Toppersnotes®
Unleash the topper in you

BSF – Head Constable

Radio Operator & Radio Mechanic (RO/RM)

Border Security Force

भाग - 2

गणित एवं सामान्य अंग्रेजी

SIERRA INNOVATIONS

विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	संख्या पद्धति	1
2	बीजगणित	8
3	ज्यामिति	13
4	क्षेत्रमिति	30
5	त्रिकोणमिति	45
6	उंचाई और दूरी	52
7	निर्देशांक ज्यामिति	55
8	सांख्यिकी (केंद्रीय प्रवृत्ति के माप)	60
9	प्रायिकता	66
10	समुच्चय	73
11	रेखीय समीकरण	76
12	क्रमचय व संचय (Permutation & Combination)	78
13	द्विघात समीकरण	82
14	समिश्र संख्याएँ	85
15	सदिश बीज गणित	94
16	अवकलन	114
17	आव्यूह एवं सारणिक	141
18	Noun (संज्ञा)	165
19	Pronoun (सर्वनाम)	171
20	Adjective (विशेषण)	174
21	Adverb (क्रिया विशेषण)	180
22	Verb (क्रिया)	187
23	Conjunction (संयोजक)	194

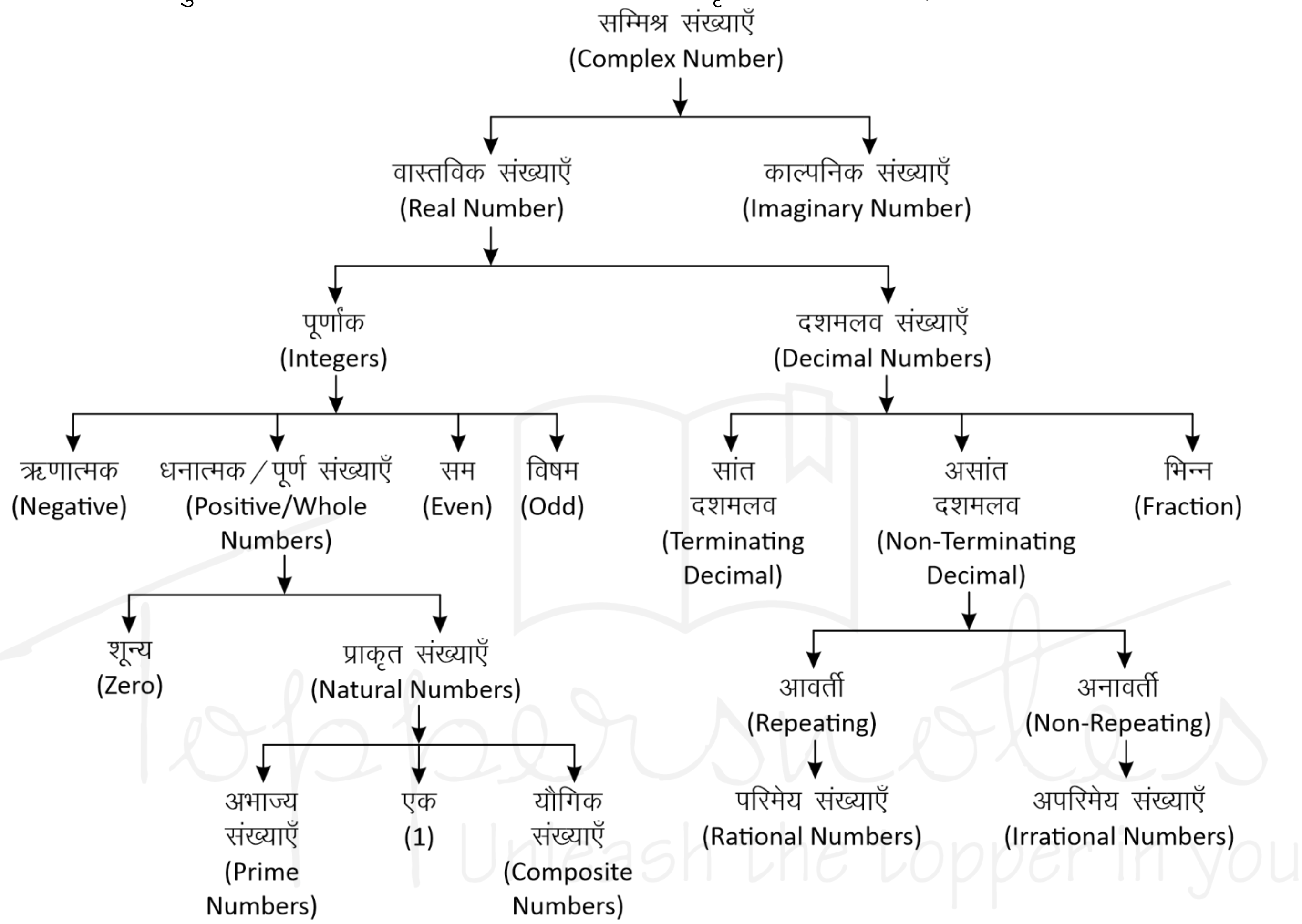
विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
24	Preposition (उपसर्ग)	200
25	Article (लेख)	217
26	Time and Tense (समय और काल)	221
27	Subject–Verb Agreement (कर्ता क्रिया अनुबंध)	225
28	Voice (वाच्य)	229
29	Narration (कथन)	233
30	Transformation of Sentences (वाक्यों का परिवर्तन)	242
31	Antonyms & Synonyms (विलोम और पर्यायवाची शब्द)	246
32	Idioms & Phrases (मुहावरे और वाक्यांश)	258
33	Comprehension Passage (अपठित गद्यांश)	271
34	Sentence Improvements (वाक्य सुधार)	280

1 CHAPTER
संख्या पद्धति (Number System)

संख्या पद्धति :– किसी भी यौगिक राशि के परिणामों का बोध कराने के लिए जिस पद्धति का उपयोग होता है, संख्या पद्धति कहलाती है।

संख्याओं को उनके गुणों और विशेषताओं के आधार पर निम्न प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है –



सम्मिश्र संख्याएँ (Complex Number)

वे सभी संख्याएँ जो वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं से मिलकर बनी होती है।

इन्हें (a + ib) के रूप में लिखा जाता है। जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ है तथा $i = \sqrt{-1}$ है।

Z = a (वास्तविक संख्या) + ib (काल्पनिक संख्या)

1. वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers): परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप से वास्तविक संख्या कहते हैं। इन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

I. पूर्णांक संख्याएँ : संख्याओं का ऐसा समुच्चय जिसमें पूर्ण संख्याओं के साथ–साथ ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हो, पूर्णांक संख्याएँ कहलाती है, इसे **I** से सूचित करते हैं।

I = {–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4,.....}

(i) धनात्मक / पूर्ण संख्याएँ : जब प्राकृत संख्याओं के परिवार में 0 को भी शामिल कर लेते है, तब वह पूर्ण संख्याएँ कहलाती है।

W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

नोट : चार लगातार प्राकृतिक संख्याओं का गुणनफल हमेशा 24 से पूर्णतः विभाज्य होता है।

A. प्राकृत संख्याएँ : जिन संख्याओं का इस्तेमाल वस्तुओं को गिनने के लिए किया जाता है, प्राकृत संख्या कहते है।

N = {1, 2, 3, 4, 5, ...}

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग $= \frac{n(n+1)}{2}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योगफल के बराबर होता है ।

उदाहरण –

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$11 + 12 \rightarrow 23$ Difference $144 - 121 = 23$

(a) अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers) :- एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह संख्या स्वयं, उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे – {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19........}

- तीन अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 101
- तीन अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 997

जहाँ 1 Prime Number नहीं है।

2 एकमात्र सम Prime संख्या है।

3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।

1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9

25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6

1-50 तक कुल 15 Prime Number है।

51-100 तक कुल 10 Prime Number है।

अतः 1-100 तक कुल 25 Prime Number है।

1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46

1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62

1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78

1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

☞ **अभाज्य संख्याओं का परीक्षण :–** दी गयी संख्या के संभावित वर्गमूल से बड़ी कोई संख्या लीजिए। माना यह संख्या x है, अब x से छोटी समस्त अभाज्य संख्याओं की सहायता से दी गयी संख्या की विभाज्यता का परीक्षण कीजिए।

- यदि यह इनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है तो यह निश्चित रूप से एक अभाज्य संख्या होगी।

उदाहरण –

क्या 349 एक अभाज्य संख्या है या नहीं ?

हल –

349 का संभावित वर्गमूल 19 होगा और 19 से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है।

स्पष्ट है कि 349 इन सभी अभाज्य संख्याओं से विभाज्य नहीं है अतः 349 भी एक अभाज्य संख्या है।

सह अभाज्य संख्याएँ (Co-prime Numbers) – वह संख्याएँ जिनका HCF सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (4,9), (15, 22), (39, 40)

HCF = 1

(b) यौगिक संख्याएँ (Composite Numbers) :- वे प्राकृत संख्याएँ जो 1 या स्वयं को छोड़कर किसी अन्य संख्या से भी विभाज्य हो, यौगिक संख्याएँ कहलाती है।

जैसे – 4, 6, 8, 9, 10 आदि।

(ii) सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती है।

n वां पद = 2n

प्रथम n सम संख्याओं का योग = n(n+1)

प्रथम n सम संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2}\right\}$

(iii) विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती है।

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

$\left\{n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2}\right\}$

II. दशमलव

दशमलव वे संख्याएँ है जो दो पूर्ण संख्याओं या पूर्णांको के बीच आती है। जैसे – 3.5 एक दशमलव संख्या है जो 3 व 4 के बीच स्थित है।

- प्रत्येक दशमलव संख्या को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है और इसके विपरीत प्रत्येक भिन्न को भी दशमलव रूप में लिखा जा सकता है।

(i) सांत दशमलव

वह संख्याएँ जो दशमलव के बाद कुछ अंकों के बाद खत्म हो जाये जैसे – 0.25, 0.15, 0.375 इसे भिन्न संख्या में लिखा जा सकता है ।

(ii) असांत दशमलव

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती बल्कि पुनरावृत्ति करती हो, अनंत तक।

जैसे – 0.3333, 0.7777, 0.183183183...........

ये दो प्रकार के हो सकते हैं –

A. आवर्ती दशमलव भिन्न (Repeating)

वह दशमलव भिन्न दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंकों की पुनरावृत्ति होती है।

जैसे – $\frac{1}{3} = 0.333...,\frac{22}{7} = 3.14285714.....$

- ऐसी भिन्नों को व्यक्त करने के लिए दोहराए जाने वाले अंक के ऊपर एक रेखा खींच देते हैं।

इसे बार बोलते है।

$0.333..... = 0.\overline{3}$

$\frac{22}{7} = 3.14285714.... = 3.\overline{142857}$

- शुद्ध आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.\overline{P} = \frac{P}{9}$ $\quad 0.\overline{pq} = \frac{pq}{99}$ $\quad 0.\overline{pqr} = \frac{pqr}{999}$

- मिश्रित आवर्ती दशमलव भिन्न को निम्न प्रकार से साधारण भिन्न में बदले –

$0.p\overline{q} = \frac{pq-p}{90}$ $\quad 0.pq\overline{r} = \frac{pqr-pq}{900}$

$0.p\overline{qr} = \frac{pqr-p}{990}$ $\quad 0.pq\overline{rs} = \frac{pqrs-pq}{9900}$

उदाहरण –

(i) $0.\overline{39} = \frac{39}{99} = \frac{13}{33}$

(ii) $0.6\overline{25} = \frac{625-6}{990} = \frac{619}{990}$

(iii) $0.35\overline{24} = \frac{3524-35}{9900} = \frac{3489}{9900} = \frac{1163}{3300}$

- **परिमेय (Rational) संख्याएँ** – वह संख्याएँ जिन्हें P/Q form में लिखा जा सकता है, लेकिन Q जहाँ शून्य नहीं होना चाहिए, P व Q पूर्णांक होने चाहिए।

उदाहरण –

$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{-11}, \frac{7}{8}$

B. अनावर्ती (Non-Repeating)

जो संख्याएँ दशमलव के बाद कभी खत्म नहीं होती पर ये अपनी संख्याओं की निश्चित पुनरावृत्ति (Repeat) नहीं करती।

जैसे – $\pi = 3.1415926535897932...$

$\sqrt{2} = 1.41421356237...$

- **अपरिमेय (Irrational) संख्याएँ** – इन्हें P/Q form में प्रदर्शित नहीं किया जा सकता।

उदाहरण –

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}, \sqrt{19}, \sqrt{26}......$

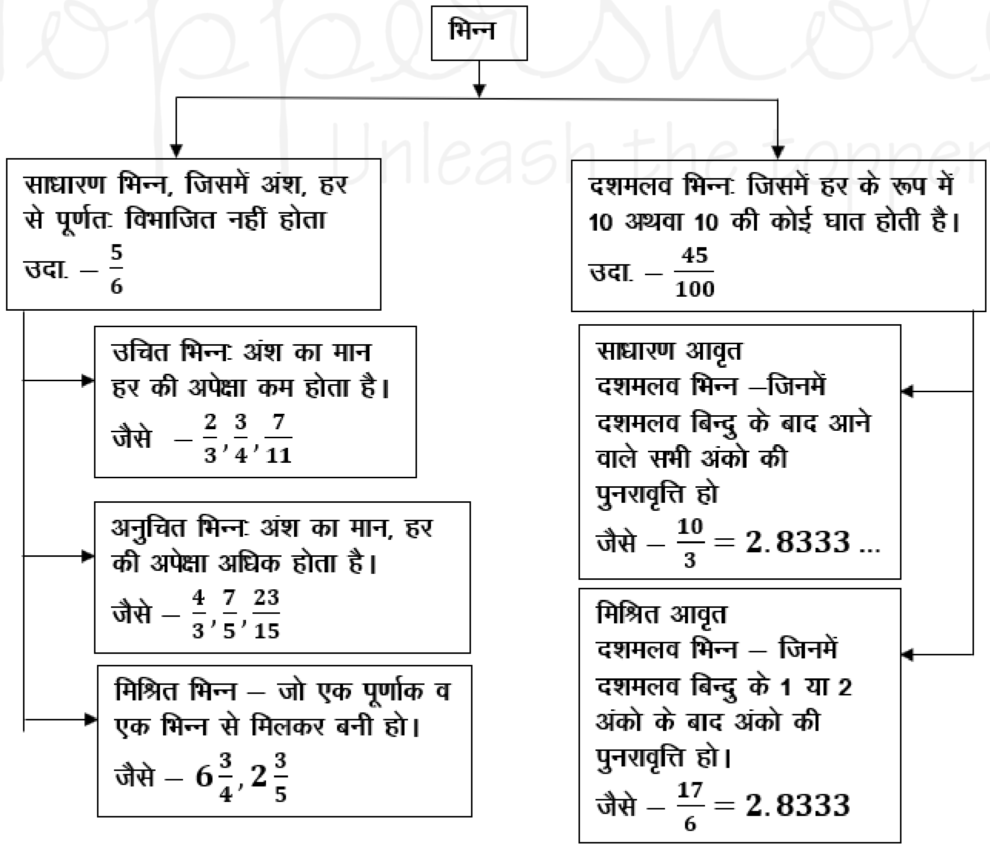
भिन्न (Fraction) :- भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी सम्पूर्ण चीज का कोई भाग निरूपित करती है।

जैसे एक सेब के चार भाग किये जाते है, उसमें से एक हिस्सा निकाल दिया गया तो उसे $\frac{1}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जाता है। जबकि शेष बचे भाग को $\frac{3}{4}$ के रूप में प्रदर्शित किया जायेगा।

भिन्न दो भागों में बंटा होता है – अंश व हर

माना कोई भिन्न $= \frac{p \rightarrow \text{अंश}}{q \rightarrow \text{हर}}$

भिन्नों के प्रकार



2. **काल्पनिक संख्याएँ (Imaginary Numbers)**: जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है।

परफेक्ट संख्या (Perfect Number)

वह संख्या जिसके गुणनखण्डों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखण्डों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

उदाहरण –

6 → 1, 2, 3 → यहाँ 1 + 2 + 3 → 6

28 → 1, 2, 4, 7, 14 → 1 + 2 + 4 + 7 + 14 → 28

पूर्णवर्ग संख्या की पहचान

↓

इकाई अंक जो एक पूर्ण वर्ग संख्या के हो सकते है।	जो नहीं हो सकते
• 0	2 ——
• 1	3 ——
• 4	7 ——
• 5 or 25	8 ——
• 6	
• 9	

- किसी भी संख्या के वर्ग के अंतिम दो अंक वही होंगे जो 1-24 तक की संख्याओं के वर्ग के अंतिम दो अंक होंगे।

<u>**नोट**</u> – अतः सभी को 1-25 के वर्ग अवष्य याद होने चाहिए।

Binary व Decimal में बदलना

1. **Decimal संख्या को Binary में बदलना :**
किसी डेसीमल (दस–आधारी) संख्या के समतुल्य Binary number ज्ञात करने के लिए हम प्रदत्त डेसीमल (दस–आधारी) संख्या को लगातार 2 से तब तक भाग देते है जब तक कि अंतिम भागफल के रूप में 1 प्राप्त नहीं होता है।
अब सभी शेषफल को उल्टे क्रम में लिखा जाए तो परिवर्तित बाइनरी संख्या प्राप्त होती है।

उदाहरण –

2 × 44 = 88 ; 89 – 88 = 1	89
2 × 22 = 44 ; 44 – 44 = 0	44
2 × 11 = 22 ; 22 – 22 = 0	22
2 × 5 = 10 ; 11 – 10 = 1	11
2 × 2 = 4 ; 5 – 4 = 1	5
2 × 1 = 2 ; 2 – 2 = 0	2
	1

अतः 89 के समतुल्य **Binary number = $(1011001)_2$**

2. **Binary को Decimal में बदलना :**
Binary system में 1 का मान जब वह हर बार अपनी बाई ओर एक स्थान खिसकता है, स्वयं का दुगुना हो जाता है तथा जहाँ कहीं भी 0 आता है उसका मान 0 होता है।

उदाहरण –

1	0	1	1	0	0	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

अब

$(1011001)_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 \times 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 64 + 0 + 16 + 8 + 8 + 0 + 1 \{2^0 = 1\} = 89$

भाजकों की संख्या या गुणनखंड की संख्या निकालना

पहले संख्या का अभाज्य गुणनखंड करेंगे और उसे Power के रूप में लिखेंगे तथा प्रत्येक (Power) घात में एक जोड़कर घातो का गुणा करेंगे तो भाजकों की संख्या प्राप्त हो जायेगी।

उदाहरण –

2280 को कुल कितनी संख्याओं से पूर्णतः भाग दिया जा सकता है।

हल –

$2280 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 19^1$

भाजकों की संख्या = (3+1) (1+1) (1+1) (1+1)

= 4 × 2 × 2 × 2 = 32

इकाई का अंक ज्ञात करना

1. **जब संख्या घात (Power) के रूप में हो**
जब Base का इकाई अंक 0, 1, 5 या 6 हो, तो कोई भी प्राकृतिक घात के लिए परिणाम का इकाई अंक वही रहेगा।
जब base का इकाई अंक 2, 3, 4, 7, 8, या 9 हो, तो Power में 4 से भाग देंगे और जितना षेश प्राप्त होगा उतना ही Base के इकाई अंक पर power रखेंगे। जब power, 4 से पूर्णतः विभाजित हो जाता है तो base के इकाई अंक पर 4 power रखेंगे।

2. **सरलीकरण के रूप में हो**
प्रत्येक संख्या के इकाई के अंक को लिखकर चिन्ह के अनुसार सरल करेंगे जो परिणाम आयेगा उसका इकाई अंक उत्तर होगा।

Power वाली संख्याओं में भाग देना (भाजक निकालना)

1. यदि $a^n + b^n$ दिया हो तो
n विषम होने पर (a+b) इसका भाजक होगा।
2. यदि $a^n - b^n$ दिया हो तो।

n विषम होने पर भाजक → (a–b)

n सम होने पर भाजक → (a – b) या (a + b) या दोनों।

(i) $a^n \div (a-1)$ हो, तो शेषफल हमेशा 1 बचेगा।

(ii) $a^n \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो हमेशा 1 बचेगा; यदि n विषम हो, तो शेषफल a होगा }

(iii) $(a^n + a) \div (a-1)$ हो, तो शेषफल 2 बचेगा

(iv) $(a^n + a) \div (a+1)$ { यदि n सम हो, तो शेषफल शून्य (0) होगा। यदि n विषम हो, तो शेषफल (a – 1) होगा। }

रोमन पद्धति के संकेतक

1	→	I	20	→	XX
2	→	II	30	→	XXX
3	→	III	40	→	XL
4	→	IV	50	→	L
5	→	V	100	→	C
6	→	VI	500	→	D
7	→	VII	1000	→	M
8	→	VIII			
9	→	IX			
10	→	X			

विभाज्यता के नियम

संख्या	नियम
2 से	अन्तिम अंक सम संख्या या शून्य (0) हो जैसे – 236, 150, 1000004
3 से	किसी संख्या मे अंकों का योग 3 से विभाजित होगा तो पूर्ण संख्या 3 से विभाजित होगी। जैसे – 729, 12342, 5631
4 से	अन्तिम दो अंक शून्य हो या 4 से विभाजित हो जैसे – 1024, 58764, 567800
5 से	अन्तिम अंक शून्य या 5 हो जैसे – 3125, 625, 1250
6 से	कोई संख्या अगर 2 तथा 3 दोनों से विभाजित हो तो वह 6 से भी विभाजित होगी। जैसे – 3060, 42462, 10242
7 से	यदि दी गयी संख्या के इकाई अंक का दुगुना बाकी संख्या (इकाई का अंक छोड़कर) से घटाने पर प्राप्त संख्या 7 से विभाजित है तो पूरी संख्या 7 से विभाजित हो जाएगी। अथवा किसी संख्या में अंको की संख्या 6 के गुणज में हो तो संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 44444444444, 7854
8 से	यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो या अंतिम तीन अंक '000' (शून्य) हो । जैसे – 9872, 347000
9 से	किसी संख्या के अंकों का योग अगर 9 से विभाज्य हो तो पूर्ण संख्या 9 से विभक्त होगी।
10 से	अंतिम अंक शून्य (0) हो तो
11 से	विषम स्थानों पर अंकों का योग व सम स्थानों पर अंकों के योग का अन्तर शून्य (0) या 11 का गुणज हो तो जैसे – 1331, 5643, 8172659
12 से	3 व 4 के विभाज्य का संयुक्त रूप
13 से	किसी संख्या में एक ही अंक 6 बार दोहराए या अन्तिम अंक को 4 से गुणा करके शेष संख्या (इकाई अंक छोड़कर) में जोड़ने पर प्राप्त संख्या 13 से विभाजित हो तो पूर्ण संख्या 13 से विभाजित होगी। जैसे – 222222, 17784

Unleash the topper in you

अभ्यास प्रश्न

संख्याओं के योग, अंतर तथा गुणनफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किसी संख्या का 3/4 उस संख्या के 1/6 से 7 अधिक है, तो उस संख्या 5/3 क्या होगा?

(a) 12 (b) 18
(c) 15 (d) 20

उत्तर (d)

उदा.2 यदि दो संख्याओं का योगफल तथा उनका गुणनफल a तथा b, उनके व्युत्क्रमों का योगफल होगा

(a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$
(c) $\frac{a}{b}$ (d) $\frac{a}{ab}$

उत्तर (c) 1"

उदा.3 दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अंतर 25 है, तो उन दोनों संख्याओं का गुणनफल क्या होगा?

(a) 1350 (b) 1250
(c) 1000 (d) 125

उत्तर (b)

उदा.4 एक विद्यार्थी से किसी संख्या का 5/16 ज्ञात करने के लिये कहा गया और गलती से उस संख्या का 5/6 ज्ञात कर लिया अर्थात् उसका उत्तर सही उत्तर से 250 अधिक था तो दी हुई संख्या ज्ञात कीजिये।

(a) 300 (b) 480
(c) 450 (d) 500

उत्तर (b)

सम, विषम तथा अभाज्य संख्याओं पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो, तो बीच वाली संख्या होगी ।

(a) 47 (b) 48
(c) 49 (d) 51

उत्तर (c)

उदा.2 तीन अभाज्य संख्याओं का योग 100 है यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या से 36 अधिक हो तो एक संख्या क्या होगा ?

भाग, भागफल तथा शेषफल पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 64329 को जब किसी सख्या से भाग दिया जाता है, तो 175, 114 तथा 213 लगातार तीन शेषफल आते है तो भाज्य क्या है ?

(a) 184 (b) 224
(c) 234 (d) 296

उत्तर (c)

उदा.2 $(3^{25} + 3^{26} + 3^{27} + 3^{28})$ विभाजित है।

(a) 11 (b) 16
(c) 25 (d) 30

उत्तर (d)

उदा.3 विभाजन के एक योगफल में विभाजक, भागफल का 12 गुना तथा शेषफल का 5 गुना है। तदनुसार, यदि उसमें शेषफल 36 हो, तो भाज्य कितना होगा ?

(a) 2706
(b) 2796
(c) 2736
(d) 2826

उत्तर (c)

इकाई अंक निकालना आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $416 \times 333 + 2167 \times 118 - 114 \times 133$ के परिणाम का इकाई अंक ज्ञात कीजिए ?

कितना है ?

(a) 0 (b) 2
(c) 3 (d) 5

प्राकृतिक संख्याओं के squre/cube के योग एवं अंतर पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + ... + 20^2) = ?$

(a) 385 (b) 2485

(c) 2870 (d) 3255

उदा.2 $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 10^3 = ?$

दशमलव संख्या आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 एक विद्यार्थी को निम्नलिखित व्यंजक को सरल करने को कहा गया

$$\frac{0.0016\times0.025}{0.325\times0.05}\div\frac{0.1216\times0.105\times0.002}{0.08512\times0.625\times0.039}+\left(\sqrt[6]{27}-\sqrt{6\frac{3}{4}}\right)^2$$

उसका उत्तर $\frac{19}{10}$ था। उसके उत्तर में कितने प्रतिशत त्रुटि थी ?

उदा.2 $\frac{0.\overline{936}-0.\overline{568}}{0.\overline{45}+2.\overline{67}}$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए ?

शून्य की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left(1^1\times2^2\times3^3\times4^4\times..........\times98^{98}\times99^{99}\times100^{100}\right)$ के गुणनफल में जीरो (शून्यों) की संख्या ज्ञात करें ?

(a) 1200 (b) 1300

(c) 1500 (d) 1600

उदा.2 1 × 2 × 3 × ...... × 250 को गुणा किया जाए तो परिणाम के अंत में कितने 0 होंगे ?

सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या/भिन्न ज्ञात करने पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 निम्न मे से $\frac{2}{5}$ और $\frac{4}{9}$ के बीच उपस्थित भिन्न हैं ?

(a) $\frac{3}{7}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

उदा.2 निम्न में से बड़ी संख्या हैं।

$(3)^{\frac{1}{3}}, (2)^{\frac{1}{2}}, 1, (6)^{\frac{1}{6}}$

(a) $(2)^{\frac{1}{2}}$ (b) 1

(c) $(6)^{\frac{1}{6}}$ (d) $(3)^{\frac{1}{3}}$

आरोही/अवरोही क्रम आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ को बढ़ते क्रम में लिखने पर –

(a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{6}$ (b) $\sqrt[4]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$

(c) $\sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4} < \sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{4}$

उदा.2 निम्नलिखित को आरोही क्रम में सजाएँ –

$\sqrt{7}-\sqrt{5}, \sqrt{5}-\sqrt{3}, \sqrt{9}-\sqrt{7}, \sqrt{11}-\sqrt{9}$

उदा.3 संख्याओं $\frac{7}{9}, \frac{11}{13}, \frac{16}{19}, \frac{21}{25}$ को अवरोही क्रम में लिखिये ?

गुणनखंडों की संख्या पर आधारित

प्रश्नों के हल

उदा.1 $\left\{(127)^{127}+(97)^{127}\right\}$ तथा $\left\{(127)^{97}+(97)^{97}\right\}$ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड क्या होगा ?

(a) 127 (b) 97

(c) 30 (d) 224

उदा.2 $\frac{(18)^{15}\times(75)^{16}\times(42)^{14}}{(35)^{12}\times(12)^{16}}$ में कितने अभाज्य खंड है ?

2 CHAPTER बीजगणित (Algebra)

चर राशियाँ (Variable) – वे राशियाँ जिसका मान स्थिर न होकर बदलता रहता है, चर राशियाँ कहलाती है। शब्द 'चर' का अर्थ है कि वह राशि जो परिवर्तित (Vary) होती रहती है।
चर राशियों को प्रतीक चिन्ह अथवा संकेत द्वारा प्रदर्शित किया जाता हे।
जैसे – x, y, z, a, b, c आदि।

अचर राशियाँ (Constant) – जिन राशियों का मान स्थिर होता है वह अचर राशियाँ कहलाती है।
जैसे – अंकगणित संख्याएँ 0, 1, 2, 3.................

समान तथा असमान पद (Like and Unlike Terms) – सजातीय पद – वे बीजीय पद जिनके बीजीय गुणनखण्ड समान हों, समान पद अथवा सजातीय पद कहलाते है। इसमें चर तथा उनकी घात समान होती है केवल उनका संख्यात्मक मान भिन्न होता है।
जैसे – $5y^2$ व $25y^2$
जैसे – $3xy - 5x^2 + 4xy + 3x^2 - 4x$ में 3xy तथा 4xy समान पद और $-5x^2$ तथा $3x^2$ समान पद है।

विजातीय पद – वे बीजीय पद जिनके बीजीय गुणनखण्ड असमान हो, असमान पद अथवा विजातीय पद कहलाते हैं इनमें चर तथा उनकी घार असमान होती है।
जैसे – 3xy तथा $-5x^2$ असमान पद।

गुणांक (Coefficient) – पद का कोई भी गुणनखण्ड, पद के शेष भाग का गुणांक कहलाता है। किसी बीजीय पद को उसके गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में लिखा जा सकता है। इसका संख्यात्मक गुणनखण्ड, संख्यात्मक गुणांक अथवा अचर गुणांक कहलाता है।
$4x^2y$ में x^2 का गुणांक = 4y
$4x^2y$ में x^2y का अचर गुणांक = 4

बहुपद
$P(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2$ .... a_nx^n
जहाँ a_0, a_1, a_2, a_n = वास्तविक संख्या है।

- Variable (चर) x की power (घात) हमेशा धनात्मक होगी।
- **<u>कोटि (Degree)</u>** – अधिकतम घात (बहुपद में Variable की) ही कोटि होगी।
  उदाहरण
  $x^2 + x^3 + 1$, यहाँ कोटि 3 होगी।
  समघातीय व्यंजक की घात–
  ab + ac + ca
  'a' या 'b' 'ab' यहां Degree- 2 होगी।
- Degree गुणा में जुडती है तथा भाग में घटती है।
- जोडने व घटाने पर पदों की Degree में फर्क नहीं पडता।

<u>नोट</u> – प्रश्न में पद की जो घात है, उत्तर में भी पद की वही घात रहेगी।

बहुपद के प्रकार

पदो के आधार पर

(1) एकपदी बहुपद – जिसमें केवल एक पद हो।
जैसे – $5x^2y^2$, 3x
(2) द्विपदी बहुपद – जिसमें केवल दो पद हो।
जैसे – $7x^2+5y$
(3) त्रिपदी बहुपद – जिसमें केवल तीन पद हो।
जैसे – $4x^2+7xy+3y^2$

घात के आधार पर

(1) रैखिक बहुपद – जिस बहुपद के चर x की घात 1 है, उसे रैखिक या एक घातीय बहुपर कहते हैं।
जैसे – 4x + 2
(2) द्विघात बहुपद – जिस बहुपद के चर x का उच्चतम मान 2 है।
जैसे – x^2+x+2
(3) त्रिघात बहुपद – जिस बहुपद के चर x की उच्चतम घात 3 हो उसे त्रिघात बहुपद कहते है।
जैसे – ax^3+bx^2+cx+d
(4) शून्य बहुपद – जिसके सभी गुणांक शून्य हो।
जैसे – $2x^0$, 5, 19 आदि।

बहुपद के शून्यक (Zeroes of Polynomial) – जब किसी बहुपद का मान चर के किसी मान के लिए शून्य हो जाता है तो चर का मान बहुपद का शून्यक कहलाता है।

जैसे – बहुपद p(x) = 2x + 1 में $x = -\frac{1}{2}$ रखने पर

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = -1 + 1 = 0$$

अतः $-\frac{1}{2}$, p(x) का एक शून्यक है।

जैसे – $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$f(1) = (1)^2 - 3(1) + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$

अतः 1 बहुपद f(x) का शून्यक है।

बहुपद f(x) के शून्यकों की अधिकतम संख्या, बहुपद की घात के बराबर होती है किन्तु यह आवश्यक नहीं कि बहुपद के सभी शून्यक वास्तविक हो –

जैसे – $f(x) = x^2 + x + 1$ का कोई वास्तविक शून्यक नहीं

$f(x) = x^2 + 9$ का कोई वास्तविक शून्यक नहीं

द्विघात समीकरण (Quadratic Equation)

1. द्विघात समीकरण – जिस समीकरण में चर राशि का अधिकतम मान 2 हो उसे द्विघात समीकरण कहते है।
   एक बीजगणितीय व्यंजक जो इस प्रकार है : $ax^2 + bx + c = 0$
   जहाँ $a \neq 0, b, c \in R$ को द्विघात समीकरण कहते हैं।

द्विघात समीकरण के गुणनखंड की शर्ते

a) दिया हुआ द्विघात समीकरण $ax^2 + bx\ c = 0$ है जहाँ a, b व c वास्तविक संख्याएँ है।

b) यदि $b^2 - 4ac > 0$ इस स्थिति में गुणनखण्ड निकाले जा सकते है।

c) यदि $b^2 - 4ac < 0$, इस स्थिति में गुणनखण्ड नहीं हो सकते है।

द्विघात समीकरण के मूल (Roots of Quadratic Equation)

द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का एक मूल α [वास्तविक या समिश्र (जटिल)] इस प्रकार है कि $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$, तब $(x - \alpha)$, $ax^2 + bx + c$ का एक गुणनखण्ड होगा।

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

मूलों का योग व गुणनफल

मूलों का योग व गुणनफल – माना दो मूल α, β हैं तब

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ और } \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

मूलों का योग $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

मूलों का गुणनफल $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$

तो, $ax^2 + bx + c = 0$ को हम लिख सकते हैं –

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

x^2 – (मूलों का योग) x + (मूलों का गुणनफल) = 0

- यदि मूल α व β एक–दूसरे के व्युत्क्रम है तो a = c
- यदि α व β का मान आपस में बराबर तथा चिन्ह विपरीत है, तो b = 0
- यदि a, b व c परिमेय संख्याएँ है तथा $a + \sqrt{b}$ द्विघात समीकरण का एक मूल है, तो दूसरा मूल इसके संयुग्मी $a - \sqrt{b}$ तथा विपरीत होगा।

उदा. 1 द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए यदि एक मूल $3 + \sqrt{3}$ है ?

व्याख्या यदि एक मूल $3 + \sqrt{3}$ है, तो इसका दूसरा मूल $3 - \sqrt{3}$ होगा।

मूलों का योग $= (3 + \sqrt{3}) + (3 - \sqrt{3}) = 6$

मूलों का गुणनफल $= (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 6$

सूत्र प्रयोग से

x^2 – (मूलों का योग) x + (मूलों का गुणनफल) = 0

$\Rightarrow x^2 - 6x + 6 = 0$

द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति

द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूलो की प्रकृति का निर्धारण, D (Determinant) द्वारा किया जाता है ।

जहाँ $D = b^2 - 4ac$ द्वारा निकाला जाता है ।

(i) यदि D = 0 (मूल वास्तविक एवं समान)

(ii) यदि D > 0 (मूल वास्तविक एवं असमान)

(iii) यदि D < 0 (मूल काल्पनिक)

<u>शेषफल प्रमेय</u> – यदि f(x) एक कोई बहुपद है जहाँ $n \geq 1$ तथा a कोई वास्तविक संख्या है। जब f(x) को (x – a) से विभाजित किया जाता है तो f(a) शेषफल आता है। (n यहाँ डिग्री है)

1. यदि f(x) को (x + a) से विभाजित किया जाता है तो शेष होगा = f(–a)
2. यदि f(x) को (ax + b) से विभाजित किया जाता है तो शेष बचेगा = $f\left(-\frac{b}{a}\right)$
3. यदि f(x) को (ax – b) से विभाजित किया जाता है तो शेष $= f\left(\frac{b}{a}\right)$

उदा.1 भाग की क्रिया का इस्तेमाल किए बिना $(x^3 + 4x^2 + 6x - 2) \div (x + 5)$ का शेष ज्ञात कीजिए ?

हल $x + 5 = 0$

$x = -5$ अतः शेष f(-5) होगा

अब

$x^3 + 4x^2 + 6x - 2$ में मान रखने पर

$(-5)^3 + 4(-5)^2 + 6(-5) - 2$

$-125 + 100 - 30 - 2 = -57$

<u>**गुणनखण्ड प्रमेय**</u> – माना f(x) एक बहुपद है एवं a एक वास्तविक संख्या है तब –

(i) यदि f(a) = 0 तो (x-a), f(x) का एक गुणनखण्ड होगा ।

(ii) यदि (x–a), f(x) का एक गुणनखण्ड है तो f(a) = 0

उदा.2 यदि $f(x) = x^3 - 12x^2 + 44x - 48$ तो क्या (x – 2) एवं (x – 3), f(x) के गुणनखण्ड है ?

हल (i) f(a) = 0

x – 2 = 0

x = 2

$f(2) = 2^3 - 12 \times 2^2 + 44 \times 2 - 48$

= 8 – 48 + 88 – 48

= 0

अतः (x - 2), f(x) का गुणनखण्ड है ।

(ii) f(a) = 0

x – 3 = 0

x = 3 रखने पर

$f(3) = 3^3 - 12 \times 3^2 + 44 \times 3 - 48$

= 27 – 108 + 132 – 48

$f(3) = -13 \neq 0$

अतः (x – 3), f(x) का गुणनखण्ड नहीं है ।

महत्वपूर्ण सूत्र

1. $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$
2. $(A-B)^2 = A^2 + B^2 - 2AB$
3. $(A+B)^3 = A^3 + B^3 + 3AB\,(A+B)$
4. $(A-B)^3 = A^3 - B^3 - 3AB\,(A-B)$
5. $(A^2 - B^2) = (A+B)(A-B)$
6. $A^3 + B^3 = (A+B)^3 - 3AB\,(A+B)$
7. $A^3 - B^3 = (A-B)^3 + 3AB\,(A-B)$
8. $A^3 + B^3 + C^3 - 3ABC = (A+B+C)\,(A^2 + B^2 + C^2 - AB - BC - CA)$
9. $(A+B+C)^3 = A^3 + B^3 + C^3 + 3\,(B+C)(C+A)(A+B)$
10. $A^2 + B^2 = (A+B)^2 - 2AB$
11. $A^2 - B^2 = (A-B)^2 + 2AB$
12. यदि $A + B + C = 0$ हो तो $A^3 + B^3 + C^3 = 3\,ABC$ or A = B = C
13. $x^2 + x(A+B) + AB = (x+A)(x+B)$
14. $A^2(B+C) + B^2(C+A) + C^2(A+B) + 3ABC = (A+B+C)(AB+BC+CA)$
15. $(A+B)\,(B+C)(C+A) = AB\,(A+B) + BC(B+C) + CA(C+A) + 2ABC$
16. $(A-B)\,(B-C)(C-A) = A^2(B-C) + B^2(C-A) + C^2(A-B)$
17. $(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2\,(AB + BC + CA)$

बीजगणितीय सर्वसमिकाएँ

(1) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= \frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right]$

(2) यदि $x + \frac{1}{x} = a$

तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = a^4 - 4a^2 + 2$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = a^5 - 5a^3 + 5a$

(3) $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

$= \frac{1}{2}\left[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right]$

(4) यदि $x - \frac{1}{x} = a$

तब $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 + 2$

$x^3 - \frac{1}{x^3} = a^3 + 3a$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = a^4 + 4a^2 + 2$

(5) यदि $a + \frac{1}{a} = 2$

तब $a^n + \frac{1}{a^n} = 2$ (हमेशा)

(6) यदि $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ तब a + b + c = 0 तथा a = b = c

(7) यदि $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ तब a = b = c

Toppers Notes Unleash the topper in you

अभ्यास प्रश्न

1. बहुपद

प्रश्नों के हल

उदा.1 $x^6 + 3x^4 - 2x^2 + 3x + 2$ को भाजक $x - 1$ से भाग देने पर कितना शेष प्राप्त होगा ?

(a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 8

उत्तर (c)

उदा.2 जब $f(x) = 12x^3 - 13x - 5x + 7$ में $(3x + 2)$ से भाग दिया जाता है, तो शेषफल क्या होगा ?

(a) 2 (b) 0
(c) –1 (d) 1

उत्तर (d)

उदा.3 यदि $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$ है तो $\frac{a+b+c}{c}$ किसके बराबर है ?

(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

उत्तर (c)

उदा.4 बहुपदो $x^4 - 3x + 2$, $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ और $x^4 - 1$ का म.स. क्या है ?

(a) $x - 1$ (b) $x + 1$
(c) $x^2 - 1$ (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (a)

उदा.5 दिये गये बहुपदो का LCM ज्ञात करों ?
$f(x) = 4(x - 1)^2 (x^2 + 6x + 8)$ व $g(x) = 10 (x - 1) (x + 2) (x^2 + 7x + 10)$

उत्तर

2. द्विघात समीकरण

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि समीकरण $kx^2 - 6x + 3k = 0$ के मूलों का योगफल तथा गुणनफल तथा गुणनफल बराबर हो, तो k = ?

(a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (a)

उदा.2 व्यजंक $x^4 - 2x^2 + k$ एक पूर्ण वर्ग होगा यदि k का मान ?

(a) 1 (b) 0
(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

उदा.3 समीकरण $2x^2 - 11x + 15 = 0$ के मूल है ?

(a) $3, \frac{5}{2}$ (b) $5, \frac{3}{2}$
(c) $-3, \frac{-5}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (a)

उदा.4 समीकरण $3 - 7x + 6x^2 = 0$ के मूलों का गुणनफल होगा ?

(a) –2 (b) $\frac{1}{2}$
(c) 2 (d) $-\frac{1}{2}$

उत्तर (b)

उदा.5 दो भिन्न इस प्रकार हैं कि उनका गुणनफल $-\frac{2}{5}$ और योग $\frac{1}{15}$ है । ये दो भिन्न क्या है ?

(a) $\frac{4}{3}, -\frac{3}{10}$ (b) $\frac{2}{7}, -\frac{7}{5}$
(c) $\frac{4}{7}, -\frac{7}{10}$ (d) $\frac{2}{3}, -\frac{3}{5}$

उत्तर (d)

उदा.6 एक द्विघात समीकरण के मूल $(2 + \sqrt{5})$ तथा $(2 - \sqrt{5})$ है, वह समीकरण होगा ?

(a) $x^2 - 4x - 1 = 0$ (b) $x^2 + 4x - 1 = 0$
(c) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (d) $x^2 + 4x + 1 = 0$

उत्तर (a)

b और c परिमेय मान है) $5 + 3\sqrt{3}$ है । $(a^2 + b^2 + c^2)/(a + b + c)$ का मान क्या है ?

(a) 35/3 (b) 37/3
(c) -105/11 (d) -105/13

उत्तर (c)

Toppersnotes
Unleash the topper in you

उदा.8 $\left(36-\frac{x^4}{a^2}\right)$ के गुणनखंड होंगे ?

(a) $6\left(x-\frac{x^2}{a}\right)\left(6-+\frac{x^2}{a^2}\right)$

(b) $\left(6+\frac{x^2}{a}\right)\left(6-\frac{x^2}{a}\right)$

(c) $\left(6-\frac{x^2}{a}\right)\left(6+\frac{x^2}{a}\right)$

(d) $\left(6-\frac{x^2}{a}\right)\left(6-\frac{x^2}{a}\right)$

उत्तर (b)

उदा.9 व्यंजक $4\sqrt{3}x^2+5x-2\sqrt{3}$ का एक गुणज है ?

(a) $4x+\sqrt{3}$ (b) $4x+3$

(c) $4x-3$ (d) $4x-\sqrt{3}$

उत्तर (d)

3. बीजगणितीय सर्वसमिकाएँ

प्रश्नों के हल

उदा.1 यदि $\sqrt{x}=\sqrt{3}-\sqrt{5}$ है, तो $x^2-16x+6$ का मान क्या होगा ?

(a) 0 (b) -2

(c) 2 (d) 4

उत्तर (c)

उदा.2 यदि $x=3+\sqrt{8}$ है, तो $x^2+\frac{1}{x^2}$ किसके बराबर है ?

(a) 38 (b) 36

(c) 34 (d) 30

उत्तर (c)

उदा.3 यदि $x = 997$, $y = 998$ और $z = 999$ है, तो $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$ का मान ज्ञात करें ?

(a) 0 (b) 1

(c) -1 (d) 3

उत्तर (d)

उदा.4 यदि p = 999 है, तो $\sqrt[3]{p\left(p^2+3p+3\right)+1}$ का मान क्या होगा ?

(a) 1000 (b) 999

(c) 998 (d) 1002

उत्तर (a)

उदा.5 यदि x + y + z = 1, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$ एवं xyz = 1 तो $x^3+y^3+z^3$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(a) –1 (b) 1

(c) –2 (d) 2

उत्तर (b)

उदा.6 यदि $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ है, तो $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$ का मान ज्ञात करें ?

(a) $6\sqrt{3}$ (b) $12\sqrt{3}$

(c) $18\sqrt{3}$ (d) $24\sqrt{3}$

उत्तर (c)

उदा.7 यदि $x-\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$ हो तो $4x^2+\frac{4}{x^2}$ का मान कितना होगा ?

(a) 7 (b) –7

(c) 9 (d) –9

उत्तर (c)

उदा.8 यदि $a^4+\frac{1}{a^4}=119$ हो तो $a^3-\frac{1}{a^3}$ का मान

(a) 27 (b) 36

(c) 45 (d) 54

उत्तर (b)

उदा.9 यदि $x+\frac{1}{x}=1$ हो तो $x^{12}+x^9+x^6+x^3+1$ का मान कितना होगा ?

(a) –1 (b) –2

(c) 1 (d) 2

उत्तर (c)

Toppersnotes Unleash the topper in you

18 CHAPTER

NOUN (संज्ञा)

- किसी व्यक्ति, वस्तु, स्थान, गुण, कार्य या अवस्था के नाम को Noun कहते है ।
- यह पाँच प्रकार की होती है –
  1. **Proper Noun** (व्यक्तिवाचक संज्ञा) – जब व्यक्ति, वस्तु या स्थान के नाम का बोध हो ।
     Eg:- Ram, Delhi, Gita etc.
  2. **Common Noun** (जातिवाचक संज्ञा) – जब एक वर्ग अथवा जाति के व्यक्ति या वस्तु का बोध हो ।
     Eg:- King, Boy, City, Girl etc.
  3. **Collective Noun** (समूहवाचक संज्ञा) – जब समूह का बोध हो है ।
     Eg:- Team, Herd, Committee, Army etc.
  4. **Material Noun** (द्रव्यवाचक संज्ञा) – जब ऐसे पदार्थ का बोध हो जिससे दूसरी वस्तुएं बनायी जा सके ।
     Eg:- Gold, Silver, iron, wood etc.
  5. **Abstract Noun** (भाववाचक संज्ञा) – जब ऐसे गुण, भाव, क्रिया एवं अवस्था का बोध हो जिन्हे देखा व छुआ नहीं जा सके, केवल महसूस किया जा सकता है ।
     Eg:- Honesty, Virtue, Kindness, Jealous etc.

Important Point

1. कुछ Noun ऐसे होते है जो देखने में Plural लगते है, परंतु अर्थ में Singular होते है ।
   Such as - Civics, Mathematics, Ethics, Politics, Economics, Mumps, Billiards, Athletics etc.
   Eg:- Civics is a good subject.
2. कुछ Noun देखने में singular लगते है, लेकिन अर्थ में Plural होते है ।
   Such as - Cattle, Gentry, Peasantry (किसानी), Poultry (मुर्गीफॉर्म), Clergy (पादरी लोग) etc.
   Eg:- Cattle are grazing in the field.
3. कुछ शब्द जैसे– Committee, Audience, Police, team, mob (भीड) देखने में Singular लगते है but अर्थ में Plural होते है ।
4. कुछ Noun का Use Singular form में किया जाता है, ये Uncountable Noun होते है ।
   Such as - Scenery, Furniture, information, advice, poetry, luggage, luck, language, business, knowledge, money, Jewelry.
   Eg:- He gave me information's (information).
   I like Shakespeare's poetries (Poetry).
5. कुछ Noun Singular व Plural दोनों में Use होते है।
   Such as –
   Dear, Fish, Crew, Family, team, counsel (परामर्श)
6. यदि किसी Noun से पूर्व Preposition आता है तो वह Singular noun होता है ।
   Eg:- Ship after ship is coming.
7. कुछ noun ऐसे होते है जिनमें 'S' लगाने से उनाका अर्थ बदल जाता है ।
   Such as -
   Water – Waters (समुद्र)
   People – Peoples (बहुत से राष्ट्र के लोग)
   Iron – irons (बेडिया)
   Physic (दवा) – Physics (भौतिकी)
   Eg:- your physics is (are) poor.
8. Dozen (दर्जन), Gross, score, hundred, thousand, Million (10 Lac), Billion (100 Lac), Weight, stone, pair, units में एक जैसा प्रयोग होता है अर्थात् Singular or Plural दोनो में प्रयोग होता है ।
   Eg:- I have bought two dozens (Dozen) pencils.
   I have bought dozens of Bananas.

9. 'ICS' ending noun के पहले 'The' अथवा possessive, adjective, my, your, our का प्रयोग होने पर इनका अर्थ बदल जाता है अतः ये plural noun के रूप में बदल जाते है ।

Eg.:- My mathematics are not very good.

10. (i) Cloths – बिना सिले हुए
Clothes – सिले हुए

(ii) Cost - कीमत
Price – कीमत

- Cost का use amount of paid by the shopkeeper के अर्थ में होता है ।
- जबकि price का अर्थ Amount Paid by customer के रूप में होता है ।

Eg :- The price of production of automobile items has gone up. (The cost of)

Eg :- Sometimes buyers (खरीदने वाला) have to pay higher costs for items. (Higher price)

11. 'House' का प्रयोग A building to live in के अर्थ में करते है ।

Eg :- Quarters are homes allotted for a definite period. (×)

Quarters are houses allotted for a definite period. (✓)

12. कुछ Nouns का प्रयोग Plural form में ही होता है । इनके अंतिम में लगे 'S' को हटाकर singular नहीं बनाया जा सकता है ।

Scissors, tongs, pliers, trousers, plants, pajamas, shorts, gallus, Spectacles, binoculars, alms, amends, fireworks, outskirts, particulars etc.

Eg:- All his assets were seized.

Alms are given to the beggars.

13. Hyphenated noun का प्रयोग कभी भी plural noun में नहीं होता है ।

Eg :- He gave me two hundred rupees notes. (×)

He gave me two hundred rupee notes. (✓)

He stays in five stars hotels. (×)

He stays in five star hotels. (✓)

14. Common Gender Nouns

जैसे– teacher, student, child, clerk, advocate, worker, writer, leader, musician etc. dual gender noun होते है । इनके साथ सामान्य तथा he/his/him प्रयोग करते है ।

Eg :- Every leader should perform his duty.

A teacher should perform his duty sincerely.

15. कुछ nouns का प्रयोग लोग बोल–चाल की भाषा में करते है लेकिन वास्तव में उनका प्रयोग करना बिलकुल गलत होता है ।

Eg:-

	गलत प्रयोग	सही प्रयोग
1.	Cousin brother or cousin sister	Cousin
2.	Pickpocketer	Pickpocket
3.	Good name	Name
4.	Big/small blunder	Blunder (blunder का अर्थ होता है बडी भूल। अतः big का प्रयोग गलत है।)
5.	Strong breeze	Strong wind (Breeze हमेशा light एवं gentle होता है।)
6.	Bad dream	Nightmare

16. निम्नलिखित nouns में भी हमें confusion रहता है–

1.	Floor (फर्श)	Ground (जमीन)
2.	skill (सीख कर प्राप्त करते हैं)	Talent Inborn (जन्म से होता है ।)
3.	Envy (ईर्ष्या जो दूसरों की चीजों को देख कर होती है ।)	Jealousy (ईर्ष्या जो अपनी चीजों के खोने के डर से हाती है ।)

17. कुछ nouns के singular एवं plural forms के अर्थ पूर्णतया अलग होते हैं, अतः इनका प्रयोग सावधानीपूर्वक करना चाहिए ।

Eg :-

Singular	**Meaning**	**Plural**	**Meaning**
Air	(हवा)	Airs	(दिखावटी व्यवहार)
Return	(वापसी)	Returns	(आय का हिसाब)
Iron	(लोहा)	Irons	(जंजीरे)
Sand	(रेत)	Sands	(रेगिस्तान)
Wood	(लकडी)	Woods	(जंगल)
Abuse	(दुरूपयोग)	Abuses	(कुरूतियाँ)
Good (adj.)	(अच्छा)	Goods	(सामान)
Water	(पानी)	Waters	(समुद्र)
Work	(काम)	Works	(साहित्य लेख)
Fruit	(फल जैसे सेब इत्यादि)	Fruits	(नतीजा) (मेहनत इत्यादि का)
Wit	(वाक्पटुता)	Wits	(बुद्धिमता)

18. कुछ विदेशी भाषा के Nouns के Plural forms नीचे दिये गए हैं –

Singular	**Plural**
Agendum (कार्यक्रम)	Agenda
Erratum (छापेखाने की भूल)	Errata
Alumnus (विद्यार्थी)	Alumni
Axis (धुरी)	Axes
Analysis (विश्लेषण)	Analyses
Bacillus (हानिकारक कीटाणु)	Bacilli
bandit (लुटेरा)	Banditti (bandits)
Bacterium (कीटाणु)	Bacteria
Basis (आधार)	Bases
Criterion (कसौटी)	Criteria
Crisis (संकट)	Crises
Datum (जानी हुई बात)	Data
Dictum (सिद्धान्त)	Dicta
Formula (सूत्र)	Formulae/formulas
Memorandum (स्मृतिपत्र)	Memoranda
Sanatorium (स्वास्थ्यवर्द्धक स्थान)	Sanatoria
Phenomenon (घटना)	Phenomena
Thesis (अनुसंधानपूर्ण लेख)	Theses
Medium (माध्यम)	Media
Radius (त्रिज्या)	Radii
oasis (रेगिस्तान की हरी–भरी भूमि)	Oases
Series (क्रम)	Series
species (जाति)	Species
Apparatus (यंत्र)	Apparatus
Terminus (अंत)	Termini
Index (सूची)	Indices
Hypothesis (शर्त/उपकल्पना)	Hypotheses
Parenthesis (निक्षीप्त वाक्य)	Parentheses
Genius (विद्वान, प्रतिभाशाली व्यक्ति)	Genii/Geniuses
Metamorphosis (कायान्तरण)	Metamorphoses
Narcosis (बेहोशी)	Narcoses

Diagnosis (रोगी का निर्णय)	Diagnoses
Album (संग्रह पुस्तक)	Albums
Mausoleum (मकबरा/समाधि)	Mausoleums, Mausolea
Forum (मंच/न्यायालय)	Forums
Premium (किश्त)	Premiums
Museum (संग्रहालय)	Museums
Auditorium (श्रोताकक्ष)	Auditoriums
Aquarium (जल-जीवशाला)	Aquariums/Aquaria
Curriculum (पाठ्यक्रम)	Curriculums/Curricula
Stadium (स्टेडियम)	Stadiums
Harmonium (हारमोनियम)	Harmoniums
Gymnasium (व्यायामशाला)	Gymnasiums
Asylum (आश्रम)	Asylums

Some Important Collective Noun -

बाल का समूह	-	Turp of hair
गुथे बालों का समूह	-	Shock of hair
स्त्रोताओं की मण्डली	-	An assembly of listeners
न्यायाधीशो की मण्डली	-	A bench of Judges
कूडे-कचरे का ढेर	-	heap of rubbish
मुर्गी के बच्चों का समूह	-	flock of chickens
सोने का ढेर	-	hoard of gold
राज्यों का संगठन	-	league of states
अनाजों का ढेर	-	A sheaf of corn
हथियारों का ढेर	-	Piles of arms
अध्ययन का पाठ्यक्रम	-	A syllabus of studies
सैनिकों का समूह	-	Regiment of soldiers
दीमकों का झुंड	-	A colony of termites

Collection of people -

A brigade of cavalry.	(घुडसवार सैनिकों का दल)	A contingent of boy scouts.	(स्काऊट के लडकों का दल)
A brigade of infantry.	(पैदल सैनिकों का दल)	A corporation of people.	(लोगों की मंडली)
A brigade of artillery.	(आग्नेयास्त्र चलाने वाले सैनिकों का दल)	A corps of volunteers.	(स्वयंसेवकों का समूह)
A batch of pupils.	(शिष्यों का समूह)	A multitude of people.	(लोगों की भीड)
An assembly of representatives.	(प्रतिनिधियों की मंडली)	A muster of troops.	(सैनिकों का दल)
A caravan of pilgrims.	(तीर्थयात्रियों का काफिला)	A panel of judges.	(न्यायाधीशों का समुदाय)
A caravan of merchants.	(व्यापारियों का कारवाँ)	A panel of jurymen.	(अभिनिर्णायकों का समूह)

A bench of judges.	(न्यायाधीशों की मंडली)	A pack of fools.	(मूर्खों का झुंड)
A circle of friends.	(मित्रों की मंडली)	A pack of knaves.	(धूर्तो/पापियों/दुष्टों का झुंड)
A circle of acquaintances.	(परिचितों की मंडली)	A platoon of musketeers.	(बंदूक लिये हुए फौजियों का दल)
A clique of schemers.	(उपाय रचने वालों की मंडली)	A posse of policemen.	(सिपाहियों का सशक्त दल)
A colony of people.	(लोगों की नई बस्ती)	A procession of people.	(लोगों का जुलूस)
A company of actors.	(अभिनेताओं की मंडली)	A queue of people.	(लोगों की कतार/पंक्ति)
A company	A company	A senate of councilors.	(सभासदों की समिति)
of merchants.	of merchants.	A senate of university members.	(विश्वविद्यालय के सदस्यों की समिति)
(व्यापारियों की मंडली)	(व्यापारियों की मंडली)	A squad of soldiers drilling.	(ड्रील करने वाले सैनिकों का झुंड)
A concourse	A concourse	A staff of officials.	(अधिकारियों का समूह)
of people.	of people.	A staff of servants.	(नौकरों का समूह)
(लोगो का समूह)	(लोगो का समूह)	A stream of visitors.	(अभ्यागतों/भेंट करने वालों का समूह)
A conference of preachers.	A conference of preachers.	A string for coolies.	(कुलियों की पंक्ति)
A congress of delegates.	(प्रतिनिधियों की सभा)	A school of thinkers.	(विचारको का झुंड)
A contingent of army personnels.	(थल सैनिकों का दल)	A school of learned men.	(विद्वानों का समूह)

Collection of animals, birds and insects -

A troop of lions.	(शेरों का झुंड)	A swarm of flies.	(मक्खियों का झुंड)
A troop of monkeys.	(बंदरों का झुंड)	A swarm of bees.	(मधुमक्खियों का झुंड)
A train of donkeys.	(गधों का समूह)	A swarm of locusts.	(टिड्डों का झुंड)
A team of horses.	(घोडों का समूह)	A stud of ponies.	(छोटे घोडों का झुंड)
A team of oxen.	(बैलों का झुंड)	A stud of horses.	(घोडों का झुंड)

Some Important Abstract Noun

Adjective	**Abstract Noun**	**Verb**	**Abstract Noun**
Able	Ability	Belong	Belongings
Brief	Brevity	Allow	Allowance
Careful	Carefulness	Accede	Access
Capable	Capability	Admit	Admission
Efficient	Efficiency	Attend	Attendance
Faithful	Faithfulness	Choose	Choice
Hard	Hardship	Carry	Carriage

Excellent	Excellence	Consume	Consumption
Curious	Curiosity	Deceive	Deceit
Careless	Carelessness	Practice	Practice
Busy	Business	Behave	Behavior
Active	Activity	Arrive	Arrival

Words Denoting Group -

Lions	-	Pride (Female), Coalition (male)
Dogs	-	Kennel, Pack (आवारा, शिकारी कुत्तें)
Trees	-	Woodland, Grove (बडे वृक्षों, छोटे पौधों)
Tigers	-	Ambush, Streak
Ships	-	Fleet, Armada (Normal ships, war ships)
Sheep's	-	Flock, Herd, Mob
Fish	-	School, Shoal (बहुत सारे shoal एक line में आ जाये)
Magicians	-	Wizard, Warlock (+ve effects, -ve effects)
People	-	Crowd, Mob (disarrange group, अ भीड)
Puppy	-	Litter of puppies

Noun and Gender -

Gender

Masculine	–	Poet, horse, fox
Feminine	–	Poetess/ Mare/ Vixen
Neuter	–	Chair, Pen
Common	–	Friend/ Student

Masculine	**Feminine**
Tutor (नीति शिक्षक)	Governess (नीति शिक्षिका)
Nephew (भतीजा)	Niece (भतीजी)
Groom (दुल्हा)	Bride (दुल्हन)
Wizard (जादूगर)	Witch (जादुगरनी)
Lover (प्रेमी)	Beloved (प्रेमिका)
Lord (स्वामी)	Lady
Gander (हंस)	Goose (हंसीनी)

- कुछ शब्दों को Feminine मानते है अतः इनके साथ Pronoun Her, Hers, She या herself लगाते है।
  Such as - The moon, The earth, Nature, Spring, Virtue, Charity, mercy, peace, ship, river, nation, fame, city, liberty.
  Eg :- The moon shed <u>its</u> (her) light on the bank.
  Love virtue <u>it</u> (she) is alone free.
- The Sun, time, death, wind, Summer, thunder, Ocean, love, war, wine को masculine माना जाता है । इनके साथ He, his, him, himself का Use करते है।
  Eg :- Death lays her (his) icy hand or king.
- Everything, something, anything, nothing, indefinite pronoun है, ये neuter gender को प्रकट करते है ।
  Eg :- Everything should be kept in his (✗) /its (✓) order.
  This is Mohan's Pen. (यह मोहन का पेन है ।)
  This is the door of the house. (यह घर का दरवाजा है ।)
  This is Girl's college. (यह लडकियों का विद्यालय है ।)
- यदि दो noun and से जुडे हो तो उनके बीच close relation ना हो तो दोनों nouns के (अलग–अलग अधिकार के अर्थ में) साथ Apostrophe's का प्रयोग करते है।
  Eg:- Mohan's and Sohan's house. (मोहन का घर और सोहन का घर ।)

Note : - यदि सम्मिलित अधिकार की बात है तो last noun के साथ Apostrophe's लगाते है ।

Eg:- Mohan and Sohan's house.