



महाराष्ट्र

तलाठी

महसूल विभाग (Revenue Department)

बुकलेट - 3

गणित

अनुक्रमणिका

S. No.	Chapter	Page No.
1.	मूलभूत गणित (Basic Mathematics)	1
2.	कंचेभागुबेव व चिन्ह बदल (BODMAS & Sign Change)	13
3.	संख्या व संख्येचे प्रकार (Numbers and Number Types)	18
4.	वर्ग व वर्गमूळ, घन व घनमूळ (Square & Square Root, Cube & Cube Root)	23
5.	घातांक आणि करणी (Indices and Surds)	29
6.	सरळरूप द्या (Simplification)	36
7.	अंदाजित उत्तरे द्या (Approximation)	39
8.	संख्या मालिका (Number Series)	42
9.	चुकीची संख्या ओळख (Wrong Number Series)	45
10.	ल.सा.वि. व म.सा.वि. (LCM & HCF)	48
11.	अंकगणितीय श्रेणी (Arithmetic Series)	55
12.	शाब्दिक गणिते (Verbal Problems)	59
13.	सरासरी (Average)	64
14.	वयवारी (Ages)	70
15.	शेकडेवारी (Percentage)	75
16.	गुणोत्तर, मिश्रण, भागीदारी (Ratio, Mixture and Partnership)	83
17.	नफा, तोटा व सूट (Profit, Loss & Discount)	86
18.	सरळव्याज व चक्रवाढ व्याज (Simple & Compound Interest)	89
19.	वेग, वेळ व अंतर (Speed, Time & Distance)	93
20.	काळ, काम, नळ व टाकी (Time, Work & Pipe and Cistern)	100
21.	कर्मपरिवर्तन, संयोजन व संभाव्यता (Probability)	108
22.	क्षेत्रफळ व घनफळ (Mensuration)	116

मुलभुत गणित

- 1) बेरीज 2) वजाबाकी 3) गुणाकार 4) भागाकार

बेरीज

दिलेल्या संख्या एकमेकांमध्ये मिळवणे म्हणजेच बेरीज होय.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $8 + 3 = ?$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 3 \\ \hline 11 \end{array}$$

2) $28 + 11 + 7 = ?$

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 11 \\ + 7 \\ \hline 46 \end{array}$$

3) $368 + 112 + 20 = ?$

$$\begin{array}{r} 368 \\ + 112 \\ + 20 \\ \hline 500 \end{array}$$

अपूर्णाकाची बेरीज

1) $1.1 + 2.2 = ?$

स्पष्टी. या प्रश्नामध्ये अपूर्णाकाची बेरीज कशी करावी हे बघूया, यामध्ये बेरीज करताना दशांश हे एकाखाली एक घ्यावे जसे की,

$$\begin{array}{r} 1.1 \\ + 2.2 \\ \hline 3.3 \end{array}$$

वरील दोन्ही संख्येमध्ये दशांश हा उजवीकडून एक अंक सोडून आहे. त्यामुळे आलेल्या उत्तरात दशांश हा उजवीकडून एक अंक सोडून द्यावा.

2) $12.78 + 1.20 = ?$

स्पष्टी. या प्रश्नामध्ये बेरीज करताना, प्रथम दशांश एकाखाली एक घ्यावे. पहिल्या संख्येत दशांशाच्या उजव्या बाजूला दोन अंक आहेत आणि दुसऱ्या संख्येत म्हणजेच 1.2 या संख्येत दशांशा नंतर एकच अंक आहे. अशावेळी दशांशा नंतर दोन अंक येण्यासाठी शेवटी 0 जोडावा जसे की,

$$\begin{array}{r} 12.78 \\ + 1.20 \\ \hline \end{array}$$
 - प्रथम दशांश एकाखाली एक घ्यावे.

$$\begin{array}{r} 12.78 \\ + 1.20 \\ \hline \end{array}$$
 - या संख्येत दशांश नंतर दोन अंक येण्यासाठी '0'

जोडावा. कारण 12.78 या संख्येत दशांश नंतर दोन अंक आहेत.

आता ही मांडणी पूर्ण झाल्यानंतर बेरीज करावी.

$$\begin{array}{r} 12.78 \\ + 1.20 \\ \hline 13.98 \end{array}$$
 - दोन्ही संख्येमध्ये दशांश हा उजवीकडून कितव्या

स्थानी आहे हे बघावे आणि उत्तरात त्यास्थानी दशांश घ्यावा.

3) $24.6825 + 1.4 = ?$

स्पष्टी. प्रथम दशांश एकाखाली एक घेणे जसे की,

$$\begin{array}{r} 24.6825 \\ + 1.4 \\ \hline \end{array}$$

24.6825 या संख्येत दशांशानंतर 4 अंक आहेत म्हणून 1.4 या संख्येत दशांशानंतर 4 अंक पूर्ण होण्यासाठी 4 या अंकानंतर तीन '0' घ्यावे आणि नंतर बेरीज करावी.

$$\begin{array}{r} 24.6825 \\ + 1.4000 \\ \hline 26.0825 \end{array}$$

दिलेल्या दोन्ही संख्येत उजवीकडून चार अंकांनंतर दशांश आहे. त्यामुळे आलेल्या उत्तरात उजवीकडून चार अंकांनंतर दशांश घ्यावा. म्हणजे आपले उत्तर खालीलप्रमाणे असले.

स्पष्टी. 26.0825

4) $\frac{8}{12} + \frac{4}{12} = ?$

स्पष्टी. अशा प्रश्नामध्ये अंक हे अंश व छेदामध्ये असलेल्या संख्या येतात. दिलेल्या प्रश्नात दोन्ही संख्यांचे छेद हे समान आहे. अशा वेळी छेद हा जशास तसा राहतो व अंशाची बेरीज होते. जसे की,

$$\frac{8}{12} + \frac{4}{12} = \frac{8+4}{12} = \frac{12}{12} = 1.$$

5) $\frac{2}{3} + \frac{3}{9} = ?$

या प्रकारच्या प्रश्नात छेद हे समान नसतात. अशावेळी याचे उत्तर दोन प्रकारे काढता येतात.

पद्धत - I

स्पष्टी. या दोन संख्यांच्या तिरकस गुणाकाराची बेरीज करून ते अंशामध्ये ठेवावे आणि नंतर छेदाची गुणाकार करावा व छेदामध्ये ठेवावे जसे की,

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} + \frac{3}{9} \\ &= \frac{2 \times 9 + 3 \times 3}{3 \times 9} \\ &= \frac{18 + 9}{27} \\ &= \frac{27}{27} \\ &= 1. \end{aligned}$$

पद्धत - II

या प्रश्नात दोन्ही संख्यांचे छेद हे वेगवेगळे आहेत. या दोन

संख्या $\frac{2}{3}$ व $\frac{3}{9}$ ह्या आहेत. यात आपण यांचे छेद समान

करून घेऊ. यासाठी आपल्याला $\frac{2}{3}$ या संख्येच्या अंश व छेदाला 3 ने गुणावे लागेल.

$$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

आता दोन्ही संख्येचे छेद समान आले. आता आपण त्याची

बेरीज करू.

$$\frac{6}{9} + \frac{3}{9} = \frac{6+3}{9} = \frac{9}{9} = 1.$$

6) $\frac{2}{3} + \frac{3}{9} + \frac{6}{18} = ?$

स्पष्टी. अशा प्रश्नामध्ये अंश व छेद असलेल्या तीन संख्यांची बेरीज करायची असते.

यात आधी पहिल्या दोन संख्यांची बेरीज करावी नंतर त्याच्या आलेल्या बेरजेबरोबर तिसऱ्या संख्येची बेरीज करावी.

प्रथम $\frac{2}{3}$ व $\frac{3}{9}$ या संख्येची बेरीज करावी

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{9}$$

छेद समान नसल्यामुळे प्रथम छेद समान करून घेऊ. त्यासाठी

ला $\frac{2}{3}$ अंश व छेदामध्ये 3 ने गुणावे लागेल.

$$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9} \text{ --- 3 ने गुणल्यानंतर आलेली संख्या आता}$$

$$\frac{6}{9} \text{ आणि } \frac{3}{9} \text{ ची बेरीज करावी.}$$

$$\frac{6}{9} + \frac{3}{9} = \frac{9}{9} = 1.$$

या पहिल्या दोन संख्यांची बेरीज 1 आहे. आता ह्या आलेल्या उत्तराची सोबत बेरीज करावी.

$$1 + \frac{6}{18}$$

एखाद्या संख्येच्या छेदात काही नसते म्हणजेच छेदात 1 असतो.

$$\frac{1}{1} + \frac{6}{18}$$

आता $\frac{1}{1}$ च्या अंश व छेदाला 18 ने गुणून आपण छेद समान करून घेऊ.

$$\frac{1 \times 18}{1 \times 18} + \frac{6}{18}$$

$$\frac{18}{18} + \frac{6}{18} \text{ आता याची बेरीज करू.}$$

$$\frac{18+6}{18} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

म्हणजेच या प्रश्नाचे उत्तर $\frac{4}{3}$ आहे.

7) $\frac{2}{5} + \frac{5}{20} + \frac{25}{50} = ?$

स्पष्टी. प्रथम दोन संख्या बेरीज

$\frac{2}{5} + \frac{5}{20}$ ----- याचा छेद समान करण्यासाठी $\frac{2}{5}$ च्या अंश व छेदाला 4 ने गुणने.

$$\frac{2 \times 4}{5 \times 4} + \frac{5}{20}$$

$$\frac{8}{20} + \frac{5}{20}$$

$$= \frac{8+5}{20}$$

$$= \frac{13}{20}$$

आता या आलेल्या उत्तराची $\frac{25}{50}$ सोबत बेरीज करणे.

$$\frac{13}{20} + \frac{25}{50}$$

छेद समान करण्यासाठी $\frac{13}{20}$ ला 5 ने गुणने आणि $\frac{25}{50}$ ला 2 ने गुणने.

$$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} + \frac{25 \times 2}{50 \times 2}$$

$$= \frac{65}{100} + \frac{50}{100}$$

$$\frac{65+50}{100} = \frac{115}{100} = \frac{23}{20}$$

वजाबाकी

दिलेल्या संख्यांमधील फरक म्हणजे वजाबाकी होय.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $9 - 2 = ?$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \text{स्पष्टी. } - 2 \\ \hline 7 \end{array}$$

2) $37 - 12 - 10 = ?$

स्पष्टी. ----- पहिल्या दोन संख्यांची वजाबाकी.

$$\begin{array}{r} 37 \\ - 12 \\ \hline 25 \end{array}$$

आलेल्या उत्तरामधून उरलेल्या संख्येची वजाबाकी.

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 10 \\ \hline 15 \end{array}$$

म्हणजेच उत्तर = 15.

अपूर्णाकांची वजाबाकी

1) $3.3 - 1.2 = ?$

स्पष्टी. या प्रश्नामध्ये अपूर्णाकांची वजाबाकी कशी करावी हे बघूया, यामध्ये वजाबाकी करताना दशांश हे एकाखाली एक घ्यावे आणि नंतर वजाबाकी करावी.

$$\begin{array}{r} 3.3 \\ - 1.2 \\ \hline 2.1 \end{array}$$

वरील दोन्ही संख्येमध्ये दशांश हा उजवीकडून एक अंक सोडून आहे. त्यामुळे आलेल्या उत्तरात दशांश हा उजवीकडून एक अंक सोडून द्यावा.

2) $18.72 - 1.7 = ?$

स्पष्टी. या प्रश्नामध्ये वजाबाकी करताना, प्रथम दशांश एकाखाली एक घ्यावे. पहिल्या संख्येत दशांशाच्या उजव्या बाजूला दोन अंक आहे आणि दुसऱ्या संख्येत म्हणजेच 1.7 या संख्येत दशांशा नंतर एकच अंक आहे. उशावेळी दशांशा नंतर दोन अंक येण्यासाठी शेवटी 0 जोडावा जसे की,

$$\begin{array}{r} 18.72 \\ - 1.7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18.72 \\ - 1.70 \\ \hline \end{array}$$

जोडावा कारण 18.72 या संख्येत दशांश नंतर दोन अंक आहेत.

आता ही मांडणी पूर्ण झाल्यानंतर वजाबाकी करावी.

$$\begin{array}{r} 18.72 \\ - 1.70 \\ \hline 17.02 \end{array}$$

प्रश्नाच्या दोन्ही संख्येमध्ये दशांश हा उजवीकडून दोन अंकांनंतर आहे. त्यामुळे आलेल्या उत्तरात दशांश हा उजवीकडून दोन अंक सोडून द्यावा.

म्हणजेच उत्तर - 17.02

3) **38.7525 - 1.3 = ?**

स्पष्टी. प्रथम दशांश एकाखाली एक घेणे जसे की,

$$\begin{array}{r} 38.7525 \\ - 1.3 \\ \hline \end{array}$$

38.7525 या संख्येत दशांशांनंतर 4 अंक आहेत म्हणून 1.3 या संख्येत दशांशांनंतर चार अंक पूर्ण होण्यासाठी 3 या अंकांनंतर तीन '0' घ्यावे आणि नंतर वजाबाकी करावी.

$$\begin{array}{r} 38.7525 \\ + 1.3000 \\ \hline 37.4525 \end{array}$$

दिलेल्या दोन्ही संख्येत उजवीकडून चार अंकांनंतर दशांश आहे. त्यामुळे आलेल्या उत्तरात उजवीकडून चार अंकांनंतर दशांश द्यावा. म्हणजे आपले उत्तर खालीलप्रमाणे असेल.

उत्तर - 37.4525.

4) $\frac{12}{11} - \frac{3}{11} = ?$

स्पष्टी. अशा प्रश्नामध्ये अंक हे अंश व छेदामध्ये असलेल्या संख्या असतात. दिलेल्या प्रश्नात दोन्ही संख्यांचे छेद हे समान आहे. अशावेळी छेद हा जशाच तसा राहतो. व अंशाची वजाबाकी होते, जसे की,

$$\frac{12}{11} - \frac{3}{11} = \frac{12-3}{11} = \frac{9}{11}.$$

5) $\frac{17}{3} - \frac{9}{2} = ?$

स्पष्टी. या प्रकारच्या प्रश्नात छेद हे समान नसतात अशावेळी याचे उत्तर दोन प्रकारे काढता येते.

पद्धत - I

या दोन संख्यांच्या तिरकस गुणाकाराची वजाबाकी करून ते अंशामध्ये ठेवावे. आणि नंतर छेदाची गुणाकार करावा व छेदामध्ये ठेवावे जसे की,

$$\frac{17}{3} - \frac{9}{2}$$

$$= \frac{17 \times 2 - 9 \times 3}{3 \times 2}$$

$$= \frac{34 - 27}{6}$$

$$= \frac{7}{6}$$

पद्धत - II

या प्रश्नात दोन्ही संख्यांचे छेद हे वेगवेगळे आहेत. या दोन

संख्या $\frac{17}{3}$ व $\frac{9}{2}$ ह्या आहेत. यात आपण यांचे छेद समान

करून घेऊ. यासाठी आपल्याला $\frac{17}{3}$ च्या अंश व छेदाला 2

ने व $\frac{9}{2}$ च्या अंश व छेदाला 3 ने गुणावे लागेल.

$$\frac{17 \times 2}{3 \times 2} - \frac{9 \times 3}{2 \times 3}$$

$$= \frac{34}{6} - \frac{27}{6}$$

$$= \frac{7}{6}.$$

6) $\frac{4}{3} - \frac{6}{9} - \frac{8}{18} = ?$

स्पष्टी. अशा प्रश्नामध्ये अंश व छेद असलेल्या तीन संख्यांची वजाबाकी करायची असते.

यात आधी पहिल्या दोन संख्यांची वजाबाकी करावी नंतर त्याच्या आलेल्या उत्तराबरोबर तिसऱ्या संख्येची वजाबाकी करावी,

प्रथम $\frac{4}{3}$ व $\frac{6}{9}$ या संख्येची वजाबाकी करावी.

$$\frac{4}{3} - \frac{6}{9}$$

छेद समान नसल्यामुळे प्रथम छेद समान करून घ्यावे. त्यासाठी

$\frac{4}{3}$ ला अंश व छेदामध्ये 3 ने गुणावे लागेल.

$$\frac{4 \times 3}{3 \times 3} - \frac{6}{9}$$

$$\frac{12}{9} - \frac{6}{9} = \frac{6}{9}$$

या पहिल्या दोन संख्यांची वजाबाकी $\frac{6}{9}$ आहे. आता ह्या

आलेल्या उत्तरामधून तिसऱ्या संख्येची वजाबाकी करावी.

$$\frac{6}{9} - \frac{8}{18}$$

छेद भिन्न असल्यामुळे $\frac{6}{9}$ च्या अंश व छेदाला 2 ने गुणावे

म्हणजे छेद समान होईल व नंतर वजाबाकी करावी.

$$\frac{6 \times 2}{9 \times 2} - \frac{8}{18}$$

$$= \frac{12}{18} - \frac{8}{18}$$

$$= \frac{12 - 8}{18}$$

$$= \frac{4}{18}$$

7) $\frac{10}{20} - \frac{8}{40} - \frac{2}{120} = ?$

स्पष्टी. प्रथम दोन संख्यांची वजाबाकी,

$$\frac{10}{20} - \frac{8}{40} \text{ ---- याचा छेद समान करण्यासाठी } \frac{10}{20} \text{ च्या}$$

अंश व छेदाला 2 ने गुणावे.

$$\frac{10 \times 2}{20 \times 2} - \frac{8}{40}$$

$$\frac{20}{40} - \frac{8}{40}$$

$$= \frac{20 - 8}{40} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

आता या आलेल्या उत्तराची $\frac{2}{120}$ सोबत वजाबाकी करावी.

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{120} \text{ ----- छेद समान करण्यासाठी } \frac{3}{10} \text{ या}$$

संख्येच्या अंश व छेदाला 12 ने गुणावे.

$$\frac{3 \times 12}{10 \times 12} - \frac{2}{120}$$

$$\frac{36}{120} - \frac{2}{120}$$

$$= \frac{34}{120} = \frac{17}{60}$$

बेरीज-वजाबाकी

एखाद्या प्रश्नात धन व ऋण नंबर सोबत आल्यास काय करावे

हे आपण बघूया.

धन नंबर म्हणजे - समोर + चिन्ह असलेले.

ऋण नंबर म्हणजे - समोर - चिन्ह असलेले.

धन व ऋण चिन्ह आल्यास.

i) दोन्ही संख्यांचे चिन्ह + असल्यास बेरीज करावी जसे, की

$$+ + 1$$

ii) एका संख्येचे चिन्ह + व दुसऱ्या संख्येचे चिन्ह - असले तर त्याची वजाबाकी करावी, आणि मोठ्या संख्येचे चिन्ह उत्तराला द्यावे जसे की,

उदा. 1) $+ 3 - 2 = ?$

स्पष्टी. $\frac{+ 3 - 2}{+ 1}$ याला आपण 1 सुद्धा लिहू शकतो.

टीप :- एखाद्या अंकासमोर कोणतेही चिन्ह नसणे म्हणजे त्यासमोर + चे चिन्ह असते.

उदा. 2) $- 5 + 3 = ?$

$$\frac{- 5 + 3}{- 2}$$

यामध्ये एका अंकासमोर - तर एका समोर + चिन्ह आले, त्यामुळे याची वजाबाकी करावी लागेल, व मोठ्या संख्येला - चिन्ह असल्यामुळे आलेल्या उत्तराला सुद्धा - चे चिन्ह वापरावे लागेल.

iii) जेव्हा दोन्ही अंकासमोर - चिन्ह येते, तेव्हा त्याची बेरीज करावी आणि आलेल्या उत्तराला - चिन्ह द्यावे जसे की,

उदा. 1) $- 8 - 4 = ?$

स्पष्टी. $\frac{- 8 - 4}{- 12}$

$\begin{array}{c} +x \\ +y \end{array}$ याची बेरीज होईल व उत्तराला + चिन्ह येईल.	$\begin{array}{c} +x \\ -y \end{array}$ याची वजाबाकी होईल व उत्तराला मोठ्या संख्येचे चिन्ह लागेल.
$\begin{array}{c} -x \\ +y \end{array}$ याची वजाबाकी होईल व उत्तराला मोठ्या संख्येचे चिन्ह येईल.	$\begin{array}{c} -x \\ -y \end{array}$ याची बेरीज होईल व उत्तराला - चिन्ह येईल.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $5 + 8 = ?$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 8 \\ \hline 13 \end{array}$$

दोन्ही अंक धन आहेत त्यामुळे बेरीज होईल.

2) $7 + 8 + 9 = ?$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \oplus 8 \\ 9 \\ \hline 24 \end{array}$$

तिन्ही अंक धन आहेत त्यामुळे बेरीज होईल.

3) $16 - 11 = ?$

स्पष्टी. यामध्ये 16 हा धन अंक आहे व 11 हा ऋण अंक आहे. त्यामुळे याची वजाबाकी होईल. आणि 16 हा अंक मोठा आहे. त्यामुळे त्याचे म्हणजे धन हे उत्तरासमोर असेल.

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 11 \\ \hline 5 \end{array}$$

4) $23 - 38 = ?$

स्पष्टी. यामध्ये 23 हा अंक धन आहे व 38 हा अंक ऋण आहे. त्यामुळे याची वजाबाकी होईल व 38 हा अंक मोठा असल्यामुळे, येणाऱ्या उत्तरासमोर ऋण चिन्ह येईल, कारण 38 हा अंक ऋण आहे.

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 23 \\ \hline 15 \end{array} \quad - 15$$

5) $25 - 23 - 38 = ?$

स्पष्टी. या प्रश्नामध्ये 25 ही धन संख्या आहे. आणि 23 व 38 ऋण संख्या आहेत. सर्वप्रथम 25 व 23 ह्या संख्या घेऊन त्याची वजाबाकी करून नंतर आलेले उत्तर व 38 ह्या संख्येची वजाबाकी करू.

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 23 \\ \hline + 2 \end{array}$$

कारण मोठ्या संख्येचे चिन्ह धन आहे.

आता 38 व 2 यांची वजाबाकी करू.

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 2 \\ \hline - 36 \end{array} \quad - 36$$

आलेल्या उत्तरासमोर ऋण चिन्ह लागेल कारण यामध्ये 38 ही मोठी संख्या आहे व तिच्या समोर ऋण चिन्ह आहे.

3) गुणाकार

एका संख्येची विशिष्ट पट काढतांना केलेली क्रिया म्हणजे गुणाकार होय. म्हणजेच दोन संख्यांचा गुणाकार होत असताना त्या संख्या एकमेकीसोबत त्या पटीत मिसळतात.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $8 \times 9 = ?$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 9 \\ \hline 72 \end{array}$$

2) $25 \times 28 = ?$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 28 \\ \hline 200 \\ 50 \oplus \\ \hline 700 \end{array}$$

या प्रश्नात 28 ने 25 ला गुणताना एकतर सरळ 28 ने 25 मधील एकएका संख्येस गुणावे किंवा 28 मधील एकएका अंकाने 25 मधील एकएका अंकास गुणावे म्हणजे 28 ने प्रथम 5 ला गुणावे व नंतर 28 ने 2 ला गुणावे किंवा 28 मधील 8 ने प्रथम 5 ला व नंतर 1 ला गुणावे व नंतर 28 मधील 2 ने प्रथम 5 व नंतर 2 ला गुणावे व आलेल्या गुणाकाराची बेरीज करावी. तसेच बेरीज करताना 28 मधील 2 ने गुणल्यानंतर आलेल्या गुणाकाराची मांडणी ही 8 ने गुणल्यानंतर आलेल्या उत्तराच्या दशक स्थानापासून करावी.

3) $56 \times 34 = ?$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2} \\ 56 \\ \times 34 \\ \hline 224 \\ 168 \oplus \\ \hline 1904 \end{array}$$

4) $115 \times 112 = ?$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{115} \\ \times 112 \\ \hline 230 \\ 115 \oplus \\ 115 \oplus \oplus \\ \hline 12880 \end{array}$$

जेव्हा दशांश संख्या येईल तेव्हा गुणाकार करताना अगोदर आपल्या वरील पद्धतीने गुणाकार करून घ्यावा व नंतर दशांश हा त्या संख्यांच्या उजवीकडून कितव्या स्थानी आलेला आहे. त्यानुसार घ्यावा.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $1.6 \times 1.2 = ?$

$$\begin{array}{r} 1.6 \\ \times 1.2 \\ \hline 32 \\ 16 \oplus \\ \hline 1.92 \end{array}$$

या संख्येत दशांश उजवीकडून संख्यासोडून आहे.
या संख्येत सुद्धा उजवीकडून एक संख्या सोडून दशांश आहे.
आलेल्या उत्तरात दशांश उजवीकडून दोन संख्या सोडून घ्यावा.

2) $11.8 \times 5 = ?$

$$\begin{array}{r} \overset{4}{11.8} \\ \times 5 \\ \hline 59.0 \end{array}$$

या प्रश्नात एकाच संख्येत दशांश आहे. तो उजवीकडून एक संख्या सोडून आहे. त्यामुळे उत्तरात दशांश उजवीकडून एक अंक सोडून घ्यावा.

3) $33.33 \times 22.22 = ?$

स्पष्टी. या प्रश्नाच्या उत्तरात दशांश हा उजवीकडून चार संख्येनंतर येईल.

$$\begin{array}{r} 33.33 \\ \times 22.22 \\ \hline \overset{1}{6} \overset{1}{6} \overset{1}{6} \overset{1}{6} \\ \overset{2}{6} \overset{2}{6} \overset{2}{6} \overset{2}{6} \oplus \\ \overset{2}{6} \overset{2}{6} \overset{2}{6} \overset{2}{6} \oplus \oplus \\ \overset{1}{6} \overset{1}{6} \overset{1}{6} \overset{1}{6} \oplus \oplus \oplus \\ \hline 740.5926 \end{array}$$

4) $2.385 \times 1.2 = ?$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2.385} \\ \times \overset{1}{1.2} \\ \hline 4770 \\ 2385 \oplus \\ \hline 2.8620 \end{array}$$

या प्रश्नाच्या उत्तरात दशांश उजवीकडून चार संख्येनंतर येईल. जेव्हा गुणाकारामध्ये एक संख्या धन व दुसरी संख्या ऋण असते किंवा दोन्ही संख्या ऋण असतात त्यानुसार चिन्ह बदल होतो.

i) जेव्हा गुणाकारात दोन्ही संख्या धन असतील तेव्हा उत्तर हे धन असते.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 5 \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} \oplus \\ \times \oplus \\ \hline \oplus \end{array}$$

ii) जेव्हा गुणाकारात दोन्ही संख्या ऋण असतात, तेव्हा आलेले उत्तर धन असते.

$$\begin{array}{r} -6 \\ \times -2 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} \ominus \\ \times \ominus \\ \hline \oplus \end{array}$$

iii) जेव्हा गुणाकारात एक संख्या धन व दुसरी संख्या ऋण असते. तेव्हा आलेले उत्तर हे ऋण असते.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times -2 \\ \hline -6 \end{array} \quad \begin{array}{r} \oplus \\ \times \ominus \\ \hline \ominus \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -9 \\ \times 5 \\ \hline -45 \end{array} \quad \begin{array}{r} \ominus \\ \times \oplus \\ \hline \ominus \end{array}$$

अंश-छेद गुणाकर

अंश व छेद असणाऱ्या दोन संख्यांचा गुणाकर करताना दोन संख्यांच्या अंश-अंशाचा गुणाकर व छेदा-छेदाचा गुणाकर घ्यावा.

$$\frac{x}{y} \times \frac{A}{B} = \frac{x \times A}{y \times B}$$

1) $\frac{3}{4} \times \frac{9}{2} = ?$

स्पष्टी. $\frac{3 \times 9}{4 \times 2} = \frac{27}{8}$

2) $\frac{8}{9} \times \frac{3}{2} \times \frac{7}{6} = ?$

स्पष्टी. $\frac{8 \times 3 \times 7}{9 \times 2 \times 6} = \frac{168}{108}$

- या प्रकारामध्ये जेव्हा एक संख्या धन व दुसरी संख्या ऋण असते किंवा दोन्ही संख्या ऋण असतात. तेव्हा त्यांचा गुणाकारानंतर चिन्हात बदल होतो.

$\oplus \times \oplus \rightarrow \oplus$
$\ominus \times \ominus \rightarrow \oplus$
$\oplus \times \ominus \rightarrow \ominus$
$\ominus \times \oplus \rightarrow \ominus$

सोडविलेली उदाहरणे

1) $\frac{3}{4} \times \frac{11}{9} = ?$

स्पष्टी. $\frac{3 \times 11}{4 \times 9} = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$

2) $-\frac{11}{19} \times -\frac{10}{9} = ?$

स्पष्टी. दोन्ही संख्या – असल्यामुळे आलेले उत्तर हे धन राहील.

$$-\frac{11}{19} \times -\frac{10}{9}$$

$$\frac{-11 \times -10}{19 \times 9} = \frac{110}{171}$$

3) $\frac{10}{9} \times \frac{-8}{3} = ?$

स्पष्टी. एकाच संख्येचे चिन्हे धन व दुसऱ्या संख्येचे चिन्ह ऋण असल्यामुळे आलेले उत्तर ऋण असेल.

$$\frac{10 \times -8}{9 \times 3} = \frac{-80}{27}$$

4) $\frac{-2}{3} \times \frac{1}{10} = ?$

स्पष्टी. $\frac{-2 \times 1}{3 \times 10} = \frac{-2}{30} = \frac{-1}{15}$

जेव्हा अंश व छेद असलेल्या तीन संख्यांचा गुणाकार करायचा असतो तेव्हा चिन्ह बदल खालील प्रमाणे होतो.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = ?$

स्पष्टी. तिन्ही संख्या धन आहेत म्हणून उत्तर सुद्धा धन येईल.

$$\frac{1 \times 3 \times 4}{2 \times 4 \times 5} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

2) $\frac{7}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{-1}{2} = ?$

स्पष्टी. दोन संख्या धन व एक ऋण असल्यामुळे उत्तर ऋण येईल.

$$\frac{7 \times 2 \times -1}{3 \times 5 \times 2} = \frac{-14}{30} = \frac{-7}{15}$$

3) $\frac{12}{5} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-5}{2} = ?$

स्पष्टी. एक संख्या धन व दोन ऋण आहे. त्या दोन ऋण ऋण संख्यांचा गुणाकार धन येईल. त्या आलेल्या गुणाकाराचा धन संख्येबरोबर गुणाकार धन येईल. व म्हणजे उत्तर धन येईल.

$$\frac{12 \times -2 \times -5}{5 \times 3 \times 2} = \frac{120}{30}$$

4) $\frac{-1}{4} \times \frac{-8}{3} \times \frac{-9}{8} = ?$

स्पष्टी. $\frac{-1 \times -8 \times -9}{4 \times 3 \times 8} = \frac{-72}{96} = \frac{-3}{4}$

यामध्ये तिन्ही संख्या ऋण आहेत. त्यामुळे पहिल्या दोन ऋण-ऋण असलेल्या संख्यांचा गुणाकार धन येतो. व नंतर त्या आलेल्या गुणाकाराचा समोरील ऋण संख्येबरोबर गुणाकार हा ऋण येईल. म्हणजेच उत्तर हे ऋण असेल.

(भाज्य = भाजक × भागाकार + बाकी)

भागाकार

ज्या संख्येने भागतात तिला भाजक व ज्या संख्येला भागतात तिला भाज्य म्हणतात. येणाऱ्या उत्तराला भागाकार म्हणतात.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $8 \div 4 = ?$

स्पष्टी. $\frac{8}{4}$ → भाज्य
→ भाजक

$$\begin{array}{r} 2 \rightarrow \text{भागाकार} \\ 4 \overline{) 8} \rightarrow \text{भाज्य} \\ \underline{- 8} \\ 0 \rightarrow \text{बाकी} \end{array}$$

$= 2.$

2) $255 \div 5 = ?$ $15015 \div 3$

$$\begin{array}{r} 51 \\ 5 \overline{) 255} \\ \underline{- 25} \\ 005 \\ \underline{- 5} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5005 \\ 3 \overline{) 15015} \\ \underline{- 15} \\ 00 \\ \underline{- 0} \\ 01 \\ \underline{0} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

स्पष्टी.

$$\frac{255}{5} = 51.$$

3) $2 \div 3 = ?$

स्पष्टी. यामध्ये जेव्हा मोठ्या संख्येने लहान संख्येला भागायचे असते. तेव्हा (.) घेऊन लहान संख्येसमोर 0 घ्यावे व नंतर भागाकार करावा.

$$\begin{array}{r} 0.6666 \\ 3 \overline{) 20} \\ \underline{- 18} \\ 20 \\ \underline{- 18} \\ 20 \\ \underline{- 18} \\ 2 \end{array}$$

$$\frac{2}{3} = 0.6666$$

4) $368 \div 3 = ?$

स्पष्टी. $\frac{368}{3} = 122.66$

$$\begin{array}{r} 122 \overline{) 368} \\ \underline{- 3} \\ 06 \\ \underline{- 6} \\ 08 \\ \underline{- 6} \\ 20 \\ \underline{- 18} \\ 2 \end{array}$$

हा (.) घेतल्यावर
हा 0 येईल.

5) $12 \div 2 \div 3 = ?$

स्पष्टी. या प्रकारच्या प्रश्नामध्ये पहिल्या दोन संख्यांचा भागाकार करावा. नंतर त्या आलेल्या उत्तराला तिसऱ्या संख्येने भागावे.

$$12 \div 2 \div 3 = 2$$

$$= \frac{12^6}{2} \div 3$$

$$= 6 \div 3$$

$$= \frac{6^2}{3}$$

$$= 2$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ 2 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

पहिल्या दोन संख्यांचा भागाकार

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) 6} \\ \underline{- 6} \\ 0 \end{array}$$

आलेल्या उत्तराला 3 ने भागणे

अपुर्णाकामध्ये असलेल्या संख्यांचा भागाकार -

अपुर्णाक संख्येचा भागाकार हा सर्वप्रथम मागील उदाहरणामध्ये दिलेल्या पद्धतीनेच करावा व त्यानंतर आलेल्या उत्तरात दशांश हा खाली दिलेल्या प्रमाणे द्यावा.

1) $68.55 \div 5 = ?$

स्पष्टी. पद्धत - I $\frac{68.55^{13.71}}{5} = 13.71$

यामध्ये संख्यांचे दोन भाग करावे. दशांशाच्या डावीकडील संख्या व दशांशाच्या उजवीकडील संख्या सर्वप्रथम दशांशाच्या डावीकडील संख्येला भाग द्यावा आणि भाग देऊन झाल्यावर दशांश घ्यावा. त्यानंतर प्रश्नामधील दशांशाच्या उजवीकडील संख्येला भाग द्यावा.

$$\begin{array}{r} 68.55 \\ 5 \end{array}$$

यामध्ये 68 ला 5 ने भाग दिल्यानंतर 13 पर्यंत भाग जातो. म्हणजे दशांश हा 13 नंतर घ्यावा लागेल.

$$\begin{array}{r} 13.71 \\ 5 \overline{) 68.55} \\ \underline{- 5} \\ 18 \\ \underline{- 15} \\ 035 \\ \underline{- 35} \\ 005 \\ \underline{- 5} \\ 0 \end{array}$$

पद्धत - II - $\frac{68.55}{5}$

या पद्धतीमध्ये आपण अंशामधील अपुर्णाक संख्येचा दशांश काढून टाकल्यास दशांशाच्या उजवीकडे किती संख्या आहेत. तेवढे शून्य छेदामधल्या संख्येसमोर घ्यावे आणि नंतर भागाकार करावा.

$$\begin{array}{r} 6855 \\ = \frac{6855}{500} \\ = \frac{6855^{13.71}}{500} \end{array}$$

2) $60.60 \div 12 = ?$

$$\begin{array}{r} 5.05 \\ 12 \overline{) 60.60} \\ \underline{60} \\ 0060 \\ \underline{60} \\ 00 \end{array}$$

स्पष्टी. पद्धत - I

$$\frac{60.60}{12} = 5.05$$

पद्धत - II

$$\frac{60.60}{1200} = \frac{60.60}{12}$$

$$= \frac{6060}{1200}$$

$$\begin{array}{r} 5.05 \\ 1200 \overline{) 6060} \\ \underline{6000} \\ 006000 \\ \underline{6000} \\ 0000 \end{array}$$

$$= 5.05$$

3) $3.9 \div 1.3 = ?$

स्पष्टी. या प्रकारात दोन अपुर्णाक संख्येचा भागाकार करताना दशांश हे एकमेकांबरोबर cancel करून नंतर भागाकार करावा. दशांश cancel करताना दशांशाच्या उजवीकडील संख्या ह्या सारख्याप्रमाणात असाव्या.

- दोन्ही संख्येच्या दशांशानंतर उजवीकडे एक संख्या आहे. दशांश cancel केल्यानंतर काही बदल करावा लागणार नाही.

$$= \frac{3.9}{1.3} = \frac{39}{13}$$

$$= \frac{39^3}{13} = 3$$

4) $1.26 \div 1.4 = ?$

स्पष्टी. यामध्ये दशांश cancel करताना अंशामध्ये असलेल्या संख्येच्या दशांशानंतर किती अंक आहेत. तेवढेच अंक छेदामध्ये असलेल्या संख्येच्या दशांशानंतर पाहिजे त्यासाठी एक छेदामधील संख्येसमोर एक '0' द्यावा लागेल. आणि नंतर भागाकार करावा.

$$\begin{array}{r} 0.9 \\ 140 \overline{) 1260} \\ - 1260 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$= \frac{1.26}{1.4}$$

$$\frac{1.26}{1.40} = \frac{126^{0.9}}{140} = 0.9$$

5) $3.93913 \div 1.3 = ?$

स्पष्टी. दोन्ही संख्येत दशांशानंतर सारख्या प्रमाणात संख्या पाहिजे यासाठी छेदातील संख्येस दशांशानंतर चार '0' घ्यावे लागतील व नंतर भागाकार करावा लागेल.

$$\begin{array}{r} 3.93913 \\ 1.30000 \overline{) 393913} \\ - 130000 \\ \hline 303913 \\ - 260000 \\ \hline 43913 \\ - 40000 \\ \hline 3913 \\ - 3913 \\ \hline 0000 \end{array}$$

6) $1.9 \div 1.52 = ?$

स्पष्टी. यामध्ये अंशातल्या संख्येच्या शेवटी '0' घ्यावा लागेल.

$$\begin{array}{r} 1.9 \\ 1.52 \overline{) 190} \\ - 152 \\ \hline 38 \\ - 36 \\ \hline 20 \\ - 19 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

- भागाकार करताना एक संख्या धन व दुसरी संख्या ऋण किंवा दोन्ही संख्या ऋण असतील तर खालीलप्रमाणे चिन्ह बदल होतो. म्हणजेच उत्तरासमोर खालीलप्रमाणे चिन्ह येईल.

$\oplus$	$\div$	$\oplus$	$\rightarrow$	$\oplus$
$\oplus$	$\div$	$\ominus$	$\rightarrow$	$\ominus$
$\ominus$	$\div$	$\oplus$	$\rightarrow$	$\ominus$
$\ominus$	$\div$	$\ominus$	$\rightarrow$	$\oplus$

सोडविलेली उदाहरणे

1) $36 \div (-9) = ?$

स्पष्टी. $\frac{36^+}{-9^-} = -4.$

2) $-105 \div 15 = ?$

स्पष्टी. $\frac{-105^-}{15^+} = -7.$

3) $(-88) \div (-11) = ?$

स्पष्टी. अंशातील - चे चिन्ह छेदातील - चिन्हाबरोबर Cancel होईल.

$$\frac{+88^+}{+11^+} = 8.$$

अंश-छेद असणाऱ्या संख्येचा भागाकार -

अंश-छेद असणाऱ्या संख्याचा भागाकार करताना दिलेल्या संख्येमधील म्हणजेच भागाकाराच्या चिन्हाच्या समोरील संख्येचे अंश व छेद एकमेकांसोबत अदलाबदल करून भागाकाराच्या जागी गुणाकाराचे चिन्ह घ्यावे व ते सोडवावे.

सोडविलेली उदाहरणे

1) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} = ?$

स्पष्टी. $\frac{1}{3} \times \frac{9}{1} \rightarrow$ भागाकाराच्या जागी गुणाकाराचे चिन्ह घ्यावे व समोरील संख्या अंश व छेद एकमेकांसोबत अदलाबदल करावे.

$$= \frac{9^3}{3} = 3$$

2) $\frac{4}{3} \div \frac{8}{6} = ?$

स्पष्टी. $= \frac{4}{3} \times \frac{6}{8}$

$$= \frac{4 \times 6}{3 \times 8}$$

$$= \frac{24}{24} = 1$$

3) $\frac{12}{11} \div \frac{18}{22} = ?$

स्पष्टी. $= \frac{12}{11} \times \frac{22}{18}$

$$= \frac{12 \times 22}{11 \times 18} \text{ किंवा } \frac{12^2 \times 22^2}{11 \times 18}$$

$$= \frac{264}{198} = \frac{4}{3}$$

264 ला 6 ने भागितल्यास व 198 ला 6 ने भागितल्यास

$$= \frac{44}{33} \text{ --- दोन्ही संख्यांना 11 ने भागितल्यास}$$

$$= \frac{4}{3}.$$

4) $\frac{84}{72} \div \frac{14}{9}$

स्पष्टी. $= \frac{84^6}{72_8} \times \frac{9}{14}$

$$= \frac{6^3}{8_4} = \frac{3}{4}.$$

5) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} \div \frac{3}{4} = ?$

स्पष्टी. या प्रश्नामध्ये मागील प्रश्नासारखेच भागाकार चिन्हाच्या जागी प्रत्येक गुणाकाराचे चिन्ह घ्यावे आणि अंश व छेद ऐकमेकांसोबत अदलाबदल करून लिहावा.

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} \div \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{9}{1} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{36^4}{9}$$

$$= 4.$$

2

CHAPTER

कं चे भा गु बे व (VBODMAS)

VBODMAS

VBODMAS - कं चे भा गु बे व

V - Vinculum - Bar (-)

B - Bracket

O - Of (चे)

D - Division - भागाकार

M - Multiplication (गुणाकार)

A - Addition (बेरीज)

S - Substraction (वजाबाकी)

पदावली सोडविण्याचा प्राधान्य क्रम हा आधी V (Bar), नंतर Bracket नंतर Of (चे) नंतर Division (भागाकार) नंतर Multiplication (गुणाकार) नंतर Addition (बेरीज) आणि नंतर Substraction (वजाबाकी)

Vinculum म्हणजे Bar म्हणजेच संख्यांच्या वर छोटीशी आडवी रेषा व Bar खालील संख्यांना जेव्हा तो Bar काढून लिहायचे असते. तेव्हा त्या त्रिकोणी Bracket (< >) मध्ये लिहाव्या व सर्वप्रथम ते Bracket सोडवावा.

उदा. $8 \div 4 = < 8 \div 4 > = 2$

Bracket चे चार प्रकार पडतात.

1) < > 2) () 3) { } 4) []

पदावली मध्ये Bracket सोडवण्याचा प्राधान्यक्रम खालीलप्रमाणे.

1) < > 2) () 3) { } 4) []

Bracket (कंस) सोडवण्याचा प्राधान्य क्रम प्रथम त्रिकोणी संक < >, नंतर Round कंस () नंतर Curly { } व नंतर चौकोनी [] कंस असा घ्यावा.

शेवटी बेरीज व वजाबाकी जरी उरली असेल तरी त्या दोघापैकी जे आधी आले ते घ्यावे.

1) $10 - 8 + 4 - 3 + 5 - 1 + 6$

स्पष्टी. $2 + 4 - 3 + 5 - 1 + 6$

$= 6 - 3 + 5 - 1 + 6$

$= 3 + 5 - 1 + 6$

$= 8 - 1 + 6$

$= 7 + 6$

$= 13$

कंसाच्या बाहेर एखादी संख्या आली असेल तर त्या संख्येने कंसातील प्रत्येक पदाला गुणावे जसे की,

उदा. $7(x + a + 4 + d)$

$7x + 7a + 28 + 7d$

कंसाच्या बाहेर जर वजाबाकीचे चिन्ह आले तर कंसातील प्रत्येक पदाची चिन्हे बदलतात जसे की,

उदा. $-(P - Q + R - S - t - u)$

$-P + Q - R + S + t + u$

1) $5 + 5 - 5 \times [5 \div \{5 + 5 \times 5 + 5\}]$

यामध्ये VBODMAS प्राधान्यक्रमानुसार सोडवावे व Bracket च्या प्राधान्य क्रमानुसार सोडवावे.

स्पष्टी. सर्वप्रथम Vinculum म्हणजे Bar मधील सोडवावे. Bar च्या त्रिकोणी कंस येतो.

$5 + 5 - 5 \times [5 \div \{5 + 5 \times < 5 + 5 >\}]$

$5 + 5 - 5 \times [5 \div \{5 + 5 \times 25\}]$

आता Round Bracket नसल्यामुळे त्यानंतर येणारा Curly Bracket मधले सोडवू Curly Bracket मध्ये आधि गुणाकार व नंतर बेरीज घ्यावी.

$5 + 5 - 5 \times [5 \div \{5 + 125\}]$

$5 + 5 - 5 \times [5 \div 130]$

आता चौकोनी कंस मधील सोडवू.

$5 + 5 - 5 \times \left[\frac{1}{26} \right]$

$= 5 + 5 - 5 \times \frac{1}{26}$

Bracket मधील सोडवून झाल्यानंतर आता कं चे भा गु बे व या प्राधान्य क्रमानुसार सोडवू

$$5 + 5 - \frac{5}{26}$$

$$\frac{10}{1} - \frac{5}{26}$$

$$\frac{10 \times 26 - 5 \times 1}{26 \times 1} = \frac{260 - 5}{26} = \frac{255}{26}$$

$$2) 3 \times 3 \div [3 + \{3 - 3 \times (3 + 3 - \overline{3 \div 3})\}]$$

$$\text{स्पष्टी. } 3 \times 3 \div [3 + \{3 - 3 \times (3 + 3 - 1)\}]$$

$$3 \times 3 \div [3 + \{3 - 3 \times (6 - 1)\}]$$

$$3 \times 3 \div [3 + \{3 - 3 \times 5\}]$$

$$3 \times 3 \div [3 + \{3 - 15\}]$$

$$3 \times 3 \div [3 - 12]$$

$$3 \times 3 \div (-9)$$

$$3 \times \frac{3}{-9^3}$$

$$\frac{3}{-3}$$

$$= -1$$

$$3) 8 + 8 \times 8 - 8 \div 8 = ?$$

$$\text{स्पष्टी. कं चे भा गु बे व या क्रमानुसार,}$$

$$8 + 8 \times 8 - 1$$

$$8 + 64 - 1$$

$$72 - 1$$

$$= 71.$$

$$4) 5 - 5 + 5 \times 5 \times 5 \div 5 - 5 + 5 \times 5$$

$$\text{स्पष्टी. } 5 - 5 + 5 \times 5 \times 1 - 5 + 5 \times 5$$

$$5 - 5 + 25 - 5 + 25$$

$$\text{यामध्ये बेरीज आधी करावी.}$$

$$5 + 25 + 25 - 5 - 5$$

$$= 55 - 5 - 5$$

$$= 50 - 5$$

$$= 45$$

$$5) 144 \div 9 \text{ चे } 8 + 7 - 2$$

$$\text{स्पष्टी. कं चे भा गु बे व नुसार चे म्हणजेच गुणाकार होय. म्हणजेच चे नी जोडलेल्या संख्येची आधी गुणाकार करून घ्यावे.}$$

$$144 \div 9 \text{ चे } 8 + 7 - 2$$

$$144 \div 72 + 7 - 2$$

$$2 + 7 - 2$$

$$9 - 2 = 7$$

चिन्ह बदल - हु

या प्रकारात दिलेल्या प्रश्नामधील चिन्हांमध्ये बदल करून त्याजागी प्रश्नामध्ये सांगितल्या प्रमाणे चिन्ह बदल करावा लागतो व त्यानुसार उत्तर काढावे लागते.

उदाहरणे -

- 1) जर गुणाकार म्हणजे वजाबाकी, बेरीज म्हणजे भागाकार, वजाबाकी म्हणजे गुणाकार आणि भागाकार म्हणजे बेरीज असे असेल तर खालील प्रश्नाचे उत्तर काय येईल?

$$15 - 2 \div 900 + 90 \times 100$$

अशाप्रकारच्या आलेल्या प्रश्नात सर्वप्रथम संख्या लिहून घ्यावा जसे की,

$$15 \quad 2 \quad 900 \quad 90 \quad 100$$

संख्या लिहून झाल्यानंतर आता प्रश्नामध्ये कोणत्या चिन्हाच्या जागी कोणते चिन्ह टाकायचे आहे. त्यानुसार टाकावे व नंतर VBODMAS च्या प्राधान्यक्रमानुसार सोडवावे.

$$15 \times 2 + 900 \div 90 - 100$$

$$= 15 \times 2 + 10 - 100$$

$$= 30 + 10 - 100$$

$$= 40 - 100$$

$$= -60$$

- 2) जर बेरीज म्हणजे वजाबाकी, वजाबाकी म्हणजे गुणाकार, भागाकार म्हणजे बेरीज आणि गुणाकार म्हणजे भागाकार असे असेल तर दिलेल्या पदावलीची किंमत काढा.

$$16 - 4 + 18 \times 9 \div 20$$

स्पष्टी. सर्व प्रथम

$$16 \quad 4 \quad 18 \quad 9 \quad 20$$

प्रश्नामध्ये सांगितल्याप्रमाणे चिन्ह बदल करावा.

$$16 \times 4 - 18 \div 9 + 20$$

$$= 16 \times 4 - 2 + 20$$

$$= 64 - 2 + 20$$

$$= 84 - 2$$

$$= 82$$

- दिलेल्या प्रश्नात कोणते चिन्ह एकमेकांसोबत अदलाबदल करावे म्हणजे दिलेले उत्तर येईल.

$$1) 125 \times 5 + 10 \div 5 - 25 = 50$$

$$1) +, - \quad 2) \times, + \quad 3) \div, \times \quad 4) \div, +$$

स्पष्टी. या मध्ये $\div$ व $\times$ हे चिन्ह अदलाबदल केल्यास,

$$= 125 \div 5 + 10 \times 5 - 25$$

$$= 25 + 50 - 25$$

$$= 75 - 25$$

$$= 50$$

या प्रकारच्या प्रश्नात दिलेल्या पर्याया मधील चिन्ह एकमेकांसोबत अदलाबदल करून बघावे.

- 2) दिलेल्या पदावली मध्ये कोणते चिन्ह एकमेकांसोबत अदलाबदल करावे म्हणजे उत्तर दिलेल्या प्रमाणे येईल

स्पष्टी. या मध्ये $\times$ व $+$ हे चिन्ह अदलाबदल केल्यास,

$$3 \times 3 \div 2 - 2 + 4 = -5$$

$$1) \times, + \quad 2) \div, \times \quad 3) +, - \quad 4) \times, -$$

$$3 + 3 \div 2 - 2 \times 4$$

$$= 6 \div 2 - 2 \times 4$$

$$3 - 2 \times 4$$

$$3 - 8$$

$$= -5$$

मिश्र अपूर्णांक

$$1) 7\frac{1}{2}$$

स्पष्टी. अशा प्रकारची संख्या आल्यास त्या नेहमी एकमेकांसोबत बेरजेच्या स्वरूपात असतात. जसे की,

$$7\frac{1}{2}$$

$7 + \frac{1}{2}$ - कोणत्या संख्याच्या छेदात काही नसतो, म्हणजे 1 असतो.

$$\frac{7}{1} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7 \times 2 + 1 \times 1}{2}$$

$$= \frac{14 + 1}{2}$$

$$= \frac{15}{2}$$

$$= 7.5$$

$$2) 101\frac{2}{7} + 99\frac{3}{7} + 401\frac{1}{7} + 99\frac{2}{7}$$

आपण मागील उदाहरणामध्ये पाहिले $101\frac{2}{7}$ अशी संख्या

असल्यास त्यांच्या मधात आपण बेरीजेचे (+) चिन्ह घेऊन लिहू शकतो. तसे या पूर्ण संख्याचे लिहून घ्यावे जसे की,

$$101 + \frac{2}{7} + 99 + \frac{3}{7} + 401 + \frac{1}{7} + 99 + \frac{2}{7}$$

आता अंश-छेद असलेल्या संख्या व पूर्णांक संख्या अशा दोन गटात लिहाव्या आणि बेरीज करावी जसे की,

$$\underline{101 + 99 + 401 + 99} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7} + \frac{2}{7}$$

$$700 + \frac{8}{7}$$

$$= \underline{700} + \frac{8}{7}$$

यालाच आपण $700\frac{8}{7}$ असे लिहू शकतो.

दिलेल्या प्रश्नाच्या पर्यायावरून उत्तर काढावे. पर्यायामध्ये हे पर्याय असल्यास हे उत्तर लिहावे आणि असा पर्याय नसेल तर समोर सोडवावे.

$$\frac{700 \times 7}{1 \times 7} + \frac{8}{7}$$

$$\frac{4900 + 8}{7} = \frac{4908}{7}$$

आवर्ती अपूर्णांक

एखादी अपूर्णांकात असलेल्या संख्येवर Vinculum असणे म्हणजे त्या संख्येची समोर तशी आवृत्ती असणे होय जसे की,

$$0.\overline{3} = 0.33333 \text{ -----}$$

$$0.\overline{53} = 0.53535353 \text{ -----}$$

$$4.\overline{561} = 4.561561561561 \text{ -----}$$

$$8.12\overline{34} = 8.1234343434 \text{ -----}$$

अपूर्णांकात असलेल्या व डोक्यावर Vinculum (Bar) असलेल्या संख्यांचे साध्या संख्येत रूपांतर करताना प्रथम ती संख्या लिहावी व नंतर किती संख्येवर Vinculum (Bar) त्यानुसार छेदात 9 लिहावे. जसे की,

$$0.\overline{3} = \frac{3}{9}$$

$$0.\overline{33} = \frac{33}{99}$$

$$4.\overline{561} = 4\frac{561}{999}$$

दशांशानंतर काही संख्येवर Vinculum असेल व काही नेसल तर अशावेळी त्या पूर्ण संख्येमधून Vinculum नसलेली संख्या वजा करावी व छेदात Vinculum किती संख्येवर आहे त्यानुसार आधि 9 लिहावे व Vinculum नसलेल्या संख्येसाठी छेदात 0 लिहावे. जसे की,

$$1) \quad 5.12\overline{34}$$

$$5\frac{1234-12}{9900} = 5\frac{1222}{9900}$$

$$2) \quad 3.10\overline{101}$$

$$3\frac{10101-10}{99900}$$

$$= 3\frac{10091}{99900}$$

Vinculum (Bar) असणाऱ्या अपूर्णांक संख्येचे रूपांतर साध्या संख्येत करणे व त्यावरील उदाहरणे.

$$1) \quad 0.\overline{3} + 0.\overline{4} + 0.\overline{5}$$

$$\text{स्पष्टी.} \quad \frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9}$$

$$= \frac{3+4+5}{9}$$

$$= \frac{12}{9}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$$2) \quad 0.\overline{24} - 0.\overline{12} + 0.\overline{36}$$

$$\text{स्पष्टी.} \quad \frac{24}{99} - \frac{12}{99} + \frac{36}{99}$$

$$\frac{24+36}{99} - \frac{12}{99}$$

$$= \frac{60}{99} - \frac{12}{99}$$

$$= \frac{48}{99}$$

$$3) \quad 0.\overline{2} + 0.\overline{4} \div 0.\overline{2} \times 0.\overline{3}$$

$$\text{स्पष्टी.} \quad \frac{2}{9} + \frac{4}{9} \div \frac{2}{9} \times \frac{3}{9}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{4^2}{9} \times \frac{9}{2} \times \frac{3}{9}$$

$$\frac{2}{9} + 2 \times \frac{3}{9}$$

$$= \frac{2}{9} + \frac{6}{9}$$

$$= \frac{8}{9}$$

जेव्हा एखाद्या संख्येच्या आवृत्त्या होत जातात व त्या सर्व आवृत्त्याची बेरीज किती येईल असे विचारल्या आधि सुरुवाताची संख्या लिहावी व त्यासमोर गुणाकारामध्ये त्या संख्येचा किती आवृत्त्या आहेत त्यानुसार 1234 असे लिहावे जसे की,

$$1) \quad 9 + 99 + 999 + 9999 + 99999$$

$$\text{स्पष्टी.} \quad 9 \times 12345$$

$$= 111105$$

$$= 111105$$

जर अशाचप्रकारात एखादी आवृत्ती गहाळ केली व समोरील आवृत्ती आल्यास त्यावेळी वरील प्रमाणेच सोडवावे व जी आवृत्ती गहाळ झाले ती संख्या उत्तरातून वजा करावी जसे की,

$$1) \quad 7 + 777 + 7777 + 77777$$

$$\text{स्पष्टी.} \quad 7 \times 12345$$

$$= 86,415 - 77$$

$$= 86,338$$

जेव्हा आवृत्ती असणाऱ्या संख्या ह्या अपूर्णाकात असतात तेव्हा आधि ती संख्या लिहावी. त्यानंतर गुणाकारामध्ये 0 च्या नंतर दशांश देऊन किती आवृत्त्या आहेत त्यानुसार उलट लिहीत जावे.

$$1) \quad 0.5 + 0.55 + 0.555$$

$$5 \times 0.321 = 1.605$$

$$2) \quad 0.8 + 0.88 + 0.888 + 0.8888$$

$$8 \times 0.4321 = 3.4568$$

इतर प्रकारचे प्रश्न

$$1) \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

अशाप्रकारच्या प्रश्नात बेरीज ही खालच्या दिशेकडून वरच्या दिशेने करत न्यावी

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}}} - \text{छेदातील संख्या अंशात नेताना उलटी होते.}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{3}}}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{5}}$$

$$1 + \frac{1}{\frac{8}{5}}$$

$$1 + \frac{5}{8}$$

$$= \frac{13}{8}.$$