Toppersnotes®

Unleash the topper in you

KPSC

Company Board LGS - Last Grade Servants

10th Level (Prelims & Mains)

Volume - 3

ക്വാണ്ടിറ്റേറ്റീവ് ആപ്റ്റിറ്റ്യൂഡ് & റീസണിംഗ് (Quantitative Aptitude & Reasoning)

SIERRA INNOVATIONS

INDEX

S No.	Chapter Title	Page No.
1	സരളീകരണവും സ്ഥൂലഗണനവും (Simplification and Approximation)	1
2	അംശബന്ധവും അനുപാതവും (Ratio & Proportion)	6
3	ശതമാനം (Percentage)	9
4	ശരാശരി (Average)	11
5	എച്ച്.സി.എഫ് (HCF) & എൽ.സി.എം (LCM) [HCF & LCM]	13
6	സംഖ്യാവ്യവസ്ഥ (Number System)	18
7	മിശ്രിതം, ആലിഗേഷൻ (Mixture & Alligation)	21
8	പ്രായവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ (Problems on Ages)	25
9	പങ്കാളിത്തം (Partnership)	29
10	വേഗം, സമയം, ദൂരം (Speed, Time, and Distance)	31
11	വള്ളവും പ്രവാഹവും (Boats and Streams)	35
12	സമയം & ജോലി (Time and Work)	38
13	പൈപ്പുകളും സിസ്റ്റേണുകളും (Pipes and Cistern)	40
14	ലാഭം, നഷ്ടം, വിലക്കുറവ് (Profit, Loss and Discount)	42
15	സാധാരണ പലിശ (Simple Interest)	45
16	കൂട്ടുപലിശ (Compound Interest)	47
17	സ്ഥിതിവിവരക്കണക്കുകൾ (Statistics)	49
18	ക്രമവും ശ്രേണിയും (Sequence & Series)	52
19	ദിശ (Direction)	57
20	രക്തബന്ധങ്ങൾ (Blood Relation)	62
21	സിലോജിസം (Syllogism)	67
22	കോഡിങ് – ഡിക്കോഡിങ് (Coding and Decoding)	71
23	ക്രമവും റാങ്കിംഗും (Order and Ranking) — അടിസ്ഥാന ആശയങ്ങൾ	78

INDEX

S No.	Chapter Title	Page No.
24	**സിലോജിസം** (Syllogism)	84
25	**കലണ്ടർ** (Calendar)	88
26	**ഘടികാരം** (Clock)	91
27	**ഘനങ്ങളും പഞ്ചസാരകളും** (Cubes and Dice)	96
28	Venn diagram	100
29	**ക്രിട്ടിക്കൽ റീസണിംഗ്** (Critical Reasoning)	104
30	**പസിൽ** (Puzzle)	108
31	**അനാലജി** (Analogy)	111
32	**ശ്രേണി പരീക്ഷ** (Series Test)	114

INDEX

S No.	Chapter Title	In app
1.	ഡാറ്റ വ്യാഖ്യാനം (Data Interpretation)	
2.	ആൽജിബ്രിക വികാരങ്ങൾ (Algebraic Expressions)	
3.	ജ്യാമിതി (Geometry)	
4.	കോഓർഡിനേറ്റ് ജ്യാമിതി (Coordinate Geometry)	
5.	മെൻസറേഷൻ 2D (Mensuration 2D-മാപനശാസ്ത്രം-അളവുശാസ്ത്രം)	
6.	മെൻസറേഷൻ 3D (Mensuration 3D-മാപനശാസ്ത്രം-അളവുശാസ്ത്രം) – ഉപരിതല വിസ്തീർണം (Surface Area) & ഘനഫലം (Volume) Mensuration 3D – Surface Area & Volume	
7.	ത്രികോണമിതിശാസ്ത്രം (Trigonometry)	
8.	ഉയരവും ദൂരവും (Heights and Distances)	
9.	സാദ്ധ്യത (Probability)	
10.	പരമ്യൂട്ടേഷൻ ആൻഡ് കോംബിനേഷൻ (Permutation & Combination)	
11.	വാക്കുകളുടെ രൂപീകരണം (Word Formation)	
12.	ആകൃതികളുടെ എണ്ണം കണ്ടെത്തൽ (Counting Figures)	
13.	അപൂർണ്ണ ആകൃതികളുടെ പൂർത്തീകരണം (Completion of Figure)	

14.	കണ്ണാടി-ജല പ്രതിബിംബങ്ങൾ (Mirror and Water Image)	
15.	ഉൾക്കൊള്ളുന്ന മറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ആകൃതികൾ (Embedded Figure)	
16.	കടലാസ് മടക്കലും മുറിക്കലും (Paper Cutting and Folding)	
17.	SERIES (ക്രമപരമ്പര)	
18.	അനാലജി & സിമിലാരിറ്റി (ഇമേജ് ബേസ്ഡ്) (Analogy and Similarity (Image))	
19.	സിംബൾസ് & നോട്ടേഷൻസ് (Symbols and Notations)	
20.	നമ്പർ സീരീസ് (Number Series)	
21.	മിസ്സിംഗ് നമ്പർ (Missing Number)	
22.	ക്ലാസിഫിക്കേഷൻ (വർഗ്ഗീകരണം) (Classification)	
23.	പദങ്ങളുടെ ലോജിക്കലിൽ ക്രമീകരണം (Arrangement of Word in Logical)	

1 അദ്ധ്യായം

സരളീകരണവും സ്ഥൂലഗണനവും (Simplification and Approximation)

പഠനലക്ഷ്യം

സരളീകരണവും സ്ഥൂലഗണനവും (Simplification and Approximation) എന്ന അധ്യായത്തിലെ **11 ആശയങ്ങൾ** പഠിച്ച്, അവയിൽ നിന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന വിവിധ തരം ചോദ്യങ്ങൾ ആശയവ്യക്തതയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പരിഹരിക്കാൻ പഠിക്കുക.

ഈ അധ്യായത്തിലെ വ്യത്യസ്ത ആശയങ്ങൾ (Concepts):

ആശയം 1: BODMAS നിയമത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി

ആശയം 2: യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് രീതി (Unit Digit Method)

ആശയം 3: ഡിജിറ്റ് സം രീതി (Digit Sum Method)

ആശയം 4: വർഗ്ഗമൂലവും ഘനമൂലവും (Square Root and Cube Root)

ആശയം 5: കരണികൾ / സർഡ്സ് (Surds) & സൂചികകൾ (Indices)

ആശയം 6: ശതമാനം സരളീകരണം (Percentage Simplification)

ആശയം 7: ഭിന്നസംഖ്യാ സരളീകരണം (Fraction Simplification)

ആശയം 8: ദശാംശ സംഖ്യാ സരളീകരണം (Decimal Simplification)

ആശയം 9: തുടർച്ചയായ ഭിന്നം (Continued Fraction)

ആശയം 10: സ്ഥൂലഗണനം (Approximation)

ആശയം 11: പരമ്പര രീതി (Series Method)

V. BODMAS

(Order of operation: **Vinculum, Bracket, Of, Division, Multiplication, Addition, Subtraction**)

ആശയം 1: BODMAS അടിസ്ഥാനമാക്കി

1. താഴെയുള്ളത് സരളീകരിക്കുക:
   36 – 2(20 + 12 ÷ 4 × 3 – 2 × 2) + 10
   a) –4 b) 4 c) 12 d) 14
   ഉത്തരം: a) –4
2. താഴെയുള്ളത് സരളീകരിക്കുക:
   7272 + 2139 – 489 + (3 × 5 × 4) – 32 = ?
   a) 7812 b) 8950 c) 6750 d) 8835
   ഉത്തരം: b) 8950

ആശയം 2: യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് മെതഡ് (Unit Digit Method)

യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് (unit digit) മനസ്സിലാക്കാൻ, ആദ്യം **സൈക്ലിസിറ്റി (cyclicity)** എന്ന ആശയം അറിയേണ്ടതാണ്.

ഇത് ഒരു സംഖ്യയുടെ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് (അവസാന അക്കം) ഏതെങ്കിലും ഘാതത്തിലേക്ക് (power) ഉയർത്തുമ്പോൾ ആവർത്തിച്ച് വരുന്ന ഒരു **ക്രമരീതി (pattern)** സംബന്ധിച്ചതാണ്.

യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റിന്റെ ആശയം മനസ്സിലാക്കാൻ, **0 മുതൽ 9 വരെയുള്ള അക്കങ്ങൾ** ഘാതങ്ങളിലേക്ക് (powers) ഉയർത്തുമ്പോൾ വരുന്ന യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റുകൾ പരിശോധിക്കാം.

ഇവയെ മൂന്നു വിഭാഗങ്ങളായി തിരിച്ചിരിക്കുന്നു:

1. **0, 1, 5, 6 എന്ന അക്കങ്ങൾ**
   ഈ അക്കങ്ങൾ ഏതെങ്കിലും ഘാതത്തിലേക്ക് (power) ഉയർത്തിയാലും യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് **തന്നേതായിരിക്കും.**
   $0^n=0$, $1^n=1$, $5^n=5$, $6^n=6$
   ഉദാഹരണം: താഴെ പറയുന്ന സംഖ്യകളുടെ യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് കണ്ടെത്തുക:
   - $185^{563} \Rightarrow 5$
   - $271^{6987} \Rightarrow 1$
   - $156^{25369} \Rightarrow 6$
   - $190^{654789321} \Rightarrow 0$
2. **4, 9 എന്ന അക്കങ്ങൾ**
   ഈ അക്കങ്ങൾക്ക് 2-ഘട്ട **cyclicity** മാത്രമേയുള്ളൂ.
   4ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:
   $4^1=4$, $4^2=16$, $4^3=64$,...
   അതിനാൽ, 4ന്റെ cyclicity = {4, 6}
   - ഘാതം **ഒറ്റ സംഖ്യ** (odd) ആയാൽ → യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 4
   - ഘാതം **സമ സംഖ്യ** (even) ആയാൽ → യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 6

   9ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:
   $9^1=9$, $9^2=81$, $9^3=729$,...
   അതിനാൽ, 9ന്റെ cyclicity = {9, 1}
   - ഘാതം **ഒറ്റ സംഖ്യ** (odd) ആയാൽ → യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 9
   - ഘാതം **സമ സംഖ്യ** (even) ആയാൽ → യൂണിറ്റ് ഡിജിറ്റ് = 1

   ഉദാഹരണം:
   - $189^{562589743} \Rightarrow 9$
   - $279^{698745832} \Rightarrow 1$
   - $154^{258741369} \Rightarrow 4$
   - $194^{65478932} \Rightarrow 6$
3. **2, 3, 7, 8 എന്ന അക്കങ്ങൾ**
   ഈ അക്കങ്ങൾക്ക് **4 ഘട്ട cyclicity** ഉണ്ട്.
   2ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:
   $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$ ⇒ {2,4,8,6}
   3ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:
   $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$ ⇒ {3,9,7,1}
   7ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:
   $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$ ⇒ {7,9,3,1}
   8ന്റെ ഘാതങ്ങൾ:
   $8^1=8$, $8^2=64$, $8^3=512$, $8^4=4096$ ⇒ {8,4,2,6}

Number	Cyclicity	Power Cycle
1	1	1
2	4	2, 4, 8, 6
3	4	3, 9, 7, 1
4	2	4, 6
5	1	5
6	1	6

7	4	7, 9, 3, 1
8	4	8, 4, 2, 6
9	2	9, 1
10	1	0

1. $45^2 + 21^2 = X^2 + 257$

   a) 51 b) 49 c) 45 d) 47

   ഉത്തരം: d) 47

2. $X \times 3 = 17^2 - 14^3 + 56^2$

   a) 211 b) 205 c) 192 d) 227

   ഉത്തരം: d) 227

ആശയം 3: ഡിജിറ്റ് സം മെതഡ് (Digit Sum Method)

ഡിജിറ്റ്-സം രീതി എന്നത് (Add-up method) കൂട്ടൽ, കുറവ്, ഗുണനം, വിഭജനം, വർഗ്ഗം, വർഗ്ഗമൂലം, ഘനമൂലം തുടങ്ങിയ നിരവധി ഗണിതക്രിയകളിൽ ഉത്തരങ്ങൾ ശരിയാണോ എന്ന് വേഗത്തിൽ പരിശോധിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഒരു ലളിതമായ രീതിയാണ്.

പ്രധാന ആശയം

- ഒരു സംഖ്യയിലെ എല്ലാ അക്കങ്ങളും കൂട്ടിച്ചേർത്ത് ആവർത്തിച്ച് പോകുമ്പോൾ ഒടുവിൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ **ഒരു അക്ക (single digit)** ആയിരിക്കും.
- ആ അക്കമാണ് ആ സംഖ്യയെ 9-ൽ **ഭാഗിച്ചപ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ശേഷം (remainder)**.
- അതിനാൽ, ഒരു സംഖ്യ 9-ൽ **ഭാഗിക്കാവുന്നതാണെങ്കിൽ**, അതിന്റെ **ഡിജിറ്റ്-സമം (digit-sum) = 0 (അഥവാ 9)** ആയിരിക്കും.

Shortcut നിയമം

- Digit-sum കണ്ടെത്തുമ്പോൾ, **എല്ലാ 9കളും, 9 ആകുന്ന അക്കങ്ങളുടെ കൂട്ടുകളും ഒഴിവാക്കാം.**
- കാരണം അവയെല്ലാം 9-ൽ പൂർണ്ണമായി ഭാഗം ചെയ്യപ്പെടും → ശേഷം 0 ആയിരിക്കും.
- അതിനാൽ, digit-sum കണ്ടെത്തൽ വേഗത്തിൽ ചെയ്യാൻ കഴിയും.

ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

1. ഒരു സംഖ്യയുടെ digit-sum = 9 ആണെങ്കിൽ, അത് നേരെ 0 ആയി കണക്കാക്കാം.
2. $9 \equiv 0 \pmod 9$
3. കാരണം 9-ൽ ഭാഗം ചെയ്താൽ ശേഷം 0 ലഭിക്കും.
4. Digit-sum value **നെഗറ്റീവ്** ആയി വന്നാൽ, അതിലേക്ക് 9 ചേർക്കുക.
5. (കാരണം ശേഷം എപ്പോഴും +ve ആയിരിക്കണം).

ഉദാഹരണം (Application):

ചോദ്യം:

1. $58 \times 96 \times 62 = ?$

   (a) 345246 (b) 345226 (c) 345216 (d) 345236

ഉത്തരം:

Step 1: Digit-sum of each number

$58 \Rightarrow 5 + 8 = 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4$

$96 \Rightarrow 9 + 6 = 15 \Rightarrow 1 + 5 = 6$

$62 \Rightarrow 6 + 2 = 8$

Step 2: Multiply digit-sums

$4 \times 6 \times 8 = 24 \times 8 = 192$

$1 + 9 + 2 = 12 \Rightarrow 1 + 2 = 3$

digit-sum = 3

Step 3: Options check

(a) 345246 → 3+4+5+2+4+6=243+4+5+2+4+6=24 → 2+4=6

(b) 345226 → 3+4+5+2+2+6=223+4+5+2+2+6=22 → 2+2=4

(c) 345216 → 3+4+5+2+1+6=213+4+5+2+1+6=21 → 2+1=3

(d) 345236 → 3+4+5+2+3+6=233+4+5+2+3+6=23 → 2+3=5

ശരിയായ ഉത്തരം: (c) **345216**

2. $521 \times 256 + 364 \times 75 + 875 \times 32 = ?$

a) 125256 b) 147776 c) 188676 d) 199676

ഉത്തരം: c) 188676

3. $12^3 + 56^3 + 76^3 - x = 45^2 + 31^3$

a) 416024 b) 434124 c) 430124 d) 412024

ഉത്തരം: d) 412024

ആശയം 4: വർഗ്ഗമൂലവും ഘനമൂലവും (Square and Cube Root)

1. $\sqrt{(\sqrt{42849} + \sqrt{54756})} = ?$

a) 32 b) 41 c) 21 d) 12

2. $\sqrt{1444} + \sqrt{5184} = 22x$. x കണ്ടെത്തുക.

a) 4 b) 12 c) 5 d) 14

3. **ഉത്തരം: 5**

ആശയം 5: കരണികൾ / സർഡ്സ് (Surds) & സൂചികകൾ (Indices)

1. $[6^{3.6} \div 36^{-42}].25 = \sqrt{X}$. X കണ്ടെത്തുക:

a) 1296 b) 46656 c) 216 d) 5184

ഉത്തരം: b) 46656

2. $28^{4.9} \times 7^{.1} \times 2^{.2} \{7^{-2.5} \times 2^{-5}\} = 28^{x}$. X കണ്ടെത്തുക

a) 4.5 b) 7.5 c) 8.5 d) 9

ഉത്തരം: b) 7.5

ആശയം 6: ശതമാനം സരളീകരണം (Percentage Simplification)

1. 12.5% of 5440 + 14 2/7 % of 2940 + 6 ¼ % of 2240 = ?

a) 1500 b) 1340 c) 1240 d) 1200

ഉത്തരം: c) 1240

2. 48% of 348 + 26% of 96 = ?

a) 384 b) 374 c) 192 d) 576

ഉത്തരം: c) 192

ആശയം 7: ഭിന്നസംഖ്യാ സരളീകരണം (Fraction Simplification)

1. $1/4 + 3/8 - 1/2 + 3/4 - 1/3 = ?$

a) –13/24 b) 17/24 c) 5/24 d) 13/24

ഉത്തരം: d) 13/24

2. (21/4 + 52/4)(6/7 ÷ 12/14) = ?

a) 31/6　　b) 41/3　　c) 31/4　　d) 87/7

ഉത്തരം: c) 31/4

ആശയം 8: ദശാംശ സംഖ്യാ സരളീകരണം (Decimal Simplification)

1. 69.69 – 51.54 + 73.64 = X + 32.42. X കണ്ടെത്തുക.

a) 73.64　　b) 51.54　　c) 59.37　　d) 69.69

ഉത്തരം: c) 59.37

2. (81.84 + 118.16) ÷ 5^3 = 1.2 × 2 + ?

a) 0.8　　b) –0.8　　c) 0.6　　d) –0.6

ഉത്തരം: b) –0.8

ആശയം 9: തുടർച്ചയായ ഭിന്നം (Continued Fraction)

1. $\frac{2}{2+\frac{2}{3+\frac{2}{3\frac{2}{3}}}\times.39} = ?$

a) 6　　b) 3　　c) 1/3　　d) ഇവയിലൊന്നുമല്ല

ഉത്തരം: d) (100/111)

ആശയം 10: സ്ഥൂലഗണനം (Approximation)

1. 660 × ? + 495.85 – 60% of 9650 = 37.5% of 7200. ? കണ്ടെത്തുക

a) 12　　b) 18　　c) 15　　d) 20

ഉത്തരം: a) 12

2. 12.5% of 448 + 62.5% of 96 + 37.5% of 56 = ?

a) 135　　b) 132　　c) 140　　d) 137

ഉത്തരം: d) 137

ആശയം 11: സീരീസ് (പരമ്പര) മെതഡ് (Series Method)

1. 1 + 11 + 111 + 1111 = ?

a) 123　　b) 1234　　c) 12345　　d) 123456

ഉത്തരം: b) 1234

2. 5 + 55 + 555 = ?

a) 123　　b) 615　　c) 246　　d) 738

ഉത്തരം: b) 615

2 അദ്ധ്യായം

അംശബന്ധവും അനുപാതവും (Ratio & Proportion)

അടിസ്ഥാന ആശയം

രണ്ട് അളവുകളെ **ഭാഗാകാരത്തിൽ** (division) താരതമ്യം ചെയ്താൽ അതിനെ **അംശബന്ധം** (Ratio) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

അംശബന്ധങ്ങൾ (Ratios) ഉപയോഗിക്കുന്നത്, ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊരു സംഖ്യയുടെ **ഭാഗം** (fraction) ആയി പ്രകടിപ്പിക്കേണ്ടിടത്താണ്.

രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ **സമം** (equal) ആണെന്ന് കാണിക്കുന്നതിനെ **അനുപാതം** (Proportion) എന്ന് പറയുന്നു.

അംശബന്ധം വിവിധ രൂപങ്ങളിൽ എഴുതാം: **x : y** അല്ലെങ്കിൽ **x / y**. ഇത് **"x is to y"** അഥവാ "x y-യോട് ഉള്ളത്" എന്ന് വായിക്കാറുണ്ട്.

അതേസമയം, അനുപാതം ഒരു സമികരണം (equation) ആണ്, അത് രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ സമാനമാണെന്ന് പറയുന്നു. അനുപാതം **x : y : : z : w** എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതുന്നു. ഇത് **"x is to y as z is to w"** എന്ന് വായിക്കാം.

ഉദാഹരണത്തിന്, രണ്ട് അളവുകൾ **x** ഉം **y** ഉം ഉണ്ടെങ്കിൽ, **x-ന് y-യോടുള്ള അംശബന്ധം** (ratio of x to y) = **x : y** എന്ന രീതിയിൽ എഴുതാം.

ഒരു അംശബന്ധത്തിലെ **ആദ്യ സംഖ്യയെ** (x) **ആൻറ്റെസഡൻറ്** (Antecedent) / **പുരോവാക്യം** എന്നും, **രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയെ** (y) **കാൻസക്വൻറ്** (Consequent) / **പര്യവാക്യം** എന്നും വിളിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം:

18 : 45 = 2 : 5

18 : 45 → (2 × 9) : (5 × 9)

പഠനലക്ഷ്യം

'അംശബന്ധവും അനുപാതവും' എന്ന അധ്യായത്തിലെ പ്രധാന **6 ആശയങ്ങൾ** പഠിച്ച്, അവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വരുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ ആശയവ്യക്തതയോടെ പരിഹരിക്കാൻ പഠിക്കുക.

ഈ അധ്യായത്തിലെ ആശയങ്ങൾ

- **ആശയം 1:** അംശബന്ധത്തിന്റെ സൂത്രങ്ങൾ (Ratio Formulas)
- **ആശയം 2:** ഡ്യൂപ്ലിക്കേറ്റ് (Duplicate) & ട്രിപ്പ്ലിക്കേറ്റ് (Triplicate) അംശബന്ധങ്ങൾ
- **ആശയം 3:** അനുപാതവും മധ്യാനുപാതവും (Proportion and Mean Proportion)
- **ആശയം 4:** ഭിന്നങ്ങളുടെ അംശബന്ധം (Ratio of Fractions)
- **ആശയം 5:** ഗുണകവും അംശബന്ധവും (Coefficient and Ratios)
- **ആശയം 6:** അംശബന്ധങ്ങളുടെ സംയോജനം (Combination of Ratios)

അടിസ്ഥാന ആശയങ്ങൾ

ആശയം 1: അനുപാതത്തിന്റെ (Proportion) സൂത്രങ്ങൾ

അനുപാതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന പ്രധാന സൂത്രങ്ങൾ:

- a : b = c : d ആണെങ്കിൽ, (a + c) : (b + d)
- a : b = c : d ആണെങ്കിൽ, (a – c) : (b – d)
- a : b = c : d ആണെങ്കിൽ, (a – b) : b = (c – d) : d
- a : b = c : d ആണെങ്കിൽ, (a + b) : b = (c + d) : d
- a : b = c : d ആണെങ്കിൽ, a : c = b : d
- a : b = c : d ആണെങ്കിൽ, b : a = d : c
- a : b = c : d ആണെങ്കിൽ, (a + b) : (a – b) = (c + d) : (c – d)
- a ∝ b (a is proportional to b) എങ്കിൽ, a = kb (k ഒരു സ്ഥിരാംശം)
- a ∝ 1/b (a is inversely proportional to b) എങ്കിൽ, a = k/b (k ഒരു സ്ഥിരാംശം)
- ഒരു അംശബന്ധത്തെ ഒരു സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലും/ഭാഗിച്ചാലും, അത് Equivalent Ratio (**സമാനാനുപാതം**) തന്നെയായിരിക്കും.

ആശയം 2: ഡ്യൂപ്ലിക്കേറ്റ് (Duplicate) & ട്രിപ്പ്ലിക്കേറ്റ് (Triplicate) അംശബന്ധം

ഇവയ്ക്കുള്ള ചോദ്യങ്ങൾ സാധാരണ **x : y** എന്ന അംശബന്ധത്തിന്റെ ചതുരം/ഘനം എടുത്ത് കാണിക്കുന്ന രീതിയിലാണ്. ഉദാ: $x^2 : y^2$ → ഡ്യൂപ്ലിക്കേറ്റ്, $x^3 : y^3$ → ട്രിപ്പ്ലിക്കേറ്റ്.

ആശയം 3: അനുപാതവും മധ്യാനുപാതവും (Proportion & Mean Proportion)

- രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ തുല്യമായാൽ അതിനെ **അനുപാതം** (Proportion) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം:

a, b, c, d അനുപാതത്തിലാണ് → a/b = c/d

- **മധ്യാനുപാതം (Mean Proportion):**
- a, b, c സാമാനുപാതത്തിലാണ് → a/b = b/c
- ഇവിടെ b ആണ് **മധ്യാനുപാതം.**

ആശയം 4: ഭിന്നങ്ങളുടെ അംശബന്ധം (Ratio of Fractions)

ചോദ്യം:

$\frac{4}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ എന്നതിന്റ അംശബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം:

Step 1: ഭിന്നങ്ങളുടെ ഹരങ്ങളുടെ LCM കണ്ടെത്തുക.

LCM(5, 4, 2) = 20

Step 2: ഓരോ ഭിന്നത്തെയും 20 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$\frac{4}{5} \times 20 : \frac{3}{4} \times 20 : \frac{1}{2} \times 20 = 16 : 15 : 10$

ഉത്തരം: 16 : 15 : 10

ആശയം 5: ഗുണകവും അംശബന്ധവും (Coefficient and Ratios)

Hiding Method

ചോദ്യം:

2A = 3B = 4C. A : B : C കണ്ടെത്തുക.

Step 1:

- A-യുടെ മൂല്യം കണ്ടെത്താൻ, A-യുടെ ഗുണകത്തെ മറച്ചു വെച്ച്, B-യുടെ ഗുണകവും C-യുടെ ഗുണകവും ഗുണിക്കുക.
- അതുപോലെ B, C-യ്ക്കും ചെയ്യുക.

Step 2:

A : B : C = (3 × 4) : (2 × 4) : (2 × 3) = 12 : 8 : 6 = 6 : 4 : 3

ഉത്തരം: A : B : C = 6 : 4 : 3

ആശയം 6: അംശബന്ധങ്ങളുടെ സംയോജനം (Combination of Ratios)

രീതി 1:

x : y, y : z എന്നീ രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങൾ നൽകിയാൽ, അവ ചേർത്ത് x : y : z രൂപത്തിൽ എഴുതാം.

രീതി 2:

നേരിട്ട് cross multiplication ഉപയോഗിച്ച് ആവശ്യമായ സംയോജനം കണ്ടെത്താം.

3
അധ്യായം

ശതമാനം (Percentage)

പഠനലക്ഷ്യം
'Percentage' എന്ന അധ്യായത്തിലെ പ്രധാന **6 ആശയങ്ങൾ** പഠിച്ച്, അവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വരുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ ആശയവ്യക്തതയോടെ പരിഹരിക്കാൻ പഠിക്കുക.

അടിസ്ഥാന ആശയം
ശതമാനം എന്നത് **ഹരം എപ്പോഴും 100 ആയ ഒരു ഭിന്നം** (fraction) ആണ്. ശതമാനം സൂചിപ്പിക്കാൻ **%** എന്ന ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം:
10% = 10/100 = 0.1

ഫോർമുല:
ഒരു സംഖ്യയായ **x-ന്റെ y%** =

$$y\%\ of\ x = \frac{xy}{100}$$

ഉദാഹരണം:
40% of P = 100, എന്നാൽ P-ന്റെ മൂല്യം കണ്ടെത്തുക.

$$P \times \frac{40}{100} = 100 \Rightarrow P = \frac{100 \times 100}{40} = 250$$

ആശയം 1: ഒരു സംഖ്യയുടെ ശതമാനം കണ്ടെത്തൽ
ചോദ്യം: 2500-ന്റെ 25% കണ്ടുപിടിക്കുക.

$$2500 \times \frac{25}{100} = 625$$

പൊതുവായി, **X% of Y** = $\frac{XY}{100}$

ആശയം 2: ഭിന്നങ്ങളും ശതമാനവും (Fractions & Percentages)

- **ശതമാനത്തെ ഭിന്നമായി എഴുതുക:**
- x% = $\frac{x}{100}$

ഉദാ: 30% = 30/100 = 3/10
20% = 20/100 = 1/5

- **ഭിന്നത്തെ ശതമാനമായി എഴുതുക:**
- $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times 100\%$

ഉദാ: 1/5 = (1/5 × 100)% = 20%

കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ:

- 1/2 = 50%
- 1/3 = 33.33%
- 1/4 = 25%
- 1/5 = 20%
- 1/6 = 16.66%
- 1/7 = 14.28%
- 1/8 = 12.5%
- 1/9 = 11.11%
- 1/10 = 10%

Toppersnotes
Unleash the topper in you

10% = 10/100 = 1/10 (അർത്ഥം: 100 ഭാഗങ്ങളിൽ 10 ഭാഗം = 10%)
1/4 = (1/4 × 100)% = 25%
0.8 = (8/10 × 100)% = 80%

ആശയം 3: വർധനവും കുറവും (Increase & Decrease in Percentage)

- ഒരു സംഖ്യയെ x% **വർധിപ്പിക്കണമെങ്കിൽ**:
- ആ സംഖ്യയെ (100 + x)/100 കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം.
- ഒരു സംഖ്യയെ x% **കുറയ്ക്കണമെങ്കിൽ**:
- ആ സംഖ്യയെ (100 – x)/100 കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം.
- **വർധനയുടെ % കണ്ടെത്താനുള്ള ഫോർമുല:**

$$\%\, Increase = \frac{Final\, Value\ -\ Initial\, Value}{Initial\, Value} \times 100$$

- **കുറവിന്റെ % കണ്ടെത്താനുള്ള ഫോർമുല:**

$$\%\, Decrease = \frac{Initial\, Value\ -\ Final\, Value}{Initial\, Value} \times 100$$

ആശയം 4: പരീക്ഷാ മാർക്കും ശതമാനവും

- ഒരു പരീക്ഷയിലെ **പാസ്സിംഗ് മാർക്ക് P%** ആണെങ്കിൽ, ഒരു വിദ്യാർത്ഥി **S മാർക്ക് നേടി F മാർക്ക് കൊണ്ട് പരാജയപ്പെട്ടാൽ**:

$$Maximum\ Marks = \frac{100 \times (S + F)}{P}$$

- ഒരു വിദ്യാർത്ഥി കുറച്ച് മാർക്ക് നേടി, 'a' മാർക്കുകൾ കൊണ്ട് പരാജയപ്പെടുന്നു. മറ്റൊരാൾ y% മാർക്ക് നേടി 'b' മാർക്കുകൾ അധികം നേടി പാസാകുന്നു.
- **അപ്പോൾ ആ പരീക്ഷയിലെ മൊത്തം മാർക്ക്:**

$$Maximum\ Marks = \frac{Score - \text{ന്റെ ആകെ വ്യത്യാസം} \times 100}{\%\ \text{മാർക്കിലെ വ്യത്യാസം}}$$

ആശയം 5: തിരഞ്ഞെടുപ്പിലെ ശതമാനം

ഒരു സ്ഥാനാർത്ഥി മൊത്തം വോട്ടുകളുടെ X% നേടി, **y വോട്ടുകൾക്ക് തോറ്റാൽ**, മൊത്തം വോട്ടുകളുടെ എണ്ണം:

$$Total\ Votes = \frac{100X}{100 - 2X}$$

ആശയം 6: ജനസംഖ്യയിലെ വർധന/കുറവ് (Population Growth/Decrease)

ഒരു പട്ടണത്തിന്റെ ജനസംഖ്യ P ആണെങ്കിൽ, അത് വർഷത്തിൽ R% നിരക്കിൽ വർധിക്കുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ:

1. **'n' വർഷങ്ങൾക്ക് ശേഷം ജനസംഖ്യ:**

$$Population = P \times \left(1 \pm \frac{R}{100}\right)^n$$

2. **'n' വർഷങ്ങൾക്ക് മുമ്പ് ജനസംഖ്യ:**

$$Population = \frac{P}{\left(1 \pm \frac{R}{100}\right)^n}$$

4
അദ്ധ്യായം

ശരാശരി (Average)

പഠനലക്ഷ്യം

ഈ അധ്യായം പഠിക്കുന്നതിലൂടെ, വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക്:

- ശരാശരിയുടെ അടിസ്ഥാന ആശയങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കുക,
- ശരാശരിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വിവിധ തരത്തിലുള്ള ചോദ്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ പഠിക്കുക,
- ഗണിതരീതിയിലും യാഥാർത്ഥ്യജീവിത സാഹചര്യങ്ങളിലുമുള്ള പ്രശ്നങ്ങളിൽ ശരാശരി പ്രയോഗിക്കാൻ പഠിക്കുക.

അടിസ്ഥാന ആശയം

ഒരു കൂട്ടത്തിലുള്ള സംഖ്യകളുടെ **ശരാശരി** (Average) = ആ സംഖ്യകളുടെ മൊത്തം കൂട്ടിയതി ÷ ആ കൂട്ടത്തിലെ മൊത്തം സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം.

ഫോർമുല:

$$Average = \frac{Sum\ of\ observations}{Number\ of\ observations}$$

ശരാശരി നമ്മുടെ **ദൈനംദിന ജീവിതത്തിലെ പല സാഹചര്യങ്ങളിലും** പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ഒന്നാണ്.

വ്യത്യസ്ത ആശയങ്ങൾ (Concepts)

1. ഒരു ലിസ്റ്റിന്റെ ശരാശരി കണ്ടെത്തൽ
2. ശരാശരി സംബന്ധിച്ച പ്രധാന ഫോർമുലകൾ
3. ഡിവിയേഷൻ (Deviation) രീതി ഉപയോഗിച്ച് ശരാശരി

ആശയം 1: ഒരു ലിസ്റ്റിന്റെ ശരാശരി കണ്ടെത്തൽ

ഒരു ലിസ്റ്റിലുള്ള സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി കണ്ടെത്താനുള്ള ചുവടുപടികൾ:

Step 1: കൊടുത്തിരിക്കുന്ന എല്ലാ സംഖ്യകളും കൂട്ടുക.

Step 2: കിട്ടിയ ആകെ മൂല്യം, ലിസ്റ്റിലുള്ള സംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിൽ **ഭാഗിക്കുക.**

Step 3: ലഭിക്കുന്ന ഫലം **Average formula** ഉപയോഗിച്ച് ഉറപ്പാക്കുക.

ഫോർമുല:

$$Average = \frac{Sum\ of\ observations}{Number\ of\ observations}$$

ശരാശരി അടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള ചോദ്യങ്ങളുടെ തരങ്ങൾ

1. **ഗണിതപരമായ ചോദ്യങ്ങൾ (Mathematical Based):**
2. യാഥാർത്ഥ്യത്തിൽ ആവശ്യമില്ലാത്ത, purely ഗണിത കണക്കുകൾ.
3. **യാഥാർത്ഥ്യജീവിത ചോദ്യങ്ങൾ (Real-Life Based):**
4. ദൈനംദിന ജീവിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ.

ചില ടിപ്പുകൾ (Tips & Tricks)

- **Tip 1:** Average = Sum of observations ÷ Number of observations
- **Tip 2: തുടർച്ചയായ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി = മദ്ധ്യ സംഖ്യ (Median)**

ഉദാ: 8, 10, 12

ഇവയുടെ ശരാശരി = മദ്ധ്യ സംഖ്യ = 10

ആശയം 2: ശരാശരി സംബന്ധിച്ച പ്രധാന ഫോർമുലകൾ

- ആദ്യത്തെ n പ്രകൃതിസംഖ്യകളുടെ ശരാശരി = (n+1)/2
- ആദ്യത്തെ n പ്രകൃതിസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ ശരാശരി = (n+1)(2n+1)/6
- ആദ്യത്തെ n പ്രകൃതിസംഖ്യകളുടെ ഘനങ്ങളുടെ ശരാശരി = $n(n+1)^2/4$
- ആദ്യത്തെ n സമസംഖ്യകളുടെ ശരാശരി = n+1
- ആദ്യത്തെ n സമസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ ശരാശരി = 2(n+1)(2n+1)/3
- ആദ്യത്തെ n സമസംഖ്യകളുടെ ഘനങ്ങളുടെ ശരാശരി = $2n(n+1)^2$
- ആദ്യത്തെ n ബിസംഖ്യകളുടെ ശരാശരി = n
- ആദ്യത്തെ n ബിസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ ശരാശരി = (2n+1)(2n-1)/3
- ആദ്യത്തെ n ബിസംഖ്യകളുടെ ഘനങ്ങളുടെ ശരാശരി = $n(2n^2 – 1)$

ആശയം 3: ഡിവിയേഷൻ (Deviation) രീതി

ഉദാഹരണം:

ഒരു ക്ലാസിൽ 25 ആൺകുട്ടികളും 15 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. ആൺകുട്ടികളുടെ ശരാശരി ഉയരം 150 cm, പെൺകുട്ടികളുടെ ശരാശരി ഉയരം 140 cm. ക്ലാസിലെ ആകെ ശരാശരി ഉയരം കണ്ടെത്തുക.

സാധാരണ രീതി:

- ആൺകുട്ടികളുടെ മൊത്തം ഉയരം = 25 × 150
- പെൺകുട്ടികളുടെ മൊത്തം ഉയരം = 15 × 140
- ശരാശരി = മൊത്തം ഉയരം ÷ ആകെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം

ഡിവിയേഷൻ രീതി:

- ഓരോ ആൺകുട്ടിയുടെയും ഉയരം 150, പെൺകുട്ടിയുടേത് 140 എന്നു കരുതുക.
- ഓരോ ആൺകുട്ടിക്കും പെൺകുട്ടിയേക്കാൾ 10 cm അധികം.
- 25 ആൺകുട്ടികളിൽ നിന്നും 10 cm വീതം എടുത്താൽ, അവരെ 140-ൽ എത്തിക്കാം.
- അങ്ങനെ കിട്ടുന്ന അധികം ഉയരം = 25 × 10 = 250 cm.
- ഇത് ആകെ 40 (25+15) പേരിൽ തുല്യമായി വിതരണം ചെയ്യുക.
- ഓരോരുത്തർക്കും അധികം കിട്ടുക = 250 ÷ 40 = 6.25 cm.
- അതിനാൽ ശരാശരി ഉയരം = 140 + 6.25 = **146.25 cm**

മാതൃകാ ചോദ്യങ്ങൾ

1: താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി കണ്ടെത്തുക:
75, 65, 70, 85, 80

a) 75 b) 78 c) 98 d) 95

Ans: a) 75

2: 10 സംഖ്യകളുടെ മൊത്തം = 570. ശരാശരി കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) 57 b) 75 c) 87 d) 96

Ans: a) 57

3: 1മുതൽ 69 വരെയുള്ള പ്രകൃതിസംഖ്യകളുടെ (natural numbers) ശരാശരി കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) 70 b) 34 c) 35 d) 36

Ans: c) 35