\right)$ (d) $\pm\left(2\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)$

घनान्तर तथा घनमूल आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(\sqrt{4^3 + 15^2}\right)^3$ का मान क्या है ?

(a) 4913 (b) 4313

(c) 4193 (d) 3943

उत्तर (a)

उदा.2 710 में कौनसी छोटी संख्या जोड़ी जानी चाहिए ताकि योग एक पूर्ण घन बन जाए ?

(a) 29 (b) 19

(c) 11 (d) 21

उत्तर (b)

भिन्न आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्नलिखित का मान है –

(c) $\frac{1}{16}$ (d) $\frac{1}{32}$

उत्तर (a)

उदा.2 यदि $2 = x + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}}$ है तो x का मान ज्ञात करें ।

(a) $\frac{18}{17}$ (b) $\frac{21}{17}$

(c) $\frac{13}{17}$ (d) $\frac{12}{17}$

उत्तर (b)

उदा.3 $999\frac{998}{999} \times 999$ किसके बराबर है ?

(a) 998999 (b) 999899

(c) 989999 (d) 999989

उत्तर (a)

Topper Notes
Unleash the topper in you

उदा.4 $\frac{1}{5} + 999\frac{494}{495} \times 99$ का मान ज्ञात करें ।

(a) 90000 (b) 99000

(c) 90900 (d) 99990

उत्तर (b)

बीजगणितीय सूत्रों पर आधारित

उदा.1 $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ के बराबर है ?

(a) $2\frac{1}{2}$ (b) $3\frac{1}{2}$

(c) $4\frac{1}{2}$ (d) $5\frac{1}{2}$

उत्तर (c)

उदा.2 $\frac{0.51 \times 0.051 \times 0.051 + 0.041 \times 0.041 \times 0.041}{0.51 \times 0.051 - 0.051 \times 0.041 + 0.041 \times 0.041}$ का मान क्या है ?

(a) 0.92 (b) 0.092

(c) 0.0092 (d) 0.00092

उत्तर (b)

श्रेणी आधारित (समान्तर श्रेणी, गुणोत्तर श्रेणी, हरात्मक श्रेणी)

उदा.1 50 से कम 3 के सभी गुणजों का योगफल ज्ञात करो?

(a) 400 (b) 408

(c) 404 (d) 412

उत्तर (b)

उदा.2 निम्नलिखित समांतर श्रेणी में कितने पद हैं ?

7, 13, 19, ... , 205

उदा.3 5 के उन सभी धनात्मक गुणांकों का योग ज्ञात करें जो 100 से कम है ?

समीकरण आधारित

उदा.1 एक पर्यटक प्रतिदिन उतने ही रूपये खर्च करता है जितने उसके पर्यटन के दिनों की संख्या है । उसका कुल खर्च रूपये 361 है, तो ज्ञात करें कि उसका पर्यटन कितने दिनों तक चला ?

(a) 17 days (b) 19 days

(c) 21 days (d) 31 days

उत्तर (b)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योग 22 है, और उनके वर्गों का योग 404 है, तो उन संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करें ?

(a) 40 (b) 44

(c) 80 (d) 89

उत्तर (a)

उदा.3 जब एक दो अंकों की संख्या को उसके अंकों के योग से गुणा किया जाता है, तो गुणनफल 424 होता है। जब उसके अंकों को आपस में बदलने से प्राप्त संख्या को अंकों के योग से गुणा किया जाता है तो परिणाम 280 होता है । संख्या के अंकों का योग कितना है?

(a) 7 (b) 9

(c) 6 (d) 8

उत्तर (d)

Toppernotes
Unleash the topper in you