



RRB

NTPC

Railway Recruitment Board (RRB)

വാൽയം - 3

കുവാനിരുന്നീവ് അപിറ്റു യുഡ് & റീസണിങ്



S No.	Chapter Title	Page No.
1	സംഖ്യാവ്യവസ്ഥ (Number System)	1
2	സരളീകരണവും സമുല്പാദനവും (Simplification and Approximation)	4
3	എച്ച്.സി.എഫ് (HCF) & എൽ.സി.എം (LCM) [HCF & LCM]	9
4	അംശബന്ധവും അനുപാതവും (Ratio & Proportion)	14
5	ശതമാനം (Percentage)	17
6	ശരാശരി (Average)	19
7	മിശ്രിതം, ആലിഗേഷൻ (Mixture & Alligation)	21
8	പ്രായവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ (Problems on Ages)	25
9	പങ്കാളിത്തം (Partnership)	29
10	സമയം & ജോലി (Time and Work)	31
11	പൈപ്പുകളും സിസ്റ്റേണുകളും (Pipes and Cistern)	33
12	വേഗം, സമയം, ദൂരം (Speed, Time, and Distance)	35
13	വള്ളവും പ്രവാഹവും (Boats and Streams)	39
14	സാധാരണ പലിശ (Simple Interest)	42
15	കൂട്ടുപലിശ (Compound Interest)	44
16	ലാഭം, നഷ്ടം, വിലക്കുറവ് (Profit, Loss and Discount)	46
17	ആൽജിബ്രിക വികാരങ്ങൾ (Algebraic Expressions)	49
18	മെൻസറേഷൻ 2D (Mensuration 2D-മാപനശാസ്ത്രം-അളവുശാസ്ത്രം)	60
19	മെൻസറേഷൻ 3D (Mensuration 3D-മാപനശാസ്ത്രം-അളവുശാസ്ത്രം) - ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം (Surface Area) & ഘനഫലം (Volume) Mensuration 3D - Surface Area & Volum	66
20	ജ്യാമിതി (Geometry)	75
21	കോർഡിനേറ്റ് ജ്യാമിതി (Coordinate Geometry)	86
22	ത്രികോണമിതിശാസ്ത്രം (Trigonometry)	92
23	ഉയരവും ദൂരവും (Heights and Distances)	96

S No.	Chapter Title	Page No.
24	സ്ഥിതിവിവരക്കണക്കുകൾ (Statistics)	98
25	പരമ്യുട്ടേഷൻ ആൻഡ് കോംബിനേഷൻ (Permutation & Combination)	101
26	സാധ്യത (Probability)	104
27	ഡാറ്റ വ്യാഖ്യാനം (Data Interpretation)	107
28	ദിശ (Direction)	109
29	രക്തബന്ധങ്ങൾ (Blood Relation)	114
30	സിലോജിസം (Syllogism)	119
31	കോഡിങ് – ഡിക്ക്കോഡിങ് (Coding and Decoding)	123
32	ക്രമവും റാങ്കിംഗും (Order and Ranking) — അടിസ്ഥാന ആശയങ്ങൾ	130
33	സിലോജിസം (Syllogism)	136
34	കലണ്ടർ (Calendar)	140
35	ഘടികാരം (Clock)	143
36	ഘനങ്ങളും പഞ്ചസാരകളും (Cubes and Dice)	148
37	Venn diagram	152
38	ക്രിട്ടിക്കൽ റീസണിംഗ് (Critical Reasoning)	156
39	പസിൽ (Puzzle)	160
40	അനാലജി (Analogy)	163
41	ശ്രേണി പരീക്ഷ (Series Test)	166
42	വാക്കുകളുടെ രൂപീകരണം (Word Formation)	169
43	ആകൃതികളുടെ എണ്ണം കണ്ടെത്തൽ (Counting Figures)	174
44	അപൂർണ്ണ ആകൃതികളുടെ പൂർത്തീകരണം (Completion of Figure)	178
45	കണ്ണാടി-ജല പ്രതിബിംബങ്ങൾ (Mirror and Water Image)	181
46	ഉൾക്കൊള്ളുന്ന മറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ആകൃതികൾ (Embedded Figure)	186

INDEX

S No.	Chapter Title	Page No.
47	കടലാസ് മടക്കലും മുറിക്കലും (Paper Cutting and Folding)	190
48	SERIES (ക്രമപരമ്പര)	198
49	അനാലജി & സിമിലാരിറ്റി (ഇമേജ് ബേസ്ഡ്) (Analogy and Similarity (Image))	201
50	സിംബൾസ് & നോട്ടേഷൻസ് (Symbols and Notations)	203
51	നമ്പർ സീരീസ് (Number Series)	207
52	മിസ്സിംഗ് നമ്പർ (Missing Number)	209
53	ക്ലാസിഫിക്കേഷൻ (വർഗ്ഗീകരണം) (Classification)	213
54	പദങ്ങളുടെ ലോജിക്കലിൽ ക്രമീകരണം (Arrangement of Word in Logical)	216



പഠനലക്ഷ്യം

ഈ അധ്യായത്തിൽ പഠിക്കുന്നതിലൂടെ, വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് —

- **Divisibility (വിഭാജ്യതാ നിയമങ്ങൾ)** മനസ്സിലാക്കാനും,
- **Trailing Zeroes (അവസാന ശൂന്യങ്ങൾ)** കണ്ടെത്താനും,
- **Unit Digit (യൂണിറ്റ് അക്കം)** സംബന്ധിച്ച പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാനും,
- **Recurring Decimal to Fraction (പുനരാവർത്തന ദശാംശം ഭിന്നമായി മാറ്റൽ)** പഠിക്കാനും,
- **Remainder Theorem, Fermat's Theorem, Wilson's Theorem** പോലുള്ള നിയമങ്ങൾ പ്രയോഗിക്കാനും കഴിയും.

അധ്യായത്തിലെ പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

1. Divisibility (വിഭാജ്യതാ നിയമങ്ങൾ)
2. Trailing Zeroes
3. Trailing Zeroes in $n!$
4. Unit Digit
5. Remainder Theorem
6. Concept of Negative Remainder
7. Fermat's Theorem
8. Wilson's Theorem
9. Cyclicity & Remainder Theorem
10. Conversion of Recurring Decimals to Fraction

ആശയം 1: Divisibility (വിഭാജ്യതാ നിയമങ്ങൾ)

- **2-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാന അക്കം സമസംഖ്യ (0,2,4,6,8) ആയിരിക്കണം.
- **3-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അക്കങ്ങളുടെ ആകെ കൂട്ടം 3-ൽ വിഭജിക്കാവുന്നത് ആയിരിക്കണം.
- **4-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാനത്തെ രണ്ട് അക്കങ്ങൾ 4-ൽ വിഭജിക്കണം.
- **5-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാന അക്കം 0 അല്ലെങ്കിൽ 5 ആയിരിക്കണം.
- **6-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** 2-ലും 3-ലും വിഭജിക്കണം.
- **7-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാന അക്കം ഇരട്ടിയാക്കി (double), ശേഷിക്കുന്ന അക്കങ്ങളിൽ നിന്ന് കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ 7-ൽ വിഭജിക്കണം.
- **8-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാനത്തെ 3 അക്കങ്ങൾ 8-ൽ വിഭജിക്കണം.
- **9-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അക്കങ്ങളുടെ ആകെ കൂട്ടം 9-ൽ വിഭജിക്കണം.
- **10-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാന അക്കം 0 ആയിരിക്കണം.
- **11-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അക്കങ്ങളുടെ അമിതവും അന്യവും (alternate sum) തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 11-ൽ വിഭജിക്കണം.

- **12-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** 3-ലും 4-ലും വിഭജിക്കണം.
- **13-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാന അക്കം $\times 4 +$ ശേഷിച്ച സംഖ്യ $\rightarrow$ 13-ൽ വിഭജിക്കണം.
- **17-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാന അക്കം $\times 5 -$ ശേഷിച്ച സംഖ്യ $\rightarrow$ 17-ൽ വിഭജിക്കണം.
- **19-ൽ വിഭജിക്കാനാകണമെങ്കിൽ:** അവസാന അക്കം ഇരട്ടിയാക്കി, ശേഷിച്ച സംഖ്യയിൽ ചേർക്കുക $\rightarrow$ 19-ൽ വിഭജിക്കണം.

ആശയം 2: Trailing Zeroes

- ഒരു ശൂന്യം (0) ഉണ്ടാകാൻ 2×5 factor വേണം.
- $10 = 2 \times 5$
- $100 = 2^2 \times 5^2$
- $1000 = 2^3 \times 5^3$

അതിനാൽ, n എണ്ണം ശൂന്യങ്ങൾ ഉണ്ടാകണമെങ്കിൽ, n എണ്ണം (2,5) കൂട്ടുകൾ വേണം.

ആശയം 3: Factorial-ൽ (n!) Trailing Zeroes

ഫോർമുല:

$$\text{Trailing Zeroes} = \frac{n}{5} + \frac{n}{25} + \frac{n}{125} + \dots$$

ഉദാഹരണം 1: 100!

$$100/5 + 100/25 = 20 + 4 = 24 \text{ ശൂന്യങ്ങൾ}$$

ഉദാഹരണം 2: 200!

$$200/5 + 200/25 + 200/125 = 40 + 8 + 1 = 49 \text{ ശൂന്യങ്ങൾ}$$

കാരണം: ഓരോ 5-ന്റെ ഗുണിതവും കുറഞ്ഞത് ഒരു 5 factor നൽകും. $25 = 5^2$ ആയതിനാൽ, ഓരോ 25-ന്റെയും ഗുണിതം അധികമായി 5 നൽകും.

ആശയം 4: Unit Digit (യൂണിറ്റ് അക്കം)

ഉദാഹരണം:

$$1234 \rightarrow \text{യൂണിറ്റ് അക്കം} = 4$$

- $(23 + 34 + 46 + 78) = 181 \rightarrow \text{യൂണിറ്റ് അക്കം} = 1$
- $(31 \times 33 \times 37 \times 39 \times 43) \rightarrow \text{യൂണിറ്റ് അക്കങ്ങൾ } (1 \times 3 \times 7 \times 9 \times 3 = 567) \rightarrow \text{യൂണിറ്റ് അക്കം} = 7$

Unit digit of powers:

- 0, 1, 5, 6 $\rightarrow$ ഏതെങ്കിലും power-ൽ മാറ്റമില്ല.
- 4, 9 $\rightarrow$ Odd power $\rightarrow$ 4,9 ; Even power $\rightarrow$ 6,1
- 2, 3, 7, 8 $\rightarrow$ cyclicity = 4 (power അനുസരിച്ച് unit digit മാറും).

ആശയം 5: Remainder Theorem

ഫോർമുല:

$$\text{Dividend} = \text{Quotient} \times \text{Divisor} + \text{Remainder}$$

ഉദാഹരണം:

$$8 \div 3 \rightarrow 8 = 2 \times 3 + 2 \rightarrow \text{remainder} = 2$$

സാധാരണ നിയമം:

$(p \times q \times r) \div X \rightarrow \text{remainders } (pR, qR, rR)$ എടുത്ത് product കണ്ടെത്തി വീണ്ടും X-ൽ വിഭജിക്കാം.

ഉദാഹരണം:

$$(361 \times 363) \div 12$$

$$361 \div 12 \rightarrow \text{remainder} = 1$$

$$363 \div 12 \rightarrow \text{remainder} = 3$$

$$\text{Product} = 1 \times 3 = 3 \rightarrow \text{remainder} = 3$$

ആശയം 6: Negative Remainder

സാധാരണയായി remainder negative ആകരുത്. എന്നാൽ, സൗകര്യപരമായ ചിലപ്പോൾ negative remainder എടുക്കാം.

ഉദാഹരണം:

$$15 \div 16$$

$$\rightarrow \text{remainder} = 15$$

$$\rightarrow \text{അല്ലെങ്കിൽ remainder} = -1 \quad (16-1 = 15)$$

$$-2 \text{ എന്ന remainder ഉണ്ടെങ്കിൽ, യഥാർത്ഥ remainder} = 23-2 = 21.$$

ആശയം 7: Fermat's Theorem

p = prime number, a = coprime with p ആയാൽ:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

ഉദാഹരണം:

$$3^{36} \div 37 \rightarrow \text{remainder} = 1$$

ആശയം 8: Wilson's Theorem

p = prime number ആയാൽ:

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p} \quad \text{അഥവാ} \quad \text{remainder} = p-1$$

ഉദാഹരണം:

$$4! \div 5 \rightarrow \text{remainder} = 4$$

ആശയം 9: Cyclicity

ചില power-കൾ ആവർത്തനത്തിൽ (cycle) remainder നൽകും.

ഉദാഹരണം:

$$21^{22} \div 36 \rightarrow \text{remainder} = 3$$

ആശയം 10: Recurring Decimal to Fraction

Recurring decimal = ഒരു digit/അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിച്ച് വരുന്ന decimal.

ഉദാഹരണങ്ങൾ:

$$46.374374... , 5173.8383... , 0.3333... (=0.\overline{3})$$

Case 1: $0.abcd$ (പൂർണ്ണമായി ആവർത്തിക്കുന്നത്)

$$0.\overline{abcd} = \frac{abcd}{9999}$$

ഉദാഹരണം:

$$0.\overline{7} = \frac{7}{9}$$

$$0.12\overline{5} = \frac{125}{999}$$

Case 2: $0.ab\dots cd$ (ഭാഗിക ആവർത്തനം)

$$0.\overline{abcd} = \frac{(abcd - ab)}{(99..00)}$$

ഉദാഹരണം:

$$0.123\overline{4} = (1234-12)/9900 = 1222/9900 = 611/4950$$

$$0.006\overline{9} = 69/9900 = 23/3300$$



പഠനലക്ഷ്യം

സരളീകരണവും സ്ഥൂലഗണനവും (Simplification and Approximation) എന്ന അധ്യായത്തിലെ 11 ആശയങ്ങൾ പഠിച്ച്, അവയിൽ നിന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന വിവിധ തരം ചോദ്യങ്ങൾ ആശയവ്യക്തതയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പരിഹരിക്കാൻ പഠിക്കുക.

ഈ അധ്യായത്തിലെ വ്യത്യസ്ത ആശയങ്ങൾ (Concepts):

ആശയം 1: BODMAS നിയമത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി

ആശയം 2: യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് രീതി (Unit Digit Method)

ആശയം 3: ഡിജിറ്റ് സം രീതി (Digit Sum Method)

ആശയം 4: വർഗ്ഗമൂലവും ഘനമൂലവും (Square Root and Cube Root)

ആശയം 5: കരണികൾ / സർഡ്സ് (Surds) & സൂചികകൾ (Indices)

ആശയം 6: ശതമാനം സരളീകരണം (Percentage Simplification)

ആശയം 7: ഭിന്നസംഖ്യാ സരളീകരണം (Fraction Simplification)

ആശയം 8: ദശാംശ സംഖ്യാ സരളീകരണം (Decimal Simplification)

ആശയം 9: തുടർച്ചയായ ഭിന്നം (Continued Fraction)

ആശയം 10: സ്ഥൂലഗണനം (Approximation)

ആശയം 11: പരമ്പര രീതി (Series Method)

V. BODMAS

(Order of operation: Vinculum, Bracket, Of, Division, Multiplication, Addition, Subtraction)

ആശയം 1: BODMAS അടിസ്ഥാനമാക്കി

1. താഴെയുള്ളത് സരളീകരിക്കുക:

$$36 - 2(20 + 12 \div 4 \times 3 - 2 \times 2) + 10$$

a) -4

b) 4

c) 12

d) 14

ഉത്തരം: a) -4

2. താഴെയുള്ളത് സരളീകരിക്കുക:

$$7272 + 2139 - 489 + (3 \times 5 \times 4) - 32 = ?$$

a) 7812

b) 8950

c) 6750

d) 8835

ഉത്തരം: b) 8950

ആശയം 2: യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് മെതഡ് (Unit Digit Method)

യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് (unit digit) മനസ്സിലാക്കാൻ, ആദ്യം സൈക്ലിസിറ്റി (cyclicity) എന്ന ആശയം അറിയേണ്ടതാണ്.

ഇത് ഒരു സംഖ്യയുടെ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് (അവസാന അക്കം) ഏതെങ്കിലും ഘാതത്തിലേക്ക് (power) ഉയർത്തുമ്പോൾ ആവർത്തിച്ച് വരുന്ന ഒരു ക്രമരീതി (pattern) സംബന്ധിച്ചതാണ്. യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റിന്റെ ആശയം മനസ്സിലാക്കാൻ, 0 മുതൽ 9 വരെയുള്ള അക്കങ്ങൾ ഘാതങ്ങളിലേക്ക് (powers) ഉയർത്തുമ്പോൾ വരുന്ന യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റുകൾ പരിശോധിക്കാം. ഇവയെ മൂന്നു വിഭാഗങ്ങളായി തിരിച്ചിരിക്കുന്നു:

1. 0, 1, 5, 6 എന്ന അക്കങ്ങൾ

ഈ അക്കങ്ങൾ ഏതെങ്കിലും ഘാതത്തിലേക്ക് (power) ഉയർത്തിയാലും യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് തന്നെയായിരിക്കും.

$$0^n=0, 1^n=1, 5^n=5, 6^n=6$$

ഉദാഹരണം: താഴെ പറയുന്ന സംഖ്യകളുടെ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് കണ്ടെത്തുക:

- $185^{563} \Rightarrow 5$
- $271^{6987} \Rightarrow 1$
- $156^{25369} \Rightarrow 6$
- $190^{654789321} \Rightarrow 0$

2. 4, 9 എന്ന അക്കങ്ങൾ

ഈ അക്കങ്ങൾക്ക് 2-ഘട്ട cyclicity മാത്രമേയുള്ളൂ.

4ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:

$$4^1=4, 4^2=16, 4^3=64, \dots$$

അതിനാൽ, 4ന്റെ cyclicity = {4, 6}

- ഘാതം ഒറ്റ സംഖ്യ (odd) ആയാൽ $\rightarrow$ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 4
- ഘാതം സമ സംഖ്യ (even) ആയാൽ $\rightarrow$ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 6

9ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:

$$9^1=9, 9^2=81, 9^3=729, \dots$$

അതിനാൽ, 9ന്റെ cyclicity = {9, 1}

- ഘാതം ഒറ്റ സംഖ്യ (odd) ആയാൽ $\rightarrow$ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 9
- ഘാതം സമ സംഖ്യ (even) ആയാൽ $\rightarrow$ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 1

ഉദാഹരണം:

- $189^{562589743} \Rightarrow 9$
- $279^{698745832} \Rightarrow 1$
- $154^{258741369} \Rightarrow 4$
- $194^{65478932} \Rightarrow 6$

3. 2, 3, 7, 8 എന്ന അക്കങ്ങൾ

ഈ അക്കങ്ങൾക്ക് 4 ഘട്ട cyclicity ഉണ്ട്.

2ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:

$$2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16 \Rightarrow \{2, 4, 8, 6\}$$

3ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:

$$3^1=3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81 \Rightarrow \{3, 9, 7, 1\}$$

7ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:

$$7^1=7, 7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401 \Rightarrow \{7, 9, 3, 1\}$$

8ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:

$$8^1=8, 8^2=64, 8^3=512, 8^4=4096 \Rightarrow \{8, 4, 2, 6\}$$

Number	Cyclicity	Power Cycle
1	1	1
2	4	2, 4, 8, 6
3	4	3, 9, 7, 1
4	2	4, 6
5	1	5
6	1	6

7	4	7, 9, 3, 1
8	4	8, 4, 2, 6
9	2	9, 1
10	1	0

- $45^2 + 21^2 = X^2 + 257$
a) 51 b) 49 c) 45 d) 47
ഉത്തരം: d) 47
- $X \times 3 = 17^2 - 14^3 + 56^2$
a) 211 b) 205 c) 192 d) 227
ഉത്തരം: d) 227

ആശയം 3: ഡിജിറ്റ് സം മെതഡ് (Digit Sum Method)

ഡിജിറ്റ്-സം രീതി എന്നത് (Add-up method) കൂട്ടൽ, കുറവ്, ഗുണനം, വിഭജനം, വർഗ്ഗം, വർഗ്ഗമൂലം, ഘനമൂലം തുടങ്ങിയ നിരവധി ഗണിതക്രിയകളിൽ ഉത്തരങ്ങൾ ശരിയാണോ എന്ന് വേഗത്തിൽ പരിശോധിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഒരു ലളിതമായ രീതിയാണ്.

പ്രധാന ആശയം

- ഒരു സംഖ്യയിലെ എല്ലാ അക്കങ്ങളും കൂട്ടിച്ചേർത്ത് ആവർത്തിച്ച് പോകുമ്പോൾ ഒടുവിൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഒരു അക്ക (single digit) ആയിരിക്കും.
- ആ അക്കമാണ് ആ സംഖ്യയെ 9-ൽ ഭാഗിച്ചപ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ശേഷം (remainder).
- അതിനാൽ, ഒരു സംഖ്യ 9-ൽ ഭാഗിക്കാവുന്നതാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ ഡിജിറ്റ്-സം (digit-sum) = 0 (അഥവാ 9) ആയിരിക്കും.

Shortcut നിയമം

- Digit-sum കണ്ടെത്തുമ്പോൾ, എല്ലാ 9കളും, 9 ആകുന്ന അക്കങ്ങളുടെ കൂട്ടുകളും ഒഴിവാക്കാം.
- കാരണം അവയെല്ലാം 9-ൽ പൂർണ്ണമായി ഭാഗം ചെയ്യപ്പെടും $\rightarrow$ ശേഷം 0 ആയിരിക്കും.
- അതിനാൽ, digit-sum കണ്ടെത്തൽ വേഗത്തിൽ ചെയ്യാൻ കഴിയും.

ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

- ഒരു സംഖ്യയുടെ digit-sum = 9 ആണെങ്കിൽ, അത് നേരെ 0 ആയി കണക്കാക്കാം.
- $9 \equiv 0 \pmod{9}$
- കാരണം 9-ൽ ഭാഗം ചെയ്താൽ ശേഷം 0 ലഭിക്കും.
- Digit-sum value നെഗറ്റീവ് ആയി വന്നാൽ, അതിലേക്ക് 9 ചേർക്കുക.
- (കാരണം ശേഷം എപ്പോഴും +ve ആയിരിക്കണം).

ഉദാഹരണം (Application):

ചോദ്യം:

- $58 \times 96 \times 62 = ?$
(a) 345246 (b) 345226 (c) 345216 (d) 345236

ഉത്തരം:

Step 1: Digit-sum of each number

$$58 \Rightarrow 5 + 8 = 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4$$

$$96 \Rightarrow 9 + 6 = 15 \Rightarrow 1 + 5 = 6$$

$$62 \Rightarrow 6 + 2 = 8$$

Step 2: Multiply digit-sums

$$4 \times 6 \times 8 = 24 \times 8 = 192$$

$$1 + 9 + 2 = 12 \Rightarrow 1 + 2 = 3$$

digit-sum = 3

Step 3: Options check

(a) $345246 \rightarrow 3+4+5+2+4+6=24 \rightarrow 2+4=6$

(b) $345226 \rightarrow 3+4+5+2+2+6=22 \rightarrow 2+2=4$

(c) $345216 \rightarrow 3+4+5+2+1+6=21 \rightarrow 2+1=3$

(d) $345236 \rightarrow 3+4+5+2+3+6=23 \rightarrow 2+3=5$

ശരിയായ ഉത്തരം: (c) 345216

2. $521 \times 256 + 364 \times 75 + 875 \times 32 = ?$

a) 125256

b) 147776

c) 188676

d) 199676

ഉത്തരം: c) 188676

3. $12^3 + 56^3 + 76^3 - x = 45^2 + 31^3$

a) 416024

b) 434124

c) 430124

d) 412024

ഉത്തരം: d) 412024

ആശയം 4: വർഗ്ഗമൂലവും ഘനമൂലവും (Square and Cube Root)

1. $\sqrt{(\sqrt{42849} + \sqrt{54756})} = ?$

a) 32

b) 41

c) 21

d) 12

2. $\sqrt{1444} + \sqrt{5184} = 22x$. x കണ്ടെത്തുക.

a) 4

b) 12

c) 5

d) 14

3. **ഉത്തരം: 5**

ആശയം 5: കരണികൾ / സർഡ്സ് (Surds) & സൂചികകൾ (Indices)

1. $[6^{3.6} \div 36^{-42}] \cdot 25 = \sqrt{X}$. X കണ്ടെത്തുക:

a) 1296

b) 46656

c) 216

d) 5184

ഉത്തരം: b) 46656

2. $28^{4.9} \times 7^{-1} \times 2^{-2} \{7^{-2.5} \times 2^{-5}\} = 28^x$. x കണ്ടെത്തുക

a) 4.5

b) 7.5

c) 8.5

d) 9

ഉത്തരം: b) 7.5

ആശയം 6: ശതമാനം സരളീകരണം (Percentage Simplification)

1. $12.5\% \text{ of } 5440 + 14 \frac{2}{7} \% \text{ of } 2940 + 6 \frac{1}{4} \% \text{ of } 2240 = ?$

a) 1500

b) 1340

c) 1240

d) 1200

ഉത്തരം: c) 1240

2. $48\% \text{ of } 348 + 26\% \text{ of } 96 = ?$

a) 384

b) 374

c) 192

d) 576

ഉത്തരം: c) 192

ആശയം 7: ഭിന്നസംഖ്യാ സരളീകരണം (Fraction Simplification)

1. $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = ?$

a) $-\frac{13}{24}$

b) $\frac{17}{24}$

c) $\frac{5}{24}$

d) $\frac{13}{24}$

ഉത്തരം: d) $\frac{13}{24}$

2. $(21/4 + 52/4)(6/7 \div 12/14) = ?$

- a) $31/6$ b) $41/3$ c) $31/4$ d) $87/7$

ഉത്തരം: c) $31/4$

ആശയം 8: ദശാംശ സംഖ്യാ സരളീകരണം (Decimal Simplification)

1. $69.69 - 51.54 + 73.64 = X + 32.42$. X കണ്ടെത്തുക.

- a) 73.64 b) 51.54 c) 59.37 d) 69.69

ഉത്തരം: c) 59.37

2. $(81.84 + 118.16) \div 5^3 = 1.2 \times 2 + ?$

- a) 0.8 b) -0.8 c) 0.6 d) -0.6

ഉത്തരം: b) -0.8

ആശയം 9: തുടർച്ചയായ ഭിന്നം (Continued Fraction)

1. $\frac{2}{2 + \frac{2}{3 + \frac{2}{3 + \frac{2}{3}}}} \times 39 = ?$

- a) 6 b) 3 c) $1/3$ d) ഇവയിലൊന്നുമല്ല

ഉത്തരം: d) (100/111)

ആശയം 10: സ്ഥൂലഗണനം (Approximation)

1. $660 \times ? + 495.85 - 60\% \text{ of } 9650 = 37.5\% \text{ of } 7200$. ? കണ്ടെത്തുക

- a) 12 b) 18 c) 15 d) 20

ഉത്തരം: a) 12

2. $12.5\% \text{ of } 448 + 62.5\% \text{ of } 96 + 37.5\% \text{ of } 56 = ?$

- a) 135 b) 132 c) 140 d) 137

ഉത്തരം: d) 137

ആശയം 11: സീരീസ് (പരമ്പര) മെതഡ് (Series Method)

1. $1 + 11 + 111 + 1111 = ?$

- a) 123 b) 1234 c) 12345 d) 123456

ഉത്തരം: b) 1234

2. $5 + 55 + 555 = ?$

- a) 123 b) 615 c) 246 d) 738

ഉത്തരം: b) 615

എച്ച്.സി.എഫ് (HCF) & എൽ.സി.എം (LCM)



പഠനലക്ഷ്യം

ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ പഠനത്തിലൂടെ വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക്,

- ഗുണകങ്ങളും (Factors) ഗുണിതങ്ങളും (Multiples) മനസ്സിലാക്കാനും,
- എച്ച്.സി.എഫ് (Highest Common Factor), എൽ.സി.എം (Least Common Multiple) കണ്ടെത്താനും,
- സംഖ്യകളുടേയും ഭിന്നസംഖ്യകളുടേയും എച്ച്.സി.എഫ്, എൽ.സി.എം കണ്ടെത്താനും,
- ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ എച്ച്.സി.എഫ്, എൽ.സി.എം മനസ്സിലാക്കാനും,
- സംഖ്യകൾ, HCF, LCM തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പഠിക്കാനും കഴിയും.

അദ്ധ്യായത്തിലെ പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

1. Factors (ഗുണകങ്ങൾ)
2. Common Factors (സാധാരണ ഗുണകങ്ങൾ)
3. Co-prime Numbers (സഹ-അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ)
4. Highest Common Factor (HCF)
5. HCF of Polynomials (ബഹുപദങ്ങളുടെ HCF)
6. Multiples (ഗുണിതങ്ങൾ)
7. Common Multiples (സാധാരണ ഗുണിതങ്ങൾ)
8. Least Common Multiple (LCM)
9. LCM of Polynomials (ബഹുപദങ്ങളുടെ LCM)
10. HCF and LCM of Fractions (ഭിന്നങ്ങളുടെ HCF & LCM)
11. HCF of Decimal Numbers (ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ HCF)
12. LCM of Decimal Numbers (ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ LCM)
13. Relation between Product, HCF & LCM (ഉൽപ്പന്നവും HCF & LCM-ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം)

അവതാരിക

ഈ പാഠത്തിൽ പ്രധാനമായും രണ്ട് കാര്യങ്ങളാണ് പഠിക്കുന്നത്:

- **HCF (Highest Common Factor)** → ഏറ്റവും വലിയ പൊതുഗുണകരം
- **LCM (Least Common Multiple)** → ഏറ്റവും ചെറിയ പൊതുഗുണിതം

ആശയം 1: Factors (ഗുണകങ്ങൾ)

ഒരു സംഖ്യയെ ലഭിക്കാൻ, രണ്ടോ അതിലധികമോ സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഗുണിക്കാം. ആ സംഖ്യകൾ തന്നെയാണ് ഗുണകങ്ങൾ.

എല്ലാ സംഖ്യകൾക്കും 1 ഒരു ഗുണകരമാകുന്നു.

ഉദാഹരണം:

12-ന്റെ Factors = 1, 2, 3, 4, 6, 12

ആശയം 2: Common Factors (സാധാരണ ഗുണകങ്ങൾ)

രണ്ട് (അല്ലെങ്കിൽ കൂടുതൽ) സംഖ്യകളെ പൂർണ്ണമായി വിഭജിക്കുന്ന ഗുണകങ്ങൾ.

ഉദാഹരണം:

12, 18-ന്റെ Common Factors = 1, 2, 3, 6

ആശയം 3: Co-prime Numbers (സഹ-അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ)

Common Factor 1 മാത്രമേയുള്ളൂ എങ്കിൽ ആ സംഖ്യകളെ **Co-prime** അല്ലെങ്കിൽ **Relatively Prime** എന്ന് പറയുന്നു.

ഉദാഹരണം:

4, 15 → Co-prime numbers.

ആശയം 4: Highest Common Factor (HCF)

രണ്ട് (അല്ലെങ്കിൽ കൂടുതൽ) സംഖ്യകളെ കൃത്യമായി വിഭജിക്കുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ HCF ആണ്.

ഇത് **Greatest Common Divisor (GCD)** എന്നും വിളിക്കുന്നു.

HCF കണ്ടെത്താനുള്ള രീതികൾ:

(a) Prime Factorization Method

ഉദാഹരണം 1:

20, 12-ന്റെ HCF കണ്ടെത്തുക.

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

Common prime factor = 2^2

$$\text{HCF} = 4$$

ഉദാഹരണം 2:

36, 24, 48, 12-ന്റെ HCF കണ്ടെത്തുക.

2	36, 24, 48, 12
2	18, 12, 24, 6
3	9, 6, 12, 3
	3, 2, 4, 1

$$\text{HCF} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

(b) Division Method

ഉദാഹരണം: 24, 15-ന്റെ HCF കണ്ടെത്തുക.

- Step 1: $24 \div 15 \rightarrow \text{remainder} = 9$

	1	→ Quotient
Divisor ← 15	24	→ Dividend
	15	
Remainder ← 9		

- Step 2: $15 \div 9 \rightarrow \text{remainder} = 6$

	1	
15	24	
	15	1
	9	15
		9

- Step 3: $9 \div 6 \rightarrow \text{remainder} = 3$

$$\begin{array}{r}
 15 \overline{) 24} \\
 \underline{15} 1 \\
 9 \overline{) 15} \\
 \underline{9} 1 \\
 6 \overline{) 9} \\
 \underline{6} 2 \\
 3 \overline{) 6} \\
 \underline{6} \\
 0
 \end{array}$$

- Step 4: $6 \div 3 \rightarrow \text{remainder} = 0$
അവസാന divisor = 3 $\rightarrow$ **HCF = 3**

ആശയം 5: HCF of Polynomials

രണ്ട് (അല്ലെങ്കിൽ കൂടുതൽ) ബഹുപദങ്ങൾ factorize ചെയ്താൽ, പൊതുവായ factors-ന്റെ product ആണ് HCF.

ഉദാഹരണം:

$$16x^3(x-1)^3(x+1), 4xy(x+1)^2(x-1)$$

$$\text{HCF} = 4x(x+1)(x-1) = 4x(x^2-1)$$

ആശയം 6: Multiples (ഗുണിതങ്ങൾ)

ഒരു സംഖ്യയെ കൃത്യമായി വിഭജിക്കുന്ന എല്ലാ സംഖ്യകളും multiples ആണ്.

ഉദാഹരണം:

5-ന്റെ Multiples = 5, 10, 15, 20, 25, ...

ആശയം 7: Common Multiples

രണ്ട് (അല്ലെങ്കിൽ കൂടുതൽ) സംഖ്യകളെ ഒരുപോലെ വിഭജിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ.

ഉദാഹരണം:

- 3-ന്റെ Multiples: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 ...
- 4-ന്റെ Multiples: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 ...
- **Common Multiples = 12, 24, 36, 48 ...**

ആശയം 8: Least Common Multiple (LCM)

രണ്ട് (അല്ലെങ്കിൽ കൂടുതൽ) സംഖ്യകളെ കൃത്യമായി വിഭജിക്കുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ ആണ് LCM.

ഉദാഹരണം:

20, 12-ന്റെ LCM കണ്ടെത്തുക.

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$\text{LCM} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

LCM of 12 and 20

2	<u>12</u>	<u>20</u>
2	<u>6</u>	<u>10</u>
3	<u>3</u>	5
5	1	<u>5</u>
	1	1

$$\text{LCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{LCM} = 60$$

ആശയം 9: LCM of Polynomials

Factorization ചെയ്തു കിട്ടുന്ന എല്ലാ prime factors-നും ഏറ്റവും വലിയ power എടുത്താൽ കിട്ടുന്നതാണ് LCM.

ഉദാഹരണം:

$$(x^2 - 8), (x^2 - 4)$$

$$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4), (x + 2)(x - 2)$$

$$\text{LCM} = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 2x + 4) = (x + 2)(x^3 - 8)$$

ആശയം 10: Fractions-ന്റെ HCF & LCM

$$\bullet \text{ HCF} = \frac{\text{HCF of numerators}}{\text{LCM of denominators}}$$

$$\bullet \text{ LCM} = \frac{\text{LCM of numerators}}{\text{HCF of denominators}}$$

ഉദാഹരണം:

$4\frac{1}{2}, \frac{6}{2}, 10\frac{1}{2}$ -ന്റെ HCF, LCM കണ്ടെത്തുക.

$$4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$10\frac{1}{2} = \frac{21}{2}$$

$$\text{HCF} = \frac{\text{HCF of } 9, 3, 21}{\text{LCM of } 2, 1, 2} = 3$$

$$\text{LCM} = \frac{\text{LCM of } 9, 3, 21}{\text{HCF of } 2, 1, 2} = 63$$

ആശയം 11: HCF of Decimals

Step 1: Decimals ഒഴിവാക്കി HCF കണ്ടെത്തുക.

Step 2: Maximum decimal places അനുസരിച്ച് decimal point ഇടുക.

ഉദാഹരണം:

$$0.6, 9.6, 0.36$$

$$\text{HCF of } 60, 960, 36 = 12$$

$$\text{HCF of } 0.60, 9.60, 0.36 = 0.12$$

ആശയം 12: LCM of Decimals

Step 1: Decimals ഒഴിവാക്കി LCM കണ്ടെത്തുക.

Step 2: Decimal point ശരിയായ സ്ഥാനത്ത് വെക്കുക.

ഉദാഹരണം:

0.6, 9.6, 0.36

LCM of 60, 960, 36 = 2880

LCM of 0.60, 9.60, 0.36 = 28.8

ആശയം 13: സംഖ്യകൾ, HCF, LCM തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

Product of n numbers = HCF × LCM

ഉദാഹരണം:

1. സാറ സ്വന്തം ഒരു കാഫി ഷോപ്പ് തുടങ്ങാൻ തീരുമാനിച്ചു. വാടക, വൈദ്യുതി-ജലം, ശമ്പളം, സാമഗ്രികൾ എന്നിവയ്ക്കുള്ള മാസച്ചിലവ് \$8,000 ആയി അവൾ കണക്കാക്കി. ആദ്യ മാസത്തിൽ, കാഫി ഷോപ്പിൽ നിന്നുള്ള വിറ്റുവരവ് \$10,000 ആയിരുന്നു. അതിനാൽ, ആ മാസത്തെ സാറയുടെ ലാഭം = വിറ്റുവരവ് - ചെലവ് = \$10,000 - \$8,000 = \$2,000.

എന്നാൽ, അടുത്ത മാസത്തിൽ, വരുന്ന ഉപഭോക്താക്കളുടെ എണ്ണം കുറവായതിനാൽ വിറ്റുവരവ് \$7,000 ആയി കുറഞ്ഞാൽ, അവളുടെ നഷ്ടം = ചെലവ് \$8,000 - വിറ്റുവരവ് \$7,000 = \$1,000 ആയിരിക്കും.

2. ആലക്സ് \$5,000 കൊടുത്ത് ഒരു സെക്കൻഡ്ഹാൻഡ് കാർ വാങ്ങി, അത് ലാഭത്തോടെ വിറ്റഴിക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു. വാങ്ങിയ ശേഷം, കാർ അറ്റകുറ്റപ്പണികൾക്കും മെച്ചപ്പെടുത്തലുകൾക്കും അദ്ദേഹം \$500 അധികമായി ചെലവഴിച്ചു. തുടർന്ന്, അദ്ദേഹം കാർ \$6,200-ക്ക് വിറ്റു.

ലാഭം കണ്ടെത്താൻ, ആലക്സ് മൊത്തം ചെലവായ \$5,500 (വാങ്ങിയത് \$5,000 + അറ്റകുറ്റപ്പണി \$500) വിറ്റ വിലയിൽ നിന്ന് കുറച്ചു:

$$\$6,200 - \$5,500 = \$700$$

അതിനാൽ, ആലക്സിന്റെ ലാഭം \$700 ആണ്.

3. ജെയ്മി, ഒരു സ്വതന്ത്ര ഗ്രാഫിക് ഡിസൈനർ, \$2,000 രൂപ ലഭിക്കുന്ന ഒരു പ്രോജക്ട് ഏറ്റെടുത്തു. ആ മാസത്തെ സോഫ്റ്റ്‌വെയർ സബ്സ്ക്രിപ്ഷനുകൾ, ഇന്റർനെറ്റ്, മറ്റു സൗകര്യങ്ങൾ എന്നിവയ്ക്കുള്ള അവളുടെ ചെലവ് \$300 ആണ്. അതിനാൽ, ജെയ്മിയുടെ ആ പ്രോജക്ടിലെ ലാഭം = \$2,000 (വരുമാനം) - \$300 (ചെലവ്) = \$1,700.

എന്നാൽ, മറ്റൊരു മാസത്തിൽ ജെയ്മിക്ക് \$250 മാത്രം ലഭിക്കുന്ന ഒരു പ്രോജക്ട് ലഭിച്ചാൽ, അവളുടെ നഷ്ടം = ചെലവ് - വരുമാനം = \$300 - \$250 = \$50 ആയിരിക്കും.

4. മാർക്ക് ഒരു ടെക്നോളജി കമ്പനിയുടെ ഓഫീസുകളിൽ \$10,000 നിക്ഷേപിച്ചു. ഒരു വർഷത്തിനുള്ളിൽ, അവന്റെ നിക്ഷേപത്തിന്റെ മൂല്യം \$12,000 ആയി വളർന്നു. അതിനാൽ, അവന്റെ ലാഭം = \$12,000 (അവസാന മൂല്യം) - \$10,000 (ആരംഭ നിക്ഷേപം) = \$2,000.

അതേസമയം, വിപണിമൂല്യം കുറഞ്ഞ്, വർഷാവസാനത്തിൽ അവന്റെ നിക്ഷേപം \$9,000 മാത്രമായിരുന്നെങ്കിൽ, മാർക്കിന് സംഭവിക്കുന്ന നഷ്ടം = \$10,000 (ആരംഭ നിക്ഷേപം) - \$9,000 (അവസാന മൂല്യം) = \$1,000 ആയിരിക്കും.



അടിസ്ഥാന ആശയം

രണ്ട് അളവുകളെ ഭാഗാകാരത്തിൽ (division) താരതമ്യം ചെയ്താൽ അതിനെ അംശബന്ധം (Ratio) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

അംശബന്ധങ്ങൾ (Ratios) ഉപയോഗിക്കുന്നത്, ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊരു സംഖ്യയുടെ ഭാഗം (fraction) ആയി പ്രകടിപ്പിക്കേണ്ടിട്ടത്താണ്.

രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ സമം (equal) ആണെന്ന് കാണിക്കുന്നതിനെ അനുപാതം (Proportion) എന്ന് പറയുന്നു.

അംശബന്ധം വിവിധ രൂപങ്ങളിൽ എഴുതാം: $x : y$ അല്ലെങ്കിൽ x / y . ഇത് “ x is to y ” അഥവാ “ x y-യോട് ഉള്ളത്” എന്ന് വായിക്കാറുണ്ട്.

അതേസമയം, അനുപാതം ഒരു സമീകരണം (equation) ആണ്, അത് രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ സമാനമാണെന്ന് പറയുന്നു. അനുപാതം $x : y :: z : w$ എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതുന്നു. ഇത് “ x is to y as z is to w ” എന്ന് വായിക്കാം.

ഉദാഹരണത്തിന്, രണ്ട് അളവുകൾ x ഉം y ഉം ഉണ്ടെങ്കിൽ, x -ന് y -യോടുള്ള അംശബന്ധം (ratio of x to y) = $x : y$ എന്ന രീതിയിൽ എഴുതാം.

ഒരു അംശബന്ധത്തിലെ ആദ്യ സംഖ്യയെ (x) ആന്റേസഡൻറ്റ് (Antecedent) / പുരോവാക്യം എന്നും, രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയെ (y) കാൻസക്വൻറ്റ് (Consequent) / പര്യവാക്യം എന്നും വിളിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം:

$$18 : 45 = 2 : 5$$

$$18 : 45 \rightarrow (2 \times 9) : (5 \times 9)$$

പഠനലക്ഷ്യം

‘അംശബന്ധവും അനുപാതവും’ എന്ന അധ്യായത്തിലെ പ്രധാന 6 ആശയങ്ങൾ പഠിച്ച്, അവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വരുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ ആശയവ്യക്തതയോടെ പരിഹരിക്കാൻ പഠിക്കുക.

ഈ അധ്യായത്തിലെ ആശയങ്ങൾ

- ആശയം 1: അംശബന്ധത്തിന്റെ സൂത്രങ്ങൾ (Ratio Formulas)
- ആശയം 2: ഡ്യൂപ്ലിക്കേറ്റ് (Duplicate) & ട്രിപ്പിളിക്കേറ്റ് (Triplicate) അംശബന്ധങ്ങൾ
- ആശയം 3: അനുപാതവും മധ്യാനുപാതവും (Proportion and Mean Proportion)
- ആശയം 4: ഭിന്നങ്ങളുടെ അംശബന്ധം (Ratio of Fractions)
- ആശയം 5: ഗുണകവും അംശബന്ധവും (Coefficient and Ratios)
- ആശയം 6: അംശബന്ധങ്ങളുടെ സംയോജനം (Combination of Ratios)

അടിസ്ഥാന ആശയങ്ങൾ

ആശയം 1: അനുപാതത്തിന്റെ (Proportion) സൂത്രങ്ങൾ

അനുപാതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന പ്രധാന സൂത്രങ്ങൾ:

- $a : b = c : d$ ആണെങ്കിൽ, $(a + c) : (b + d)$
- $a : b = c : d$ ആണെങ്കിൽ, $(a - c) : (b - d)$
- $a : b = c : d$ ആണെങ്കിൽ, $(a - b) : b = (c - d) : d$
- $a : b = c : d$ ആണെങ്കിൽ, $(a + b) : b = (c + d) : d$
- $a : b = c : d$ ആണെങ്കിൽ, $a : c = b : d$
- $a : b = c : d$ ആണെങ്കിൽ, $b : a = d : c$
- $a : b = c : d$ ആണെങ്കിൽ, $(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$
- $a \propto b$ (a is proportional to b) എങ്കിൽ, $a = kb$ (k ഒരു സ്ഥിരാങ്കം)
- $a \propto 1/b$ (a is inversely proportional to b) എങ്കിൽ, $a = k/b$ (k ഒരു സ്ഥിരാങ്കം)
- ഒരു അംശബന്ധത്തെ ഒരു സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലും/ഭാഗിച്ചാലും, അത് Equivalent Ratio (സമാനാനുപാതം) തന്നെയായിരിക്കും.

ആശയം 2: ഡ്യൂപ്ലിക്കേറ്റ് (Duplicate) & ട്രിപ്പ്ലിക്കേറ്റ് (Triplicate) അംശബന്ധം

ഇവയ്ക്കുള്ള ചോദ്യങ്ങൾ സാധാരണ $x : y$ എന്ന അംശബന്ധത്തിന്റെ ചതുരം/ഘനം എടുത്ത് കാണിക്കുന്ന രീതിയിലാണ്. ഉദാ: $x^2 : y^2 \rightarrow$ ഡ്യൂപ്ലിക്കേറ്റ്, $x^3 : y^3 \rightarrow$ ട്രിപ്പ്ലിക്കേറ്റ്.

ആശയം 3: അനുപാതവും മധ്യാനുപാതവും (Proportion & Mean Proportion)

- രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ തുല്യമായാൽ അതിനെ അനുപാതം (Proportion) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം:

a, b, c, d അനുപാതത്തിലാണ് $\rightarrow a/b = c/d$

- **മധ്യാനുപാതം (Mean Proportion):**
- a, b, c സാമാനുപാതത്തിലാണ് $\rightarrow a/b = b/c$
- ഇവിടെ b ആണ് മധ്യാനുപാതം.

ആശയം 4: ഭിന്നങ്ങളുടെ അംശബന്ധം (Ratio of Fractions)

ചോദ്യം:

$\frac{4}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ എന്നതിന്റെ അംശബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം:

Step 1: ഭിന്നങ്ങളുടെ ഹരങ്ങളുടെ LCM കണ്ടെത്തുക.

$\text{LCM}(5, 4, 2) = 20$

Step 2: ഓരോ ഭിന്നത്തെയും 20 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$$\frac{4}{5} \times 20 : \frac{3}{4} \times 20 : \frac{1}{2} \times 20 = 16 : 15 : 10$$

ഉത്തരം: $16 : 15 : 10$

ആശയം 5: ഗുണകവും അംശബന്ധവും (Coefficient and Ratios)

Hiding Method

ചോദ്യം:

$2A = 3B = 4C$. $A : B : C$ കണ്ടെത്തുക.

Step 1:

- A -യുടെ മൂല്യം കണ്ടെത്താൻ, A -യുടെ ഗുണകത്തെ മറച്ചു വെച്ച്, B -യുടെ ഗുണകവും C -യുടെ ഗുണകവും ഗുണിക്കുക.
- അതുപോലെ B, C -യ്ക്കും ചെയ്യുക.

Step 2:

$$A : B : C = (3 \times 4) : (2 \times 4) : (2 \times 3) = 12 : 8 : 6 = 6 : 4 : 3$$

ഉത്തരം: $A : B : C = 6 : 4 : 3$

ആശയം 6: അംശബന്ധങ്ങളുടെ സംയോജനം (Combination of Ratios)

രീതി 1:

$x : y$, $y : z$ എന്നീ രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ നൽകിയാൽ, അവ ചേർത്ത് $x : y : z$ രൂപത്തിൽ എഴുതാം.

രീതി 2:

നേരിട്ട് cross multiplication ഉപയോഗിച്ച് ആവശ്യമായ സംയോജനം കണ്ടെത്താം.

