



झारखण्ड

इंटरमीडिएट प्रशिक्षित सहायक आचार्य (कक्षा
1 से 5)

झारखण्ड कर्मचारी चयन आयोग (JSSC)

भाग - 4

पत्र - 3

सामान्य विज्ञान एवं गणित



विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	जीव विज्ञान का सामान्य परिचय	1
2	पादप जगत	4
3	जन्तु जगत	10
4	पादप आकृति विज्ञान	21
5	जीव विज्ञान	30
6	रसायन शास्त्र	65
7	आवर्त सारणी एवं आवर्तता	81
8	भौतिक शास्त्र	89
9	संख्या पद्धति	104
10	बहुपद	115
11	बिजीय सर्वसमिका	122
12	प्रतिशतता	129
13	अनुपात व समानुपात	133
14	औसत	137
15	लाभ – हानि	141
16	समय और कार्य	146
17	चाल, समय और दूरी	149
18	साधारण ब्याज	153
19	चक्रवृद्धि ब्याज	156
20	ज्यामिति	159
21	क्षेत्रमिति	176
22	त्रिकोणमिति	191
23	प्रायिकता	198

विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
24	सांख्यिकी (केंद्रीय प्रवृत्ति के माप)	205

जीव विज्ञान का सामान्य परिचय



- बायोलॉजी जीवन रूपों और जीवित प्रक्रियाओं का विज्ञान है। जीवित जगत में जीवों की अद्भुत विविधता पाई जाती है। लैमार्क तथा ट्रेविरेनस ने सर्वप्रथम सन् 1802 में बायोलाजी शब्द का प्रयोग किया। “Biology” शब्द ग्रीक शब्दों से आया है:
“Bios” = जीवन
“Logos” = अध्ययन
- यह सूक्ष्म जीवाणुओं से लेकर जटिल पारिस्थितिक तंत्रों और मानव तक सब कुछ शामिल करता है।
- जीव विज्ञान विज्ञान की वह शाखा है, जिसमें जीवधारियों का -प्रयोगात्मक अध्ययन किया जाता है।
- जीव विज्ञान मुख्यतः दो शाखाओं में विभाजित है - जंतु विज्ञान व वनस्पति विज्ञान।
- हिप्पोक्रेटस को जीव विज्ञान का जनक कहा जाता है।
- थियोफ्रेस्टस को वनस्पति विज्ञान का जनक कहा जाता है। उन्होंने वनस्पतियों पर आधारित "Historia Plantarum" नामक पुस्तक की रचना की है।
- 384-322 ई.पू. में, अरस्तू ने आकारिकी (morphological) लक्षणों, व्यवहार और प्रजनन के आधार पर वैज्ञानिक वर्गीकरण का प्रयास सबसे पहले किया। इस कारण उन्हें जीव विज्ञान और प्राणी विज्ञान के जनक (Father of Science of Biology and Zoology) कहा जाता है। अपनी पुस्तक Historia Animalium में उन्होंने लगभग 500 जानवरों का वर्णन किया है।

- जीवित जीवों की विशेषताओं में वृद्धि (growth), प्रजनन (reproduction), उपापचय (metabolism), कोशिकीय संगठन (cellular organisation), चेतना (consciousness), श्वसन (respiration) और उत्सर्जन (excretion) शामिल हैं।
- प्रोटोप्लाज्म सभी जीवित जीवों में पाया जाता है। सभी जैविक प्रक्रियाएँ इसी में होती हैं।
- पृथ्वी पर उपस्थित जीवों की संख्या और प्रकार की विविधता को जैव विविधता (biodiversity) कहते हैं।

जीव विज्ञान की शाखाओं के जनक

शाखा	जनक
जीव विज्ञान	अरस्तू
वनस्पति विज्ञान	थियोफ्रेस्टस
जीवाणुविज्ञान	लुई पाश्वर
सूक्ष्मजैविकी	ए. वी. लीऊवेनहॉक
आधुनिक वनस्पति विज्ञान	लिनियस
प्रतिरक्षा विज्ञान	एडवर्ड जेनर
आनुवंशिकी	ग्रेगर मेंडल
आधुनिक आनुवंशिकी	टी. एच. मॉर्गन
कोशिका विज्ञान	रॉबर्ट हुक
पादप वर्गिकी	थियोफ्रेस्टस
वनस्पति विज्ञान	थियोफ्रेस्टस
जंतु विज्ञान	अरस्तू
शरीर क्रिया विज्ञान	क्लाउड बेरनार्ड
चिकित्सा शास्त्र	हिप्पोक्रेट्स

उत्पत्ति एवं विकास सिद्धांत	चार्ल्स डार्विन
भूणविज्ञान	वॉल्फ
पादप शरीरविज्ञान	स्टीफन हेलेस
पादप विकृति विज्ञान	डि बैरी
पादप भूगोल विज्ञान	हम्बोल्ट
पुरा जीव विज्ञान	जॉर्ज कुवियर
भारतीय पादप वर्गिकी	विलियम रोक्सबर्ग
भारतीय हरित क्रांति	एम. एस. स्वामीनाथन
भारतीय वनस्पति जंतुविज्ञान	एस. पी. आचार्य
भारतीय पारिस्थितिकी	रमेश चंद्र सहाय

जीव विज्ञान की शाखाएँ

शाखा	अध्ययन क्षेत्र
एग्रोस्टोलोजी	घास से सम्बंधित अध्ययन
एन्थोलोजी	फूलों-पुष्पों से सम्बंधित अध्ययन
एपिकल्चर	मधुमक्खी पालन से सम्बंधित अध्ययन
एनाटॉमी	आंतरिक संरचना से सम्बंधित अध्ययन
बायोनिक्स	जीवों में होने वाले कार्य, गुण व पद्धति का अध्ययन
बायोनॉमिक्स	जीवधारियों व वातावरण के साथ सम्बंधित अध्ययन
बायोनॉमी	जीवन के नियमों का अध्ययन
बॉयोमैट्री	गणित व सांख्यिकी की तकनीकों द्वारा जीव विज्ञान का अध्ययन
साइटोलॉजी	कोशिका का अध्ययन
जननांकिकी	मानव जनसंख्या व मानवजाति के महत्वपूर्ण आंकड़ों का अध्ययन
एथ्नोलॉजी	विभिन्न संस्कृतियों के वैज्ञानिक विवरणों का अध्ययन

डेंड्रोलॉजी	वृक्षों व झाड़ियों का अध्ययन
एथ्नोग्राफी	किसी विशेष संस्कृति का अध्ययन
एथोलोजी	मानव तथा सभी जन्तुओं के व्यवहार का अध्ययन
एथिक्स	नैतिक आचार विकास का अध्ययन
एंटोमोलॉजी	कीट पतंगों का अध्ययन
पारिस्थितिकी विज्ञान	सजीवों पर पर्यावरण के प्रभाव का अध्ययन
फ्लोरीकल्चर	सजावट के फूलों-पुष्पों से सम्बंधित अध्ययन
जेनेटिक्स	जीवों के अनुवांशिक लक्षणों का एक पीढ़ी से दूसरी पीढ़ी तक पहुँचने का अध्ययन
जियोलॉजी	पृथ्वी की आंतरिक संरचना, बनावट, क्रियाओं से सम्बंधित अध्ययन
हॉर्टिकल्चर	पुष्प व फल वाले पौधों से सम्बंधित अध्ययन
आइकोनोग्राफी	प्रतिमाओं व चित्रकला से सम्बंधित अध्ययन
एकथोलोजी	मछलियों से सम्बंधित अध्ययन
लेक्सिकोग्राफी	शब्दकोष के संकलन से सम्बंधित अध्ययन
माइकोलॉजी	कवकों से सम्बंधित अध्ययन
मैलेकोलॉजी	मोलस्का व उसकी परतों का अध्ययन
आर्निथोलॉजी	पक्षियों से सम्बंधित अध्ययन
ओरोलॉजी	पर्वतों से सम्बंधित अध्ययन
ओस्टियोलॉजी	हड्डियों/अस्थियों से सम्बंधित अध्ययन

ओफियोलॉजी	सर्पों से सम्बंधित अध्ययन		फाइटोजियोग्राफी	पौधों के वितरण व उनके कारणों से सम्बंधित अध्ययन
ओलरिकल्चर	सब्जी के लिए काम आने वाले पौधों का अध्ययन		प्लांट ब्रीडिंग	पादप की किस्मों को उन्नत व सुधारने से सम्बंधित अध्ययन
पैरासिटोलॉजी	परजीवियों से सम्बंधित अध्ययन		सारोलॉजी	छिपकलियों से सम्बंधित अध्ययन
पैलिनोलॉजी	विभिन्न प्रकार के पराग कणों से सम्बंधित अध्ययन		सेरीकल्चर	रेशम कीट पालन से सम्बंधित अध्ययन
पेलियोबोटनी	पादप जीवाश्मों से सम्बंधित अध्ययन		सेरोलॉजी	रक्त सीरम का वैज्ञानिक अध्ययन
पेलियोबॉयोलॉजी	जीवाश्म से सम्बंधित अध्ययन		सिल्वीकल्चर	काष्ठी पेड़ों के संवर्धन से सम्बंधित अध्ययन
पीसीकल्चर	मत्स्य पालन से सम्बंधित अध्ययन		वायरस विज्ञान	विषाणुओं का अध्ययन
फिलोलॉजी	भाषा की संरचना, विकास से सम्बंधित इतिहास का अध्ययन		विटिकल्चर	अंगूरों के उत्पादन व उनके अध्ययन से सम्बंधित
फाइकोलॉजी	शैवालों का अध्ययन		वर्मिकल्चर	केंचुआ पालन, केंचुए के मल से तैयार खाद को वर्मी कम्पोस्ट कहते हैं
पोमोलॉजी	फलों का अध्ययन			
पैडोलॉजी	मृदा निर्माण व मृदा के प्रकार का अध्ययन			
फ्रोनोलॉजी	मस्तिष्क के विभिन्न भागों की क्रियाशीलता तथा विक्षिप्ता का अध्ययन			

भारत के वैज्ञानिक अनुसंधान संस्थान

संस्थान का नाम	स्थान	विशेषता
भारतीय कृषि अनुसंधान परिषद (ICAR)	नई दिल्ली	कृषि एवं फसल अनुसंधान
भारतीय अंतरिक्ष अनुसंधान संगठन (ISRO)	बैंगलुरु	अंतरिक्ष अनुसंधान और उपग्रह प्रौद्योगिकी
वैज्ञानिक एवं औद्योगिक अनुसंधान परिषद (CSIR)	नई दिल्ली	बहुविषयक वैज्ञानिक अनुसंधान
भाभा परमाणु अनुसंधान केंद्र (BARC)	मुंबई	परमाणु विज्ञान और ऊर्जा अनुसंधान
भारतीय विज्ञान संस्थान (IISc)	बैंगलुरु	उन्नत वैज्ञानिक और अभियान्त्रिकी अनुसंधान
अखिल भारतीय आयुर्विज्ञान संस्थान (AIIMS)	नई दिल्ली	चिकित्सा अनुसंधान और स्वास्थ्य देखभाल
राष्ट्रीय वनस्पति अनुसंधान संस्थान (NBRI)	लखनऊ	वनस्पति और पादप विज्ञान अनुसंधान
केंद्रीय औषधि अनुसंधान संस्थान (CDRI)	लखनऊ	औषधि विज्ञान और औषधि खोज
भारतीय वन्यजीव संस्थान (WII)	देहरादून	वन्यजीव संरक्षण और पारिस्थितिकी
राष्ट्रीय समुद्र विज्ञान संस्थान (NIO)	गोवा	समुद्री और महासागर अनुसंधान

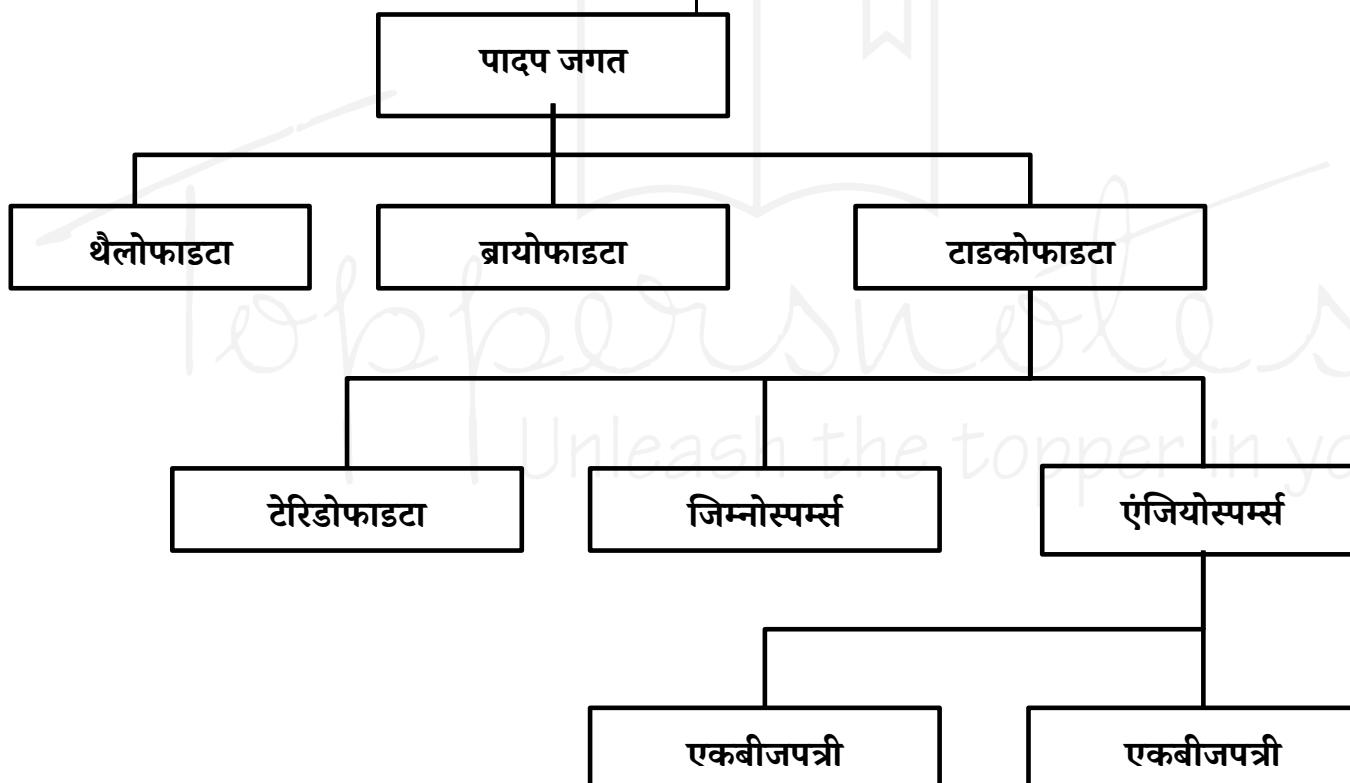
पादप जगत



पादप जगत (Kingdom Plantae)

- पादप जगत में सभी यूकैरियोटिक, क्लोरोफिल युक्त जीव शामिल हैं जिन्हें सामान्यतः पौधे कहा जाता है।
- इनकी कोशिकाओं में यूकैरियोटिक संरचना होती है जिसमें प्रमुख क्लोरोप्लास्ट और सेलूलोज से बनी कोशिका भित्ति होती है।
- ये बहुकोशिकीय, यूकैरियोटिक और स्वपोषी जीव होते हैं जो मुख्यतः प्रकाश-संश्लेषण द्वारा अपना भोजन बनाते हैं।

- पौधों के जीवन चक्र में दो अलग-अलग चरण होते हैं – द्विगुणित स्पोरोफाइटिक और अर्धगुणित गेमेटोफाइट – जो एक-दूसरे से बदलते रहते हैं।
- इन चरणों की लंबाई और स्वतंत्रता पौधों के विभिन्न समूहों में अलग-अलग होती है। इसे **पीढ़ियों का परिवर्तन (Alternation of Generations)** कहा जाता है।
- फूल वाले पौधों का एक प्रसिद्ध वर्गीकरण जॉर्ज बेंथम और जोसेफ डाल्टन हूकर ने दिया था।



थैलोफाइटा (Thallophyta)

- थैलोफाइटा वर्ग में वे पादप आते हैं, जिनका शरीर विभिन्न भागों तथा अंगों में वर्गीकृत नहीं होता है। इनमें शैवाल आते हैं। शैवाल (*algae*) शब्द सर्वप्रथम वर्ष 1755 में लिनियस ने दिया था।

- ये क्लोरोफिल युक्त, सरल, थैलस-आकार के, स्वपोषी और मुख्यतः जल में रहने वाले जीव होते हैं।
- ये मीठे और खारे पानी में पाए जाते हैं, साथ ही गीले पथरों, मिट्टी और लकड़ी पर भी होते हैं।
- कुछ कवकों (लाइकेन) और जानवरों (जैसे स्लॉथ बीयर) के साथ भी सहजीवी रूप में रहते हैं।

शैवाल (Seaweed / Thallophyta)

का वर्गीकरण

- सीवीड (समुद्री शैवाल) थैलोफाइटा विभाग (पादप जगत के अंतर्गत) में आता है।
- ये आकार में बड़े, बहुकोशिकीय शैवाल होते हैं जो समुद्री और मीठे पानी के पर्यावरण में पाए जाते हैं।

1. क्लोरोफाइटा (Chlorophyta / हरे शैवाल):

- ✓ इनमें क्लोरोफिल a और b वर्णक पाए जाते हैं।
- ✓ भोजन का भंडारण स्टार्च के रूप में होता है।
- ✓ कोशिका भित्ति मुख्यतः सेलूलोज से बनी होती है।
- ✓ आवास: मीठा पानी, समुद्री क्षेत्र, गीली मिट्टी।
- ✓ उदाहरण: क्लेमीडोमोनास, स्पाइरोजाइरा, वोल्वॉक्स, उल्वा।
- ✓ विशेषता: सरल शरीर संरचना – एककोशिकीय या तंतुजाल रूप, उपनिवेश बनाते हैं।

2. फाएओफाइटा (Phaeophyta / भूरे शैवाल):

- ✓ वर्णक: क्लोरोफिल a, c और फ्यूकोजैथिन (भूरा)।
- ✓ भंडारण पदार्थ: लैमिनेरिन, मैनिटॉल।
- ✓ कोशिका भित्ति: सेलूलोज और एल्जिन।
- ✓ आवास: समुद्री (ठंडे जल)।
- ✓ उदाहरण: फुकस, लैमिनेरिया, सारगस्सम, एकटोकार्पस।
- ✓ विशेषता: सबसे बड़े शैवाल, विभेदित शरीर (होल्डफास्ट, स्टाइप, ब्लेड)।

3. रोडोफाइटा (Rhodophyta / लाल शैवाल):

- ✓ वर्णक: क्लोरोफिल a, d और फाइकोएरिथ्रिन (लाल)।
- ✓ भंडारण पदार्थ: फ्लोरिडियन स्टार्च।
- ✓ कोशिका भित्ति: सेलूलोज, अगर, कैरागीनन।
- ✓ आवास: समुद्री (गहरे जल)।
- ✓ उदाहरण: जेलिडियम, ग्रेसिलेरिया, पोर्फाइरा, पॉलीसिफोनिया।
- ✓ विशेषता: गहरे समुद्री जल में पाए जाते हैं। अगर और कैरागीनन के निष्कर्षण में उपयोग होते हैं।

F. E. Fritsch का योगदान (1935):

- ब्रिटिश वनस्पति विज्ञानी एफ. ई. फ्रिट्श ने शैवाल की संरचना और प्रजनन का गहन अध्ययन किया।
- उन्होंने शैवाल को उनके शरीर की संरचना, वर्णक और प्रजनन पद्धतियों के आधार पर वर्गीकृत किया।
- उनकी किताब *The Structure and Reproduction of the Algae (1935)* अल्बोलॉजी (फाइकोलॉजी) के क्षेत्र में आधारभूत मानी जाती है।

कोरलाइन जीव

- कोरलाइन एक प्रकार का जीव समुदाय है जो शैवाल जैसे पौधों के साथ संबंध पर निर्भर करता है ताकि पृथकी पर सबसे बड़े जैविक ढांचे बना सके।
- इसमें कोरलाइन शैवाल (Rhodophyta की लाल शैवाल) और कोरल पॉलीप्स (Cnidaria प्राणी समूह) शामिल हैं।
- कोरलाइन शैवाल कैल्शियम कार्बोनेट का साव करके कोरल रीफ और समुद्री चूना-पथर की संरचनाएं बनाते हैं।
- कोरल पॉलीप्स (जानवर) सहजीवी शैवाल (ZooXanthellae) पर निर्भर करते हैं जो प्रकाश-संश्लेषण से ऊर्जा प्रदान करते हैं।
- ये संरचनाएं पृथकी पर सबसे बड़े जैविक निर्माण हैं, जैसे – ग्रेट बैरियर रीफ।
- ये समुद्री जीवन के लिए आवास प्रदान करते हैं, तीव्र इलाकों की रक्षा करते हैं और कार्बन को संचित करते हैं।

शैवाल में प्रजनन

शैवाल में तीन प्रकार से प्रजनन होता है

- **कायिक :** इसमें विखण्डन, मुकुलन व हॉर्मोगोनियम आदि द्वारा नए पादप का निर्माण होता है। उदाहरण स्पाइरोगायरा, स्फैसिलेरिया, आदि।

- **अलैंगिक :** चलवीजाणु, एकाइनीट्स. एप्लेनोस्पोरस, सुप्तबीजाणु, एकलबीजाणु. दिवीजाणु, बहुबीजाणु, अन्तः बीजाणु व कार्पोस्पोर द्वारा। उदाहरण यूलोब्रिक्स, वाऊचेरिया, आदि।
- **लैंगिक :** इनमें समयुग्मक (isogamy). विषमयुग्मक (anisogamy) तथा अण्डयुग्मक (oogamy) द्वारा लैंगिक जनन होता है। उदाहरण स्पाइरोगायरा, क्लैमाइडोमोनास, वॉल्वॉक्स, आदि।

लाइकेन

- लाइकेन शैवाल और कवक के साहचर्य (symbiosis) से बने हुए पौधे होते हैं।
- इनमें शैवालीय भाग को **शैवालांश (Phycobiont)** और कवकीय भाग को **कवकांश (Mycobiont)** कहा जाता है।
- शैवालांश प्रकाश-संश्लेषण के द्वारा भोजन बनाता है जबकि कवकांश जल और खनिज लवणों का अवशोषण करता है।
- **आकृति के आधार पर कवक के प्रकार:**
 - ✓ पर्फटीमय (Crustose) – परत जैसे चिपके हुए।
 - ✓ पणिल (Foliose) – पत्राकार।
 - ✓ क्षुपिल (Fruticose) – झाड़ी जैसे या शाखाओं वाले।
- **जनन (Reproduction):**
 - ✓ **अलैंगिक जनन:** ऑइडियम बीजाणु और पिक्रिडियम बीजाणु जैसे अलैंगिक बीजाणुओं द्वारा।
 - ✓ **लैंगिक जनन:** केवल कवकांश में होता है।
 - मादा जननांग – कार्पोगोनियम।
 - नर जननांग – फ्लास्क जैसी आकृति वाले स्पर्मोगोनियम, जिनसे पुमणु (नर युग्मक) बनते हैं।
 - फ्लनपिंड – एपोथीसियम या पेरीथीसियम।
 - प्रत्येक एस्क्स में 8 एस्कोबीजाणु बनते हैं।

विशेषताएँ:

- ✓ इनकी वृद्धि धीमी होती है।
- ✓ ये लंबे समय तक उच्च तापमान और शुष्क परिस्थितियों में जीवित रह सकते हैं।
- ✓ इनमें लाइकेन अम्ल पाया जाता है।
- ✓ इनमें लाइकेनिन नामक कार्बोहाइड्रेट भी पाया जाता है।
- ✓ **उदाहरण:** क्लेडोनिया, यस्निया, फायसिया, ग्रैफिस, हेमेटोमा।

लाइकेन के उपयोग:

- ✓ भोजन में: पारमीलिया, अमबिलीकेरिया, लेकानीरा।
- ✓ चारे के रूप में: रामालिना, लोबेरिया।
- ✓ औषधि के रूप में: पेरामेलिया परलेटा, सेटरेरिया, क्लेडोनिया।
- ✓ अभिरंजक (रंग बनाने) के रूप में: रोसेला टिकटोरिया।
- ✓ चर्मशोधन (leather tanning): लोबेरिया पत्नोनेरिआ।
- ✓ किण्वन में।

पारिस्थितिक महत्व: लाइकेन को प्रदूषण-सूचक (Pollution Indicator) माना जाता है क्योंकि ये प्रदूषण के प्रति संवेदनशील होते हैं।

ब्रायोफाइटा (Bryophyta):

- ब्रायोफाइटा में विभिन्न प्रकार की काई और लिवरवर्ट्स शामिल होते हैं, जो अक्सर पहाड़ियों में नम और छायादार स्थानों पर उगते हैं।
- इन्हें पादप जगत के उभयचर (Amphibians of Plant Kingdom) कहा जाता है क्योंकि ये मिट्टी में रह सकते हैं, लेकिन लैंगिक प्रजनन के लिए पानी पर निर्भर होते हैं।
- ये आमतौर पर गीले, आर्द्ध और छायादार जगहों में पाए जाते हैं।
- ये बिना मिट्टी या चट्टानों पर पौधों के बसने (Plant Succession) में महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं।

संरचना (Structure):

- इनका शरीर थैलस जैसा होता है, जो जमीन पर फैला (prostrate) या खड़ा (erect) हो सकता है।
- ये जमीन से एककोशिकीय या बहुकोशिकीय राइजॉयड्स (root-like structures) से जुड़े होते हैं।
- इनमें सच्ची जड़ें, तने या पत्तियां नहीं होतीं।
- इनमें जड़-जैसी, पत्ती-जैसी और तने-जैसी संरचनाएं हो सकती हैं।
- मुख्य पौधा शरीर अर्धगुणित (haploid) होता है।

प्रजनन (Reproduction):

- ये युग्मक बनाते हैं, इसलिए इन्हें गेमेटोफाइट कहा जाता है।
- इनके लैंगिक अंग बहुकोशिकीय होते हैं।
- नर लैंगिक अंग एंथेरिडियम कहलाता है, जो द्विफ्लैजेलायुक्त एंथेरोज़ोइड्स बनाता है।
- मादा लैंगिक अंग आर्केगोनियम कहलाता है, जो एक अंडा बनाता है और फ्लास्क के आकार का होता है।
- एंथेरोज़ोइड्स पानी में छोड़ दिए जाते हैं और आर्केगोनियम तक तैरकर पहुंचते हैं।
- नर युग्मक अंडाणु से मिलकर जाइगोट बनाते हैं।
- जाइगोट सीधे विभाजन नहीं करता बल्कि एक बहुकोशिकीय संरचना स्पोरोफाइट बनाता है।

महत्व (Importance):

- ब्रायोफाइट्स का प्रत्यक्ष आर्थिक महत्व सीमित है, लेकिन कुछ मॉस शाकाहारी स्तनधारियों, पक्षियों और अन्य जानवरों के भोजन का स्रोत हैं।
- **Sphagnum** नामक काई से पीट (peat) मिलता है, जो ईधन और जीवित पौधों के पैकिंग मटेरियल के रूप में उपयोग होता है क्योंकि यह पानी रोकने की क्षमता रखता है।
- काई और लाइकेन चट्टानों पर बसने वाले पहले जीव होते हैं और पारिस्थितिक दृष्टि से बहुत महत्वपूर्ण होते हैं।

- ये चट्टानों को तोड़कर मिट्टी बनाते हैं जो उच्च पौधों के लिए उपयुक्त होती है।
- मिट्टी पर घनी चटाई बनाकर बारिश के प्रभाव को कम करते हैं और मिट्टी के कटाव को रोकते हैं।

ब्रायोफाइट्स का वर्गीकरण

लिवरवर्ट्स (Liverworts):

- शरीर थैलस जैसा, खंडित और पृष्ठीय-वेंट्रल (dorsoventral) होता है।
- गीली मिट्टी, चट्टानों, पेड़ के तनों पर रेंगते हैं।
- एककोशिकीय राइजॉयड्स होते हैं।
- अलैंगिक प्रजनन – जेमे कप्स (Gemmae cups) के द्वारा।
- लैंगिक प्रजनन – एंथेरिडिया और आर्केगोनिया, निषेचन के लिए पानी जरूरी।
- स्पोरोफाइट सरल संरचना का और गेमेटोफाइट से जुड़ा रहता है।
- उदाहरण – Riccia, Marchantia।
- पारिस्थितिक भूमिका – मिट्टी बनाना और नमी बनाए रखना।

काई (Mosses):

- शरीर राइजॉयड्स, तने-जैसे और पत्तियों-जैसे भागों में विभेदित।
- सीधे या फैले हुए होते हैं, घनी चटाई बनाते हैं।
- बहुकोशिकीय राइजॉयड्स।
- अलैंगिक प्रजनन – विखंडन द्वारा।
- लैंगिक प्रजनन – एंथेरिडिया और आर्केगोनिया, पानी की आवश्यकता।
- स्पोरोफाइट विकसित, जिसमें फुट, सैटा और स्पोर केप्सूल होते हैं।
- उदाहरण – Funaria, Polytrichum, Sphagnum।
- पारिस्थितिक भूमिका – पीट निर्माण, मिट्टी संरक्षण, पानी का अवशोषण।

ट्रेकियोफाइटा:

- ट्रेकियोफाइटा वे पौधे हैं जिनमें भोजन और जल के परिवहन के लिए पूरी तरह विकसित संवहन तंत्र (vascular system) होता है।
- इनमें जाइलम और फ्लोएम ऊतक होते हैं जो जल और पोषक तत्वों का संवहन करते हैं।
- इस उप-जगत में लगभग **2.75 लाख प्रजातियां** शामिल हैं।
- इन्हें तीन प्रमुख समूहों में बांटा जाता है – टेरिडोफाइटा, अनावृतबीजी (Gymnosperms) और आवृतबीजी (Angiosperms)।

टेरिडोफाइटा:

- ये बीजरहित संवहन पौधे होते हैं, जिनमें बीज नहीं होते और ये बीजाणुओं द्वारा प्रजनन करते हैं।
- ये अधिकतर नमी वाले स्थानों पर पाए जाते हैं।
- उदाहरण: सिलेजिनेला, साल्विनिया, मार्सिलिया आदि।
- ‘Pteridophyta’ शब्द 1866 ई. में हेकल (Haeckel) ने दिया था।
- इस समूह में लगभग **13,000 प्रजातियां** पाई जाती हैं।

टेरिडोफाइटा के लक्षण:

- इनका शरीर जड़, तना और पत्तियों में विभाजित होता है।
- इनमें जाइलम और फ्लोएम युक्त संवहन बंडल होते हैं।
- इनका मुख्य शरीर स्पोरोफाइटिक होता है और इनके बीजाणु, बीजाणुधानी (sporangia) में बनते हैं।
- जिस पत्ती पर बीजाणुधानियां पाई जाती हैं, उसे स्पोरोफिल कहते हैं।
- नर जनन अंग को पुंधानी और मादा को स्वीधानी कहते हैं।
- इनमें पीढ़ी परिवर्तन (Alternation of Generation) पाया जाता है।

टेरिडोफाइटा का आर्थिक महत्व:

- **चारा:** टेरिडियम को पशुओं के चारे के रूप में उपयोग किया जाता है।
- **औषधि:** लाइकोपोडियम औषधि के रूप में काम आता है।
- **व्यापारिक उपयोग:** इक्वीसिटम से सोना भी प्राप्त किया जाता है।

अनावृतबीजी पादप (Gymnosperms):

- इन पौधों में बीज नग्न होते हैं यानी वे किसी फल या भित्ति में बंद नहीं होते।
- इनमें अंडाशय का अभाव होता है।
- यह एक छोटा वर्ग है जिसमें लगभग **900 जीवित प्रजातियां** पाई जाती हैं।
- ये अधिकतर उत्तरी गोलार्ध के ठंडे क्षेत्रों में उगते हैं।
- इनमें से अधिकांश सजावटी पौधे होते हैं।

अनावृतबीजी पादपों के लक्षण:

- इनका शरीर स्पोरोफाइटिक होता है जिसमें जड़, तना और पत्तियां होती हैं।
- इनमें मूसला जड़ें होती हैं।
- जड़ों में सहजीवी कवक माइकोराइजा पाया जाता है।
- उदाहरण: पाइनस।
- ये बहुवर्षीय और काष्ठीय होते हैं।
 - ✓ साइक्स में मोनोजाइलिक काष्ठ।
 - ✓ पाइनस में पिक्नोजाइलिक काष्ठ।
- इनमें परागण हवा द्वारा होता है।
- इनमें बहुभूणीय अवस्था पाई जाती है।
- इनके जननांग अक्सर शंकु (Cone) या स्ट्रोबिलस (Strobilus) के रूप में होते हैं।
- नर शंकु में कई सूक्ष्मबीजाणुपर्ण होते हैं जिन पर सूक्ष्मबीजाणुधानियां (Pollen Sacs) लगी होती हैं।
- इनमें पुष्प नहीं पाए जाते लेकिन इनमें जाइलम और फ्लोएम संवहन ऊतक होते हैं।

अनावृतबीजी का आर्थिक महत्व:

- **भोजन:**
 - ✓ जैमिया से मण्ड।
 - ✓ साइकस से सागो।
 - ✓ एनसिफलार्टोस से केफर ब्रेड।
 - ✓ चिलगोजा (*Pinus gerardiana*) के बीज के हिस्से खाए जाते हैं।
 - ✓ *Ginkgo biloba* और साइकस के बीज भूने जाते हैं।
- **सजावट:** साइकस, पाइनस, एरोकेरिया, गिंको, एबीस आदि पौधे बगीचों और घरों की शोभा बढ़ाते हैं।
- **कागज उद्योग:** *Gnetum* और *Picea* से कागज की लुगदी और कागज बनता है।
- **फर्नीचर:**
 - ✓ पाइनस, एबीस, सिड्रस, सिक्किया से लकड़ी मिलती है।
 - ✓ इसका उपयोग दरवाजे, खिड़कियां और हल्के फर्नीचर में होता है।
- **औषधि:** इफेड्रा पौधे से इफेड्रीन नामक औषधि प्राप्त होती है।

आवृतबीजी पादप

- इन पौधों में बीज एक आवरण में बंद रहते हैं और फल बनाते हैं।
- इनके परागकण और बीजाणु पुष्प में बनते हैं।
- इस समूह में लगभग 2.5 लाख प्रजातियां पाई जाती हैं।
- ये लगभग **130–160 मिलियन** वर्ष पूर्व धरती पर प्रकट हुए।
- ये हिमालय से अंटार्कटिका और टुंड्रा तक विविध क्षेत्रों में पाए जाते हैं।

आवृतबीजी पादपों के लक्षण:

- सरल या संयुक्त पत्तियां होती हैं।
- नर जनन अंग पुंकेसर (**Stamen**) और मादा जनन अंग स्त्रीकेसर (**Pistil/Carpel**) कहलाते हैं।

- इनमें **द्विनिषेचन (Double Fertilisation)** होता है जिससे एक द्विगुणित युग्मनज और त्रिगुणित भ्रूणघोष (Endosperm) बनता है।
- इनमें ऊतक तंत्र पूर्ण विकसित होता है जिसमें जाइलम और फ्लोएम विभेदित रहते हैं।
- ये मृतोपजीवी, सहजीवी, स्वपोषी और परजीवी हो सकते हैं।

आवृतबीजी पादपों का वर्गीकरण: बीजपत्र की संख्या के आधार पर दो भाग:

1. एकबीजपत्री (Monocotyledons):

- ✓ भ्रूण में एक बीजपत्र।
- ✓ उदाहरण: धास, बांस, गन्ना, अनाज, केला, लिली, ऑर्किड, प्याज आदि।
- ✓ रंथ्र डम्बल-आकार के होते हैं।
- ✓ समानांतर शिराविन्यास।
- ✓ जड़ विकसित नहीं होती।
- ✓ द्वितीयक वृद्धि नहीं होती।
- ✓ पुष्प के भाग तीन के गुणकों में।
- ✓ संवहन बंडल बिखरे और बंद होते हैं।

2. द्विबीजपत्री (Dicotyledons):

- ✓ भ्रूण में दो बीजपत्र।
- ✓ उदाहरण: मोटे पेड़, दालें, फलदार पेड़, सब्जियां, मसाले आदि।
- ✓ रंथ्र वृक्काकार होते हैं।
- ✓ जालिकावत शिराविन्यास।
- ✓ जड़ मुख्य जड़ से निकलती है।
- ✓ द्वितीयक वृद्धि पाई जाती है।
- ✓ पुष्प के भाग 4 या 5 के गुणकों में।
- ✓ संवहन ऊतक चक्र में व्यवस्थित और कैम्बियम युक्त।

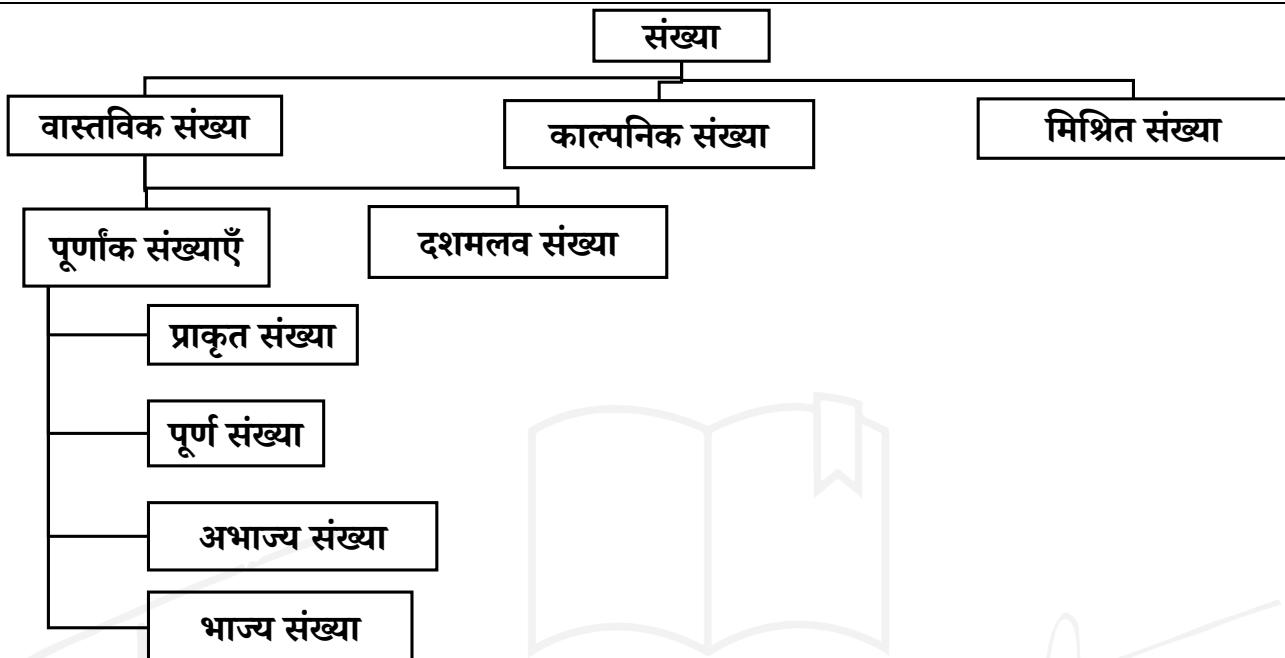
आवृतबीजी पादपों का आर्थिक महत्व:

- भोजन, रेशे, मसाले और सब्जी के रूप में उपयोग।
- औषधि, इत्र, रबड़, साबुन और सौंदर्य प्रसाधन बनाने में।

संख्या पद्धति

संख्या : वह गणनात्मक प्रतीक हैं जो किसी वस्तु की मात्रा, स्थिति अथवा योग्यता को व्यक्त करता हैं।

Z जर्मन शब्द Zahlen से लिया गया हैं, जिसका अर्थ हैं “गिनना” और Zahl – जिसका अर्थ हैं “संख्या”

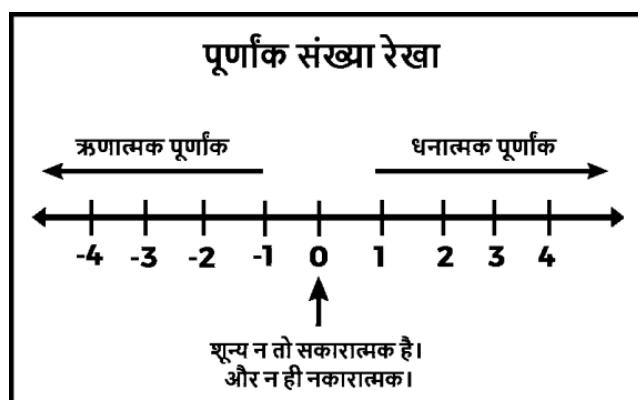


वास्तविक संख्याएँ

- वे सभी संख्याएँ जिन्हे संख्या रेखा मे दर्शाया जा सकता हैं।
- वे संख्याएँ जिनका वर्ग धनात्मक हो।
- सभी परिमेय और अपरिमेय संख्या वास्तविक संख्या होती हैं।
- इन्हे R से प्रदर्शित किया जाता है।

संख्या रेखा : एक सीधी रेखा पर क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर रूप से संख्याओं का दृश्य निरूपण संख्या रेखा कहलाता है।

- शून्य (0) को संख्या रेखा का उद्भव (origin) माना जाता है।
- 0 के बाई ओर ऋणात्मक (Negative) संख्याएँ होती हैं और 0 के दाई ओर सभी धनात्मक (Positive) संख्याएँ होती हैं। इसलिए, संख्या रेखा पर दाई ओर बढ़ने से संख्याओं का मान बढ़ता है।
- **ऋणात्मक और धनात्मक संख्या रेखा :** संख्या रेखा पर शून्य के बाई ओर का भाग ऋणात्मक संख्या रेखा कहलाता है, जबकि दाई ओर का भाग धनात्मक संख्या रेखा कहलाता है। इसे दोनों दिशाओं में अनंत तक बढ़ाया जा सकता है।
- संख्याएँ हमेशा समान अंतराल पर रखी जाती हैं।



काल्पनिक संख्याएँ : वे संख्याएँ जिन्हे संख्या रेखा पर प्रदक्षित नहीं किया जा सकता हैं।

$$i = \sqrt{-1}$$

i को आयोटा (iota) से पदर्शित करते हैं ।

समिश्र संख्याएँ या मिश्रित संख्याएँ : वास्तविक संख्याओं और काल्पनिक के समिश्रण से जो संख्या बनती हैं उसे समिश्र संख्या कहते हैं।

$Z = a$ (वास्तविक संख्या) + ib (काल्पनिक संख्या)

$$Z = a + ib$$

वास्तविक संख्याओं के प्रकार :

1. प्राकृत संख्या : गणन या गणना के लिए प्रयुक्त संख्याओं को प्राकृत संख्या कहते हैं। प्राकृत संख्याओं के समूह को N से व्यक्त किया जाता है।

$N = 1, 2, 3, 4, 5 \dots \dots \dots \dots \dots$ इत्यादि

- ✓ किसी प्राकृत संख्या में 1 जोड़ने पर उसकी परवर्ती व 1 घटाने पर उसका पूर्ववर्ती मिलता है।

$$5 \text{ का परवर्ती } = 5 + 1$$

= 6

$$5 \text{ का पूर्ववर्ती } = 5 - 1$$

≡ 4

- ✓ प्रत्येक प्राकृत संख्या का एक परवर्ती होता है। 1 को छोड़कर प्रत्येक प्राकृत संख्या का एक पूर्ववर्ती होता है।

- ✓ पहली तथा सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 है।

- ✓ कोई भी संख्या सबसे बड़ी अथवा अंतिम प्राकृत संख्या नहीं है।

प्राकृत संख्या के गुण :

- दो प्राकृत संख्याओं का आपस में योग करने से या गुणा करने पर प्राकृत संख्या ही प्राप्त होती है।
 - दो प्राकृत संख्याओं का आपस में व्यवकलन (घटाना) या भाग करने से सदैव प्राकृत संख्या प्राप्त नहीं होती है।
 - दो प्राकृत संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ सकते हैं। दो प्राकृत संख्याओं को किसी भी क्रम में गुणा कर सकते हैं। अर्थात् प्राकृत संख्याओं के लिए क्रमविनिमय का नियम योग व गुणन संक्रिया में लागू होता है जबकि घटाने एवं भाग संक्रिया पर लागू नहीं होता।
 - प्राकृत संख्याओं के लिए साहचार्य नियम योग एवं गुणा संक्रिया में लागू होता है जबकि घटाने एवं भाग संक्रिया में लागू नहीं होता।
 - प्राकृत संख्याओं के लिए गुणा का योग व अन्तर पर बंटन (वितरण) होता है।
 - किसी प्राकृत संख्या में एक से गुणा या भाग करने पर संख्या का मान नहीं बदलता। इस प्रकार a, b, c तीन प्राकृत संख्याओं के लिए

1. $(a + b)$ एक प्राकृत संख्या है।
 2. $(a \times b)$ एक प्राकृत संख्या है।
 3. $a - b$ सदैव एक प्राकृत संख्या हो आवश्यक नहीं है।
 4. $a \div b$ सदैव एक प्राकृत संख्या हो, जरूरी नहीं है।
 5. $a + b = b + a$
 6. $a \times b = b \times a$
 7. $a - b \neq b - a$ $(a \neq b)$
 8. $a \div b \neq b \div a$ $(a \neq b)$
 9. $a + (b + c) = (a + b) + c$
 10. $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
 11. $a - (b - c) \neq (a - b) - c$
 12. $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$ $(a \neq b)$
 13. $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
 14. $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$
 15. $q \times 1 = 1 \times q = q$
 16. $a \div l = a$

2. पूर्ण संख्याएँ : प्राकृत संख्याओं के समूह में शून्य को शामिल कर लेने पर पूर्ण संख्याओं का समूह प्राप्त होता है। पूर्ण संख्याओं के समूह को W से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात् $W = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ इत्यादि

- ✓ प्रत्येक पूर्ण संख्या का एक परवर्ती होता है। 0 को छोड़कर प्रत्येक पूर्ण संख्या का एक पूर्ववर्ती होता है।
 - ✓ पहली तथा सबसे छोटी पूर्ण संख्या 0 है।
 - ✓ कोई भी संख्या सबसे बड़ी अथवा अन्तिम पूर्ण संख्या नहीं है।
 - ✓ सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ भी हैं। लेकिन सभी पूर्ण संख्याएँ, प्राकृत संख्याएँ नहीं हैं।

पूर्ण संख्याओं के गुण :

- प्राकृत संख्याओं के सभी गुण पूर्ण संख्याओं के लिए भी सही हैं।
 - किसी पूर्ण संख्या में शून्य को जोड़ने या घटाने पर संख्या का मान नहीं बदलता। शून्य को योग के लिए तत्समक अवयव (योज्य तत्समय अवयव) कहते हैं।
 - किसी भी पूर्ण संख्या में 1 से गुणा करने पर संख्या का मान नहीं बदलता। 1 को गुणन के लिए तत्समक अवयव (गुणन तत्समक अवयव) कहते हैं।
 - शून्य में किसी पूर्ण संख्या का भाग देने पर भागफल शून्य ही रहता है। जबकि किसी पूर्ण संख्या में शून्य से भाग देना अपरिभाषित है।

➤ यदि a और b दो पूर्ण संख्या हो तो

- ✓ $a + b =$ पूर्ण संख्या
- ✓ $a \times b =$ पूर्ण संख्या
- ✓ $a - b \neq$ पूर्ण संख्या
- ✓ $a \div b \neq$ पूर्ण संख्या

➤ यदि a, b और c तीन पूर्ण संख्याएँ हो तो -

✓ क्रमविनिमेयता का नियम :

- $a + b = b + a$
- $a \times b = b \times a$

✓ साहचर्य का नियम :

- $(a + b) + c = a + (b + c)$
- $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

3. पूर्णांक संख्याएँ : धनात्मक संख्याएँ, ऋणात्मक संख्याएँ और शून्य को मिलाने से बना संग्रह पूर्णांक संख्याओं का समूह होता है। पूर्णांक संख्याओं को I या Z द्वारा प्रदर्शित करते हैं। अर्थात्

$$I = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ आदि।}$$

पूर्णांक संख्याओं के गुण (Properties of Integers)

- पूर्ण संख्याओं के सभी गुण पूर्णांक संख्याओं के लिए भी सही होते हैं।
- पूर्णांक संख्याओं के योग, अंतर व गुणा पर संवरक गुण (नियम) लागू होता है। अर्थात् दो पूर्णांकों का योग, अंतर व गुणा सदैव एक पूर्णांक संख्या होती है।
- पूर्णांक के भाग पर सदैव संवरक गुण लागू नहीं होता है अर्थात् दो पूर्णांकों का भाग करने पर सदैव पूर्णांक संख्या नहीं मिलती है।
- दो धनात्मक पूर्णांकों का योगफल सदैव धनात्मक पूर्णांक तथा दो ऋणात्मक पूर्णांकों का योगफल सदैव ऋणात्मक पूर्णांक होता है।
- एक धनात्मक एवं एक ऋणात्मक पूर्णांक का योगफल धनात्मक पूर्णांक होगा यदि धनात्मक पूर्णांक का आंकिक मान अधिक हो तथा योगफल ऋणात्मक होगा यदि ऋणात्मक पूर्णांक का आंकिक मान अधिक हो।
- किसी ऋणात्मक संख्या का योज्य प्रतिलोम धनात्मक व धनात्मक संख्या का योज्य प्रतिलोम ऋणात्मक संख्या होती है।
- किसी धनात्मक पूर्णांक को किसी ऋणात्मक पूर्णांक के साथ गुणा करने पर गुणनफल ऋणात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।
- दो धनात्मक पूर्णांकों या दो ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणा करने पर धनात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।
- शून्य को छोड़कर प्रत्येक पूर्णांक में उसी पूर्णांक का भाग देने भागफल हमेशा 1 आता है।
- शून्य को छोड़कर प्रत्येक पूर्णांक को उसके योज्य प्रतिलोम से भाग देने पर भागफल -1 प्राप्त होता है।
- शून्य का गुणन प्रतिलोम अस्तित्व नहीं रखता है।

4. परिमेय संख्याएँ : ऐसी संख्या परिमेय संख्या कहलाती है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता हो जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है तथा p को q से विभाजित करने पर भाग पूरा-पूरा जाता है अथवा दशमलव प्राप्त होता है। इन्हे Q से प्रदर्शित किया जाता है

- ✓ परिमेय संख्याओं में प्राकृत संख्या, पूर्ण संख्याओं और पूर्णांक संख्याओं का समावेश होता है।
- ✓ किन्हीं दो दी हुई परिमेय संख्याओं के बीच अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- ✓ p और q का 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं हो सकता हैं अर्थात् p और q सहअभाज्य संख्याएँ हैं।
- ✓ प्रत्येक पूर्णांक m को $\frac{m}{1}$ के रूप में लिखा जा सकता है।

परिमेय संख्याओं के गुण :

- दो परिमेय संख्याओं का योग हमेशा एक परिमेय संख्या होता है। परिमेय संख्याएँ योग के अंतर्गत संवृत्त हैं।
- दो परिमेय संख्याओं का अंतर हमेशा एक परिमेय संख्या होती है।
- दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल हमेशा एक परिमेय संख्या होता है।
- परिमेय संख्याओं के लिए $\frac{a}{0}$ परिभाषित हैं। शून्य को छोड़कर दूसरी सभी परिमेय संख्याओं का समूह भाग के अंतर्गत संवृत्त हैं।
- यदि Q_1, Q_2 दो परिमेय संख्या हो तो
 - ✓ **क्रमविनिमेय का नियम –**
 - $Q_1 + Q_2 = Q_2 + Q_1$
 - $Q_1 \times Q_2 = Q_2 \times Q_1$
 - ✓ **साहचर्य नियम**
 - $Q_1 + (Q_2 + Q_3) = (Q_1 + Q_2) + Q_3$
 - $Q_1 \times (Q_2 \times Q_3) = (Q_1 \times Q_2) \times Q_3$
- ✓ परिमेय संख्याओं के लिए भाग साहचर्य नहीं हैं।
- ✓ परिमेय संख्याओं के लिए गुणन का योग पर वितरण नियम
 - $Q_1 \times (Q_2 + Q_3) = Q_1 Q_2 + Q_1 Q_3$
- ✓ परिमेय संख्याओं के लिए योग के लिए शून्य तत्समक कहलाता है।
 - $Q_1 + 0 = Q_1$
- ✓ परिमेय संख्याओं के लिए 1 गुणात्मक तत्समक हैं।
 - $Q_1 \times 1 = Q_1 = 1 \times Q_1$

5. अपरिमेय संख्याएँ : वे संख्याएँ जिन्हे यदि इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में न लिखा जा सकता हो जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

उदाहरण - $\pi, \sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{237}, \sqrt{15}$

सम संख्याएँ : संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाज्य हो सम संख्या कहलाती हैं।

- n वां पद = $2n$
- प्रथम n संख्याओं का योग = $n(n + 1)$
- प्रथम n संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$
- $n = \frac{\text{अंतिम पद}}{2}$

विषम संख्याएँ : वह संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हो, विषम संख्याएँ होती हैं।

- प्रथम n विषम संख्याओं का योग = $= n^2$
- $n = \frac{\text{अंतिम पद} + 1}{2}$

अभाज्य संख्याएँ : एक संख्या जिसके केवल दो ही गुणक होते हैं, 1 और वह स्वयं, उन्हे अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे = { 2,3,5,7,11, 13, 17, 19 || }

- जहां 1 अभाज्य संख्या नहीं है।
- 2 एक मात्र सम संख्या है।
- 3, 5, 7 क्रमागत विषम अभाज्य संख्या का इकलौता जोड़ा है।
- 1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या = 9
- 25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या = 6
- 1 से 50 तक कुल 15 अभाज्य संख्या हैं।
- 1 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या = 25
- 1 से 200 तक कुल अभाज्य संख्या = 46
- 1 से 300 तक कुल अभाज्य संख्या = 62
- 1 से 400 तक कुल अभाज्य संख्या = 78
- 1 से 500 तक कुल अभाज्य संख्या = 95

सह अभाज्य संख्या : वह संख्याएँ जिनका सिर्फ और सिर्फ एक गुणनखंड (HCF) सिर्फ 1 हो।

उदाहरण – (15,22), (39, 40)

परफेक्ट संख्या : वह संख्या जिसके गुणनखंडों का योग उस संख्या के बराबर हो (गुणनखंडों में स्वयं उस संख्या को छोड़कर)

$6 \rightarrow 1, 2, 3 \rightarrow$ यहाँ $1 + 2 + 3 \rightarrow 6$

$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14 \rightarrow 1 + 2 + 4 + 7 + 14 \rightarrow 28$

वास्तविक संख्याओं के दशमलव प्रसार :

शांत दशमलव (Terminating Decimal)	अशांत दशमलव (Non-Terminating Decimal)
$\frac{1}{2} = 0.5$ $\frac{1}{4} = 0.25$ $\frac{1}{3} = 0.125$ \downarrow कुछ परिमित चरणों के बाद दशमलव प्रसार का अंत हो जाता है। ऐसी संख्याओं के दशमलव प्रसार को शांत दशमलव कहते हैं। \downarrow सारी संख्यायें परिमेय संख्यायें होगी। \downarrow शेष शून्य हो जाता है।	$\frac{1}{3} = 0.3333 \dots$ $\frac{1}{7} = 0.14285714 \dots$ \downarrow कुछ चरणों के बाद शेष की पुनरावृत्ति होती है। जिससे दशमलव प्रसार निरंतर जारी रहता है। \downarrow अपरिमेय संख्या \downarrow शेष कभी भी शून्य नहीं हो सकता है।

उदाहरण 1 : दिखाईए कि 2.152786 एक परिमेय संख्या है या 2.152786 को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

हल : यहाँ $2.152786 = \frac{2152786}{1000000}$ है। अतः यह एक परिमेय संख्या है।

उदाहरण 2 : दिखाईए कि $0.8888 \dots = 0.\bar{8}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

हल : माना कि $x = 0.\bar{8}$

$$x = 0.8888$$

दोनों और 10 से गुणा करने पर

$$10x = 10 \times (0.8888 \dots) = 8.888$$

$$10x = 8.888 \dots$$

समीकरण (i) को (ii) से घटाने पर

$$\begin{aligned} 9x &= 8 \\ \Rightarrow x &= \frac{8}{9} \end{aligned}$$

वास्तविक संख्या का ज्यामितीय रूप में निरूपण :

यदि a एक प्राकृत संख्या है, तब $\sqrt{a} = b$ का अर्थ है $b^2 = a$ और $b > 0$. यही परिभाषा धनात्मक वास्तविक संख्याओं पर भी लागू की जा सकती है। मान लीजिए $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है तब $\sqrt{a} = b$ का अर्थ है $b^2 = a$ और $b > 0$ है।

अब हम दिखाएँगे कि किस प्रकार \sqrt{x} को, जहाँ x एक दी हुई धनात्मक वास्तविक संख्या है ज्यामितीय रूप से ज्ञात किया जाता है।

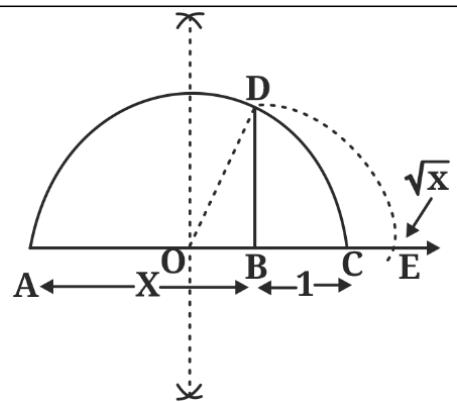
\sqrt{x} का मान ज्ञात करने के लिए जहाँ x एक धनात्मक वास्तविक संख्या है, एक दी हुई रेखा पर एक स्थिर बिन्दु A से x दूरी पर चिह्न लगाने पर एक ऐसा बिन्दु B लेते हैं जिससे कि $AB = x$ हो जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। एक बिन्दु C मान लीजिए जिससे $BC = 1$ है।

आकृति में $\triangle OBD$ एक समकोण त्रिभुज है।

$$\text{अतः } OC = OD = OA = \frac{AB+BC}{2} = \frac{x+1}{2} \text{ एकक}$$

$$OB = AB - OA = x - \left(\frac{x+1}{2}\right) = \frac{x-1}{2} \text{ एकक}$$

अतः बौद्धायन प्रमेय लागू करने पर यह प्राप्त होता है।



$$\begin{aligned} BD^2 &= OD^2 - OB^2 = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 = \frac{4x}{4} = x \\ \Rightarrow BD^2 &= x \\ \Rightarrow BD &= \sqrt{x} \text{ है।} \end{aligned}$$

वास्तविक संख्याएँ :

मान लीजिए a और b धनात्मक वास्तविक संख्याएँ हैं तब

$$(i) \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$(ii) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$(iii) (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

$$(iv) (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{c} - \sqrt{d}) = \sqrt{ac} - \sqrt{ad} + \sqrt{bc} - \sqrt{bd}$$

$$(v) (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

$$(vi) \frac{1}{a+\sqrt{b}} = \frac{a-\sqrt{b}}{a^2-b}$$

$$(vii) \frac{1}{a+b\sqrt{x}} = \frac{a-b\sqrt{x}}{a^2-b^2x} \text{ जहाँ } x \text{ एक प्राकृत संख्या है}$$

$$(viii) \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y} \text{ जहाँ } x \text{ तथा } y \text{ प्राकृत संख्या है।}$$

वास्तविक संख्याओं के लिए घातांक नियम :

यहाँ a, n और m प्राकृत संख्याएँ हैं।

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, m > n$
- $a^m b^m = (ab)^m$
- $(a)^0 = 1$
- $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$